MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN

AUS DEN REVENUEN DER GRAF ALEXANDER VIGYÁZÓ STIFTUNG
UNTERSTÜTZT DURCH DIE UNGARISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
(MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA)

REDIGIERT VON
JOSEF KÜRSCHÁK UND BÉLA MAURITZ
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ACHTUNDDREISSIGSTER BAND 1931

BUDAPEST
DRUCK DES FRANKLIN-VEREIN
1932

M. TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN

AUS DEN REVENUEN DER GRAF ALEXANDER VIGYÁZÓ STIFTUNG
UNTERSTÜTZT DURCH DIE UNGARISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
(MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA)

REDIGIERT VON
JOSEF KÜRSCHÁK UND BÉLA MAURITZ
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ACHTUNDDREISSIGSTER BAND 1931

BUDAPEST
DRUCK DES FRANKLIN-VEREIN
1932

M. T. AKAD. KÖNYVTÁRA
1932 539

INHALT DES XXXVIII. BANDES.

Seite

L. Klug: Desmische Vierecke _____ 1

L. Klug: Verallgemeinerung einiger Sätze über Kegelschnitte und Flächen zweiter Ordnung _____ 53

D. Fehér und R. Bokor: Untersuchungen über einige wichtigen biologischen Eigenschaften der solonecartigen Alkaliböden (Szikböden) der Hortobágyer-Steppe mit Rücksicht auf ihre Fruchtbarmachung _____ 80

S. v. Szentpétery (aus Szeged): Oligoklasgesteine aus der Berggegend von Szarvaskő (Mit 5 Textfiguren und 3 Tafeln) _____ 135

Ladislaus von Putnoky und Wilhelm Neráth: Über den zeitlichen Verlauf der Alkohol- und Aetherdampfsorption der Kieselsäuregele (Mit 9 Tabellen und 17 Figuren) _____ 173

Aladár Scherffel: Einige Daten zur Kenntnis der Algen des Balatongebietes (Mit 5 Figuren im Text) _____ 226

† A. Franzenau und L. Tokody: Kristallographische Untersuchungen ungarischer Mineralien (Mit 21 Textfiguren) _____ 236

M.T. AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

★

DESMISCHE VIERECKE.

Von L. KLUG.

(Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung am 22. Dezember 1930.)*

Man kann drei Vierecke in der Weise annehmen, dass sich die Eckpunkte von zweien aus den Eckpunkten des dritten ineinander projizieren lassen, d. h. dass ihre zwölf Eckpunkte zu dreien auf sechzehn Geraden liegen. Solche drei Vierecke bilden ein sogenanntes *desmisches Viereckpaar*. Es treffen sich auch die Seiten der drei Vierecke zu dreien in zwölf Punkten, welche die Eckpunkte von drei ebenfalls desmischen Vierecken sind. Die Lage der beiden desmischen Tripeln ist gegenseitig, so dass man beide als zueinander *konjugiert* bezeichnen kann.

Liegen die drei Vierecke in einer Ebene, so haben sie Diagonaldreiecke. Die Diagonaldreiecke der Viereckpaare eines solchen desmischen Tripels sind perspektiv, und ihre Eckpunkte liegen zu dreien in sechs Geraden, welche wir *Diagonalgeraden* nennen wollen. Auch das konjugierte Viereckpaar hat die nämlichen sechs Diagonalgeraden wie das erste, und diese Diagonalgeraden bilden ein BRIANCHON-Sechsseit, da seine Seiten einen Kegelschnitt berühren.

Die Treffpunkte der Gegenseiten der konjugierten desmischen Viereckpaare liegen auf neun Geradenpaaren und die Eckpunkte der Vierseiten auf diesen Geraden trennen einander harmonisch.

Zwei Punktpaare, die einander harmonisch trennen, werden durch ein drittes konjugiert-imaginäres Punktpaar harmonisch getrennt. Auf den neun Gegenseiten der sechs Vierecke gibt es daher

---

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: Desmikus négyszögek. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, Bd. XLVII.

neun Paar konjugiert-imaginäre Punkte; diese sind die Eckpunkte von neun imaginären Vierecken.

Diese neun imaginären Vierecke und die sechs reellen Vierecke spalten sich in zehn konjugierte desmische Viereckstripel; eines dieser Tripel besteht aus lauter reellen Vierecken (von denen wir ausgegangen sind), die übrigen desmischen Tripel haben je ein reelles Viereck und zwei imaginäre Vierecke.

Alle zehn konjugierten desmischen Viereckstripel haben die nämlichen sechs Diagonalgeraden, und die ganze Konfiguration dieser Vierecke kann aus dem BRIANCHON-Sechsseit der Diagonalgeraden konstruiert werden.

Das Sechsseit der Diagonalgeraden spaltet sich in zehn Dreieckpaare, welche als Polardreiecke aufgefasst ebensoviele Kegelschnitte bestimmen. Einer dieser Kegelschnitte ist imaginär, die übrigen neun sind reell.

Von den fünfzehn früheren Vierecken sind je neun jedem dieser Kegelschnitte umschrieben, die übrigen sechs aber sind Polarvierecke der betreffenden Kegelschnitte.

In jedes der fünfzehn Vierecke sind von den zehn Kegelschnitten sechs einbeschrieben, u. zw. sind die den sechs reellen Vierecken einbeschriebenen Kegelschnitte alle reell, von den neun imaginären Vierecken einbeschriebenen Kegelschnitten sind fünf reell und einer imaginär.

Im Folgenden werden wir diese und noch andere damit in Verbindung stehenden Sätze beweisen.

I. Reelle desmische Vierecke.

1. Nehmen wir auf den Seiten A_1A_4, A_2A_4, A_3A_4 des ebenen Viereckes $A = A_1A_2A_3A_4$ die Punktpaare $E_{14}F_{14}$, $E_{24}F_{24}$, $E_{34}F_{34}$ so an, dass sie die Eckpunktpaare harmonisch trennen (Fig. 1). Es sind dann die Dreiecke $A_1A_2A_3$, $E_{14}E_{24}E_{34}$, $F_{14}F_{24}F_{34}$ bezüglich des Kollineationsmittelpunktes A_4 perspektiv und die homologen Seiten A_1A_2, $E_{14}E_{24}$, $F_{14}F_{24}$; A_1A_3, $E_{14}E_{34}$, $F_{14}F_{34}$; A_2A_3, $E_{24}E_{34}$, $F_{24}F_{34}$ treffen sich bezw. in den Punkten E_{12}, E_{13}, E_{23} einer Geraden. Die Geradenpaare $E_{14}F_{24}, E_{24}F_{14}$; $E_{14}F_{34}, E_{34}F_{14}$; $E_{24}F_{34}$, $E_{34}F_{24}$ treffen dann bezw. die Seiten A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4

des Viereckes A in den Punkten F_{12}, F_{13}, F_{23}, welche die Eckpunkte von den Punkten E_{12}, E_{13}, E_{23} harmonisch trennen, und es liegen auch die Punkttripel $E_{12}F_{13}F_{23}$, $E_{13}F_{12}F_{23}$, $E_{23}F_{12}F_{13}$ auf je einer Geraden.

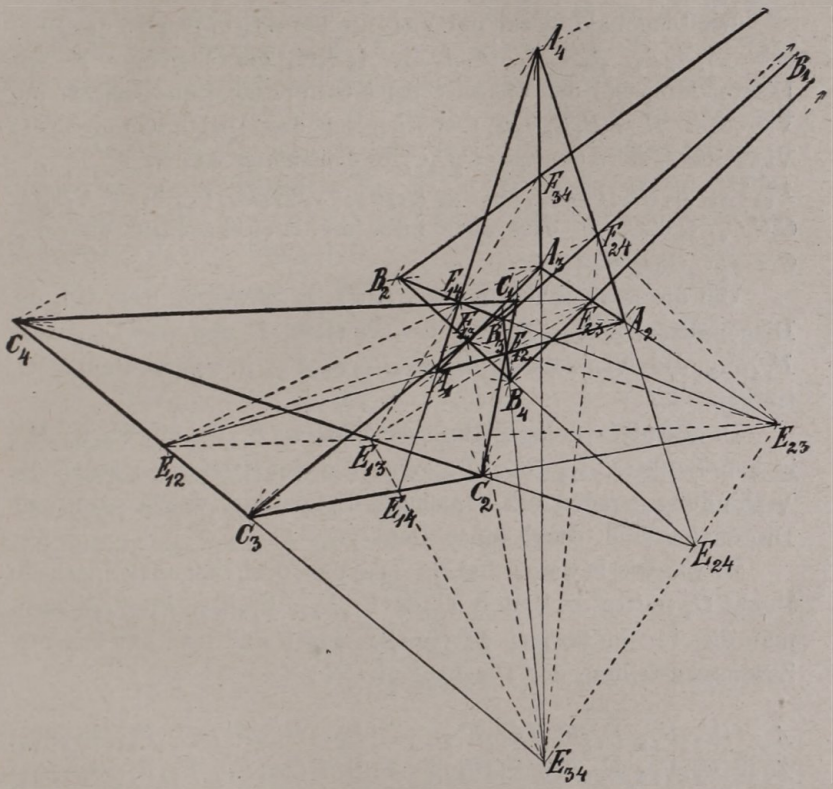


Fig. 1.

Die auf den sechs Seiten A_iA_j des Viereckes A liegenden sechs Punkte E_{ij} und sechs Punkte F_{ij}, deren Paare $E_{ij}F_{ij}$ die Eckpunkte A_iA_j harmonisch trennen, so wie auch die sechzehn Geraden, auf welchen jene Punkte zu dreien liegen, bilden eine Konfiguration $(16_3, 12_4)$.

Diese Konfiguration der Punkte E_{ij} F_{ij} lässt sich in zwölf Vierseite zerteilen, welche zu vieren sich in drei Gruppen vereinigen. Die Eckpunkte der Vierseite der ersten oder a-Gruppe

sind: E_{ij} E_{ik} E_{jk} F_{ij} F_{ik} F_{jk}; die Eckpunkte der Vierseiten der b-Gruppe sind $E_{ij}E_{ik}E_{jk}F_{il}F_{jl}F_{kl}$, endlich ist ein Vierseit der c-Gruppe $E = E_{12}E_{13}E_{23}E_{14}E_{24}E_{34}$, und die Eckpunkte der übrigen drei Vierseiten sind $E_{ij}E_{kl}F_{ik}F_{il}F_{jk}F_{jl}$.

Die Diagonaldreiecke der Vierseite der a-Gruppe sind die Dreiecke $A_1A_2A_3$, $A_1A_2A_4$, $A_1A_3A_4$, $A_2A_3A_4$ des Viereckes A; die Diagonaldreiecke der Vierseite der b-Gruppe sind die Dreiecke des Viereckes $B = B_1B_2B_3B_4$; endlich ist das Diagonaldreieck des Vierseites E der c-Gruppe: $C_2C_3C_4$, und dasjenige von $E_{12}E_{34}F_{13}F_{14}$ $F_{23}F_{24}$, $E_{13}E_{24}F_{12}F_{14}F_{23}F_{24}$, $E_{14}E_{23}F_{12}F_{13}F_{24}F_{34}$ bezw. $C_1C_3C_4$, $C_1C_2C_4$, $C_1C_2C_3$, so dass auch diese die Dreiecke eines Viereckes $C = C_1C_2C_3C_4$ sind.

Um dies einzusehen, müssen wir z. B. beweisen, dass sich die Diagonalen $E_{12}E_{34}$, $E_{13}E_{24}$ des Vierseits E und die Diagonale $F_{14}F_{23}$ des Vierseits $E_{12}E_{34}F_{13}F_{14}F_{23}F_{24}$ in einem Punkte C_4 treffen.

Da sich die homologen Seiten der Dreiecke $E_{12}E_{13}F_{14}$, $E_{34}E_{24}F_{23}$ in den Punkten E_{13}, F_{14}, F_{34} einer Geraden treffen, so gehen die Verbindungsgeraden der homologen Eckpunkte, welche eben jene Diagonalen sind, durch einen Punkt C_4.

So wie wir bewiesen haben, dass jene drei Diagonalen sich im Punkt C_4 treffen, d. h. dass $C_4 = (E_{12}E_{34}, E_{13}E_{24}, F_{14}F_{23})$, kann man dies für die übrigen Diagonalen zeigen und man hat folgende Zusammenstellung der Diagonaltripel:

$$A_1 = (E_{12}F_{12}, E_{13}F_{13}, E_{14}F_{14}) \qquad B_1 = (E_{12}F_{34}, E_{13}F_{24}, E_{14}F_{23})$$
$$A_2 = (E_{12}F_{12}, E_{23}F_{23}, E_{24}F_{24}) \qquad B_2 = (E_{23}F_{14}, E_{24}F_{13}, E_{12}F_{34})$$
$$A_3 = (E_{13}F_{13}, E_{23}F_{23}, E_{34}F_{34}) \qquad B_3 = (E_{34}F_{12}, E_{23}F_{14}, E_{13}F_{24})$$
$$A_4 = (E_{14}F_{14}, E_{24}F_{24}, E_{34}F_{34}) \qquad B_4 = (E_{14}F_{23}, E_{24}F_{13}, E_{34}F_{12})$$

$$C_1 = (F_{12}F_{34}, F_{13}F_{24}, F_{14}F_{23})$$
$$C_2 = (F_{12}F_{34}, E_{13}E_{24}, E_{14}E_{23})$$
$$C_3 = (F_{13}F_{24}, E_{12}E_{34}, E_{14}E_{23})$$
$$C_4 = (F_{14}F_{23}, E_{12}E_{34}, E_{13}E_{24}).$$

Auch die Eckpunkte der Vierecke A, B, C, sowie die sechzehn Verbindungsgeraden ihrer Eckpunkte bilden eine Konfiguration $(16_3, 12_4)$; denn jede Gerade, welche einen Eckpunkt des einen

Viereckes mit einem Eckpunkt eines zweiten Viereckes verbindet, geht durch einen Eckpunkt des dritten Viereckes.

Das Dreieck $C_2C_3C_4$ ist nämlich mit den Dreiecken $A_2A_3A_4$, $A_1A_4A_3$, $A_4A_2A_1$, $A_3A_1A_2$ perspektiv, denn die homologen Seitenpaare treffen sich in den Eckpunkten der Seiten $E_{23}E_{24}E_{34}$, $E_{14}E_{13}E_{34}$, $E_{14}E_{24}E_{12}$, $E_{23}E_{13}E_{12}$ des Vierseits E, und es treffen sich daher die Verbindungsgeraden der homologen Eckpunkte bezw. in den Eckpunkten B_1, B_2, B_3, B_4 des Viereckes B. Es sind auch die Dreiecke $C_1C_2C_3$, $A_1A_2A_3$ perspektiv, da sich die homologen Seitenpaare in den Punkten F_{12}, F_{13}, F_{23} einer Geraden treffen, also treffen sich auch die Verbindungsgeraden ihrer homologen Eckpunkte in dem Punkte B_1.

Die sechzehn Geraden der Konfiguration $(16_3, 12_4)$ sind:

$A_1B_1C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_1C_3$	$A_4B_1C_4$
$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_2C_4$	$A_4B_2C_3$
$A_1B_3C_3$	$A_2B_3C_4$	$A_3B_3C_1$	$A_4B_3C_2$
$A_1B_4C_4$	$A_2B_4C_3$	$A_3B_4C_2$	$A_4B_4C_1$

Die Geraden dieser Konfiguration kann man ebenfalls in zwölf Vierseiten vereinen, welche zu vieren in drei Gruppen zerfallen. Die allgemeine Formeln dieser Vierseiten sind:

$$A_1A_iB_1B_iC_1C_i$$
$$A_1A_iB_jB_kC_jC_k$$
$$A_jA_kB_1B_iC_jC_k$$
$$A_jA_kB_jB_kC_1C_i$$

wo i bei jeder Gruppe die Zahl 2, 3, oder 4 wird.

Zurückkehrend zur früheren Konfiguration $(16_3, 12_4)$, deren Punkte E_{ij}, F_{ij} sind, können wir sagen, dass auch diese die Eckpunkte von drei Vierecken N_i sind, nämlich: $N_2 = E_{12}F_{12}E_{34}F_{34}$, $N_3 = E_{13}F_{13}E_{24}F_{24}$, $N_4 = E_{14}F_{14}E_{23}F_{23}$. Auch diese Vierecke haben die Lage, dass die Verbindungsgeraden der Eckpunkte von zwei verschiedenen Vierecken durch die Eckpunkte des dritten gehen, denn es liegen die folgenden Punkte je in einer Gerade:

$E_{12}E_{14}E_{24}$	$F_{12}E_{14}F_{24}$	$E_{34}E_{14}E_{13}$	$F_{34}E_{14}F_{13}$
$E_{12}F_{12}F_{24}$	$F_{12}F_{14}E_{24}$	$E_{34}F_{14}F_{13}$	$F_{34}F_{14}E_{13}$
$E_{12}E_{23}E_{13}$	$F_{12}E_{23}F_{13}$	$E_{34}E_{23}E_{24}$	$F_{34}E_{23}F_{24}$
$E_{12}F_{23}F_{13}$	$F_{12}E_{23}F_{13}$	$E_{34}F_{23}F_{24}$	$F_{34}F_{23}E_{24}$

Sowohl diese drei Vierecke $N_2N_3N_4$, als auch die früheren drei ABC haben die Lage, dass die Treffpunkte der Gegenseitenpaare von irgend zwei der Vierecke eines Tripels auf einem Gegenseitenpaar des dritten Viereckes liegen, und die Eckpunkte eines Viereckes des anderen Tripels bilden, wie dies aus folgenden Tabellen ersichtlich ist:

$$\begin{array}{ll} E_{12}=(A_1A_2,\ B_1B_2,\ C_3C_4) & F_{12}=(A_1A_2,\ B_3B_4,\ C_1C_2) \\ E_{34}=(A_3A_4,\ B_3B_4,\ C_3C_4) & F_{34}=(A_3A_4,\ B_1B_2,\ C_1C_2) \\ E_{13}=(A_1A_3,\ B_1B_3,\ C_2C_4) & F_{13}=(A_1A_3,\ B_2B_4,\ C_1C_3) \\ E_{24}=(A_2A_4,\ B_2B_4,\ C_2C_4) & F_{24}=(A_2A_4,\ B_1B_3,\ C_1C_3) \\ E_{14}=(A_1A_4,\ B_1B_4,\ C_2C_3) & F_{14}=(A_1A_4,\ B_2B_3,\ C_1C_4) \\ E_{23}=(A_2A_3,\ B_2B_3,\ C_2C_3) & F_{23}=(A_2A_3,\ B_1B_4,\ C_1C_4) \end{array}$$

Die zwei Dreiecktripel ABC, $N_2N_3N_4$ haben die gegenseitige Lage, dass beliebige zwei Eckpunkte des einen Viereckes von zwei Eckpunkten eines Viereckes des anderen Tripels harmonisch getrennt sind, d. h. es sind:

$$\begin{array}{ll} A_iE_{ij}A_jF_{ij}, & B_iE_{ij}B_jF_{kl} \qquad (i,j,k,l=1,2,3,4) \\ C_1F_{1i}C_iF_{jk}, & C_iE_{ij}C_jE_{kl} \qquad (i,j,k,l=2,3,4) \end{array}$$

harmonische Punktwürfe.

Man kann das auch in der Weise ausdrücken: je zwei Eckpunkte eines Viereckes im Tripel (ABC, $N_2N_3N_4$) werden von zwei Gegenseiten anderer zwei Vierecke des Tripels harmonisch getrennt. Z. B. werden die Eckpunkte A_1, A_2 des Viereckes A von den Gegenkanten B_1B_2, B_3B_4 und C_1C_2, C_3C_4 der Vierecke B und C harmonisch getrennt.

Die 24 Eckpunkte und die auf 18 Geraden liegenden 36 Kanten der beiden Viereckstripel bilden eine Konfiguration $(18_4, 24_3)$, indem auf jeden der 18 Geraden vier Punkte liegen und in jedem der 24 Punkte drei Geraden zusammenstossen.

Die bisherigen Resultate vereinigt lauten:

Nimmt man auf den Seiten der im Eckpunkte A_i des Viereckes $A=A_1A_2A_3A_4$ zusammenstossenden Seiten A_iA_j, A_iA_k, A_iA_l die Punktpaare $E_{ij}F_{ij}$, $E_{ik}F_{ik}$, $E_{il}F_{il}$ so an, dass sie die Eckpunkte harmonisch trennen, so treffen sich die Verbindungsgeraden der Punkte des einen Paares mit den Punkten eines anderen, wie etwa $E_{ij}E_{ik}$,

$F_{ij}F_{ik}$; $E_{ij}F_{ik}$, $E_{ik}F_{ij}$ auf einer Seite A_jA_k des Vierecks A, und die Treffpunkte $E_{jk}F_{jk}$ trennen die Eckpunkte A_jA_k ebenfalls harmonisch. Die sechs Punkte E_{ij} und F_{ij} liegen zu dreien ausser auf jenen zwölf Verbindungsgeraden noch auf vier Geraden, und wenn $E_{jk}E_{jl}E_{kl}$ eine dieser Geraden ist, so sind die übrigen drei: $E_{jk}F_{jl}F_k$ $E_{jl}F_{jk}F_{kl}$, $E_{kl}F_{jk}F_{jl}$, und alle sechzehn bilden eine Konfiguration $(16_3, 12_4)$.

Die zwölf Punkte dieser Konfiguration sind die Eckpunkte von drei Vierecken $N_2 = E_{12}F_{12}E_{34}F_{34}$, $N_3 = E_{13}F_{13}E_{24}F_{24}$, $N_4 = E_{14}F_{14}E_{23}F_{23}$, *welche die Eigenschaft haben, dass die Verbindungsgeraden von zwei Eckpunkten zwei verschiedener Vierecke durch einen Eckpunkt des dritten gehen, ferner dass die Treffpunkte eines Gegenseitenpaares der drei Vierecke die Eckpunkte des Vierecks A sind, während die Treffpunkte der zwei übrigen Gegenseitenpaaren die Eckpunkte von zwei anderen Vierecken* $B = B_1B_2B_3B_4$, $C = C_1C_2C_3C_4$ *sind.*

Auch die Eckpunkte der drei Vierecke A, B, C sind die Punkte einer Konfiguration $(16_3, 12_4)$ *und die gegenseitige Lage dieser Vierecke ist die nämliche, wie die der Vierecke* $N_2N_3N_4$.

Die Eckpunkte der beiden Viereckstripel auf den gemeinsamen Seiten trennen sich harmonisch, und ihre Seiten und Eckpunkte bilden eine Konfiguration $(18_4, 24_3)$. *Je zwei Eckpunkte eines Viereckes werden von zwei Gegenseiten der Vierecke des nämlichen Tripels harmonisch getrennt.*

Endlich kann man jede der Konfigurationen der Dreiecktripel ABC, $N_2N_3N_4$ in zwölf Vierseiten zerlegen, deren Diagonaldreiecke die Dreiecke der Vierecke $N_2N_3N_4$, bzw. ABC sind.

Wir nennen jedes der Viereckstripel ABC, $N_2N_3N_4$ *desmische* Vierecke, oder ein desmisches Viereckstripel, und zwei solche wie die eben betrachteten nennen wir *konjugiert*, endlich nennen wir die sechzehn Geraden, auf welche die Eckpunkte der desmischen Vierecke zu dreien liegen, ihre *Scheitelgeraden*.

2. Ist ein Viereck $A = A_1A_2A_3A_4$ gegeben und will man zwei Vierecke $B = B_1B_2B_3B_4$, $C = C_1C_2C_3C_4$ konstruieren, welche mit A ein desmisches Viereckstripel bilden, so kann man von B zwei Eckpunkte B_1, B_2 beliebig annehmen mit der Bedingung, dass sie ein Gegenseitenpaar, etwa A_1A_2, A_3A_4 von A harmonisch trennen.

Die Eckpunktpaare B_1B_3 und B_2B_4 des Viereckes B werden von den Gegenseiten A_1A_3, A_2A_4 und die Eckpunktpaare B_1B_4, B_2B_3 von den Gegenseiten A_1A_4, A_2A_3 des Viereckes A harmonisch getrennt, und aus dieser Eigenschaft können die zwei Eckpunkte B_3, B_4 konstruiert werden, welche dann nach dem Früheren (1) wie B_1, B_2 von den Gegenseiten A_1A_2, A_3A_4 harmonisch getrennt werden.

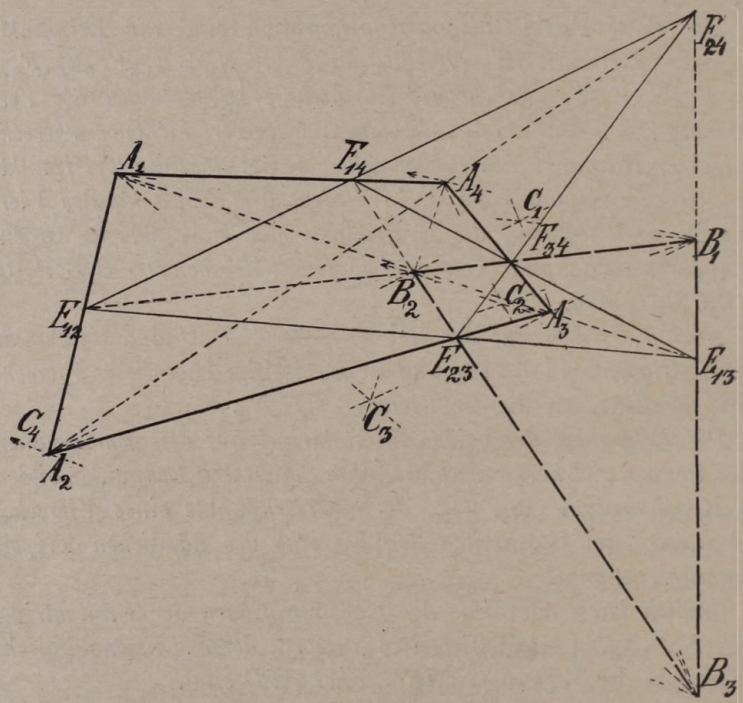


Fig. 2.

Der Eckpunkt C_1 des Viereckes C ist dann der Treffpunkt der Scheitelgeraden A_iB_i, und in den drei übrigen Eckpunkten C_j des Viereckes C, treffen sich die Scheitelgeraden A_1B_j, A_jB_1, A_kB_l, A_lB_k.

In den Eckpunkten $E_{ij}F_{ij}E_{kl}F_{kl}$ des zu ABC konjugierten Viereckstripels treffen sich dann zu dreien die Gegenseiten der Vierecke A,B,C.

Nimmt man auf den Seiten A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1 des Viereckes $A=A_1A_2A_3A_4$ die Eckpunkte E_{12}, E_{13}, F_{34}, F_{14} eines Vier-

eckes an (Fig. 2) und sind E_{13}, F_{24} bezw. die Treffpunkte der Geradenpaare $E_{12}E_{23}$, $F_{14}F_{34}$; $E_{12}F_{14}$, $E_{23}F_{34}$, so werden die Eckpunktpaare B_1B_2, B_2B_3 des Diagonaldreiecks $B_1B_2B_3$ des Vierseits $E_{12}E_{13}E_{23}F_{14}F_{24}F_{34}$ von den Gegenseiten A_1A_2, A_3A_4, bzw. A_1A_4, A_2A_3 harmonisch getrennt, da $B_1E_{12}B_2F_{34}$, $B_2E_{23}B_3F_{14}$, $B_3E_{13}B_1F_{24}$ harmonische Punktwürfe sind.

Bleiben auf den betreffenden Seiten des Viereckes A die Punkte E_{12}, E_{23}, F_{14} fest und bewegt sich der Punkt F_{34} auf der Seite A_3A_4, so bewegen sich damit auch die Punkte E_{13}, F_{24} auf den Geraden $E_{12}E_{23}$, $E_{12}F_{14}$, die Punkte B_2, B_3 auf der Geraden $E_{23}F_{14}$, aber die Gegenseiten A_1A_3, A_2A_4 des Viereckes A trennen, oder trennen nicht die Punkte B_1, B_3; E_{13}, F_{24} voneinander. Weder im ersten, noch im zweiten Fall werden die Punkte B_1, B_3 von den Seiten A_1A_3, A_2A_4 harmonisch getrennt, ausser dass die Punkte E_{13}, F_{24} bzw. auf jenen Seiten liegen, also die Treffpunkte der Geradenpaare A_1A_3, $E_{12}E_{23}$; A_2A_4, $E_{12}F_{14}$ sind.

In diesem Fall ist das Vierseit $E_{12}E_{13}E_{23}F_{14}F_{24}F_{34}$ dem Viereck A einbeschrieben und die Eckpunktpaare seines Diagonaldreiecks $B_1B_2B_3$ werden von allen Gegenseiten des Viereckes harmonisch getrennt, und das Dreieck $B_1B_2B_3$ ist mit allen vier Dreiecken $A_1A_2A_3$, $A_2A_1A_4$, $A_3A_4A_1$, $A_4A_3A_2$ des Viereckes A perspektiv, und die zu diesen Perspektivitäten gehörenden Kollineationsachsen sind die Seiten des Vierseits und die Kollinationsmittelpunkte: C_1, C_2, C_3, C_4.

Also:

Trennen die drei Gegenseiten eines Viereckes die Eckpunktpaare eines Dreieckes harmonisch, so liegt das Dreieck mit allen vier Dreiecken des Viereckes perspektiv.

Ferner:

Werden fünf Eckpunktpaare eines Viereckes von den Gegenseiten eines anderen Viereckes harmonisch getrennt, so wird auch das sechste Eckpunktpaar des ersten Viereckes von einem Gegenseitenpaar des etzteren harmonisch getrennt, und daher liegt ein beliebiges Dreieck des einen Viereckes mit jedem Dreieck des anderen perspektiv; die Eigenschaft der Vierecke ist somit wechselseitig.

3. Nach den Bezeichnungen von No 1 wollen wir die Eck-

punkte und Treffpunkte der Gegenseiten der einfachen Vierecke $A_1A_2A_4A_3$, $B_1B_3B_4B_2$ in folgendes Schema aufschreiben:

$$\begin{array}{l} A_1\, E_{12} A_2\, F_{12} \\ E_{13} B_1\, F_{24} B_3 \\ A_3\, F_{34} A_4\, E_{34} \\ F_{13} B_2\, E_{24} B_4. \end{array}$$

Sowohl in den Zeilen als auch in den Reihen ist der erste und dritte Punkt vom zweiten und vierten harmonisch getrennt, also berühren die acht Geraden, worauf jene harmonischen Punktwürfe liegen, einen Kegelschnitt c_4.

Also: sind A, B zwei Vierecke eines desmischen Tripels und berührt ein Kegelschnitt vier Seiten des einen Viereckes und eine Seite des zweiten, so berührt er noch drei Seiten des letzteren Viereckes und die Gegenseiten des einen Viereckes werden von den Gegenseiten des anderen im Strahlenbüschel des Kegelschnitts harmonisch getrennt, somit sind die Treffpunkte der Gegenseiten eines Viereckes konjugierte Pole zu den Treffpunkten der Gegenseiten des anderen Viereckes.

Dieser Satz ist auch in seiner Umkehrung richtig, wie wir sogleich zeigen wollen.

Einem Kegelschnitt c_4 umschreiben wir ein beliebiges Viereck $A = A_1A_3A_4A_2$ (Fig. 3), dessen Gegenseiten A_1A_2, A_3A_4; A_1A_3, A_2A_4 sich in den Punkten a_2, a_3 treffen.

Sind dann β_3 und β_2 bezw. konjugierte Pole nach c_4 zu a_2 und a_3, dann bilden die aus jenen Punkten ausstrahlenden Tangentenpaare B_1B_3, B_2B_4; B_1B_2, B_3B_4 des Kegelschnitts c_4 die Seiten eines diesem umschriebenen Viereckes $B = B_1B_3B_4B_2$ und die Seiten A_iA_j des Viereckes A treffen die Gegenseiten B_iB_j, B_kB_l des Viereckes B bezw. in solchen Punkten E_{ij}, F_{ij}, welche die Eckpunktpaare auf beiden Vierecken harmonisch trennen, so dass man die Treffpunkte und Eckpunkte in obigen Zeilen und Reihen aufschreiben kann.

Wegen den in der ersten Zeile und zweiten Reihe befindlichen Punktwürfen treffen sich die Geraden A_1B_1, A_2B_2, $F_{12}F_{34}$ in einem Punkte C_1, welcher der Brianchon-Punkt der Sechsseiten $A_1A_2F_{34}B_1B_2F_{12}$, $A_1A_3F_{34}B_1B_3F_{12}$, $A_4A_2F_{12}B_4B_2F_{34}$ ist, so

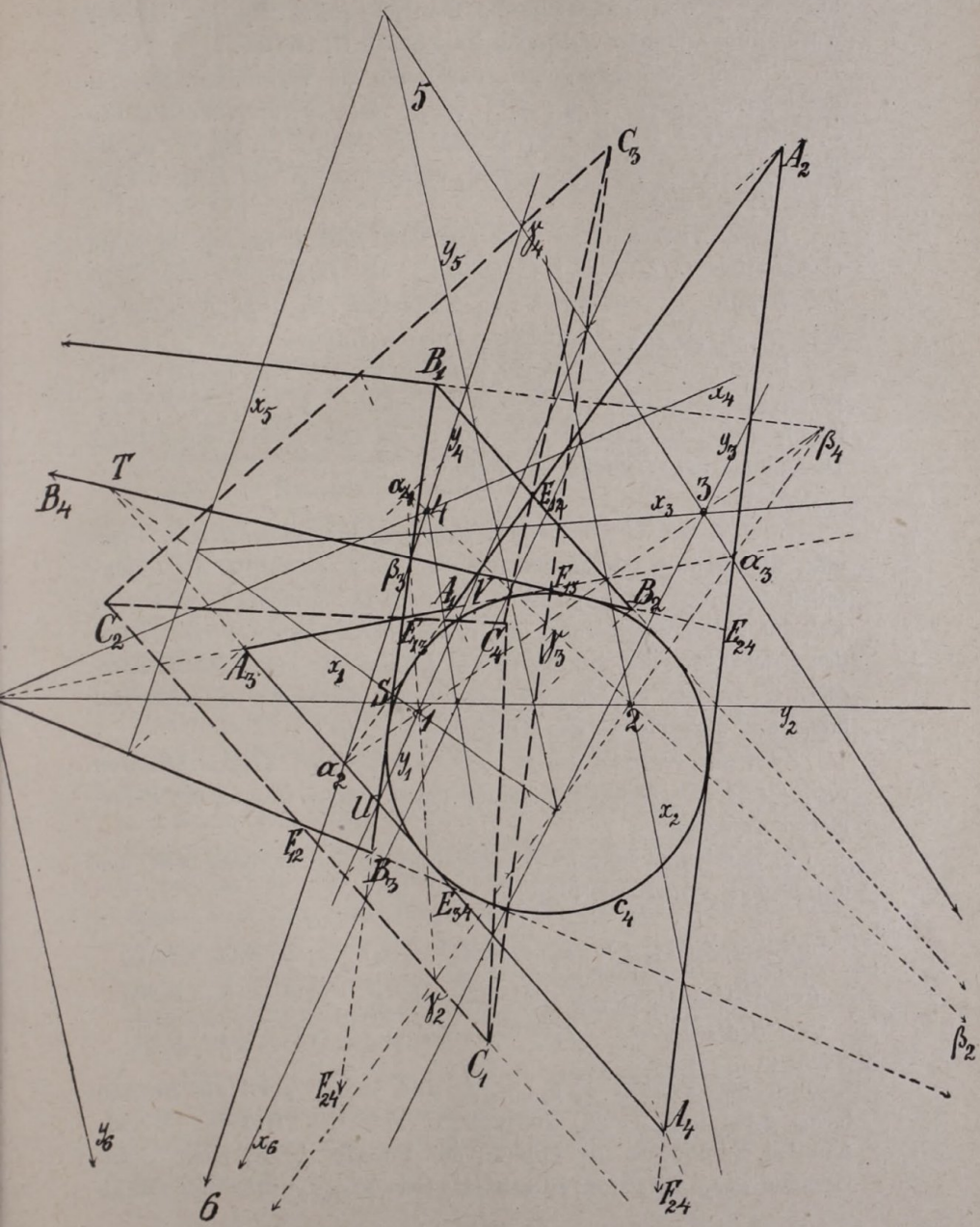

5
C_3
A_2
y_5
y_4
B_4
x_5
x_4
y_1
y_3
β_4
T
B_4
α_4
1
E_{34}
x_3
3
α_3
β_3
A_4
V
E_{15}
B_2
C_2
E_{12}
C_4
y_3
E_{24}
A_3
x_1
S
1
2
y_2
α_2
y_1
U
x_2
E_{12}
B_{13}
E_{34}
c_4
y_2
β_2
C_1
A_4
E_{24}
y_6
x_6
6
E_{24}

Fig. 3.

dass bei richtiger Bezeichnung der Eckpunkte B_2, B_3 alle vier Verbindungsgeraden A_iB_i sich im Punkte C_1 treffen.

Ebenso kann man zeigen, dass auch die Verbindungsgeraden der Eckpunktpaare A_1B_i, A_iB_1, A_jB_k, A_kB_j sich in einem Punkte C_i treffen ($i, j, k = 2, 3, 4$), so dass die Punkte C_1, C_2, C_3, C_4 die Eckpunkte eines Viereckes C sind, welches mit A und B ein desmisches Tripel bildet.

Dieses Viereck C ist aber ein Polarviereck für c_4, da seine Gegenseiten C_1C_2, C_3C_4; C_1C_3, C_2C_4 als Diagonalen der dem Kegelschnitt c_4 umschriebenen Vierseiten $N_2 = E_{12}F_{12}E_{34}F_{34}$, $N_3 = E_{13}F_{13}E_{24}F_{24}$ konjugierte Polaren sind von c_4.

Diese Vierecken N_2, N_3 gehören dem zu ABC konjugierten Tripel an, und das dritte Viereck desselben, nämlich $N_4 = E_{14}F_{14}E_{23}F_{23}$, ist ebenfalls ein Polarviereck von c_4, da zwei seiner Gegenseiten Diagonalen der Vierecke A, B sind.

Also:

Sind A und B zwei, einem Kegelschnitt c_4 umschriebene Vierecke, und trennen im Tangentenbüschel des Kegelschnitts die Gegenseiten des einen die Gegenseiten des anderen harmonisch, so treffen sich die Verbindungsgeraden der Eckpunkte des einen Viereckes mit den Eckpunkten des anderen in den Eckpunkten eines dritten Viereckes C, welches mit den zwei ersten ein desmisches Viereckstripel bildet und Polarviereck des Kegelschnitts c_4 ist.

Zwei der Vierecke des zu ABC konjugierten Tripels berühren ebenfalls den Kegelschnitt c_4 und das dritte Viereck ist auch ein Polarviereck desselben.

4. Bezeichnet man die Diagonalpunkte der Vierecke ABC des desmischen Tripels wie folgt:

$$\begin{array}{lll} \alpha_2 = (A_1A_2,\ A_3A_4), & \alpha_3 = (A_1A_3,\ A_4A_2), & \alpha_4 = (A_1A_4,\ A_2A_3) \\ \beta_2 = (B_1B_2,\ B_3B_4), & \beta_3 = (B_1B_3,\ B_4B_2), & \beta_4 = (B_1B_4,\ B_2B_3) \\ \gamma_2 = (C_1C_2,\ C_3C_4) & \gamma_3 = (C_1C_3,\ C_4C_2), & \gamma_4 = (C_1C_4,\ C_2C_3), \end{array}$$

so sind die Punkte α_3, β_2; α_2, β_3 und daher auch die Punkte $(\alpha_2\alpha_3,\ \beta_2\beta_3)$ $(\alpha_2\beta_2,\ \alpha_3\beta_3)$ konjugierte Pole des früheren Kegelschnitts c_4, und da die Polaren der Punkte α_4, β_4 nach c_4 die Geraden $\alpha_2\alpha_3$, $\beta_2\beta_3$ sind, so geht die Gerade $\alpha_4\beta_4$ durch den Punkt

$(\alpha_2\beta_2, \alpha_3\beta_3)$ und die Dreiecke $\alpha_2\alpha_3\alpha_4$, $\beta_2\beta_3\beta_4$ sind somit bezüglich eines Punktes γ perspektiv.

Nachdem diese Eigenschaft der Vierecke AB vom Kegelschnitt c_4 unabhängig ist, so sind auch die Diagonalendreiecke $\beta_2\beta_3\beta_4$, $\gamma_2\gamma_3\gamma_4$; $\gamma_2\gamma_3\gamma_4$, $\alpha_2\alpha_3\alpha_4$ bezüglich der Punkt α, β perspektiv. Da nun auch die Diagonaldreiecke $\alpha_2\beta_2\gamma_2$, $\alpha_3\beta_3\gamma_3$, $\alpha_4\beta_4\gamma_4$ der Vierecke N_2, N_3, N_4 des konjugierten Tripels ebenfalls bezüglich der Perspektivitätsmittelpunkte ν_2, ν_3, ν_4 paarweise perspektiv sind, so treffen sich die homologen Seiten von je zwei der früheren perspektiven Dreiecken in den Punkten ν_2, ν_3, ν_4 einer Geraden.

Also:

Die Diagonaldreiecke der Vierecke eines desmischen Tripels sind paarweise perspektiv; die homologen Seiten treffen sich in den nämlichen drei Punkten einer Perspektivitätsachse also liegen auch die Perspektivitätsmittelpunkte in einer Geraden und bilden somit die bekannte Hessesche Konfiguration $(20_3, 15_4)$.

Diese drei Diagonaldreiecke stehen aber noch in einer näheren Beziehung zu einander.

Betrachtet man nämlich das dem Kegelschnitt c_4 umschriebene Viereck $N_2 = E_{12}F_{12}E_{34}F_{34}$, dessen Diagonaldreieck $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ ist, und dessen Seiten: $E_{12}F_{12} = A_1A_2$, $F_{12}E_{34} = B_3B_4$, $E_{34}F_{34} = A_3A_4$, $F_{34}E_{12} = B_1B_2$ sind, so ergibt sich, dass $\alpha_2\beta_2$ die Polare des Punktes γ_2 ist. Da aber die Polaren der Punkte α_2, β_2 nach c_4 die Geraden $\alpha_4\beta_3$, $\alpha_3\beta_4$ sind, so ist der Treffpunkt dieser Geraden der Punkt γ_2.

Auch diese Eigenschaft der Diagonalpunkte des desmischen Viereckstripels ABC ist unabhängig vom Kegelschnitt c_4, also liegen von den neun Diagonalpunkten je drei, welche mit verschiedenen Buchstaben und mit verschiedenen Zeiger versehen sind, je in einer Geraden. Diese Geraden $\alpha_3\beta_2\gamma_4$, $\alpha_3\beta_4\gamma_2$, $\alpha_2\beta_4\gamma_3$, $\alpha_4\beta_2\gamma_3$, $\alpha_4\beta_3\gamma_2$, $\alpha_2\beta_3\gamma_4$, welche zu dreien die Diagonalpunkte der Vierecke des desmischen Tripels tragen, wollen wir *Diagonalgeraden* des desmischen Viereckstripels nennen.

Betrachtet man diese als Seiten eines Sechsseits, so treffen sich dessen Hauptdiagonalen $\alpha_3\alpha_4$, $\beta_3\beta_4$, $\gamma_3\gamma_4$, wegen der Perspektivität der Dreiecke $\alpha_3\beta_3\gamma_3$, $\alpha_4\beta_4\gamma_4$, in einem Punkt so, dass es ein Brianchon-Sechsseit ist.

Somit:

Die sechs Diagonalgeraden des desmischen Viereckstripels berühren einen Kegelschnitt $\varkappa$.

Die Diagonalen $E_{12}E_{34} = C_1C_2$, $F_{12}F_{34} = C_3C_4$ des dem Kegelschnitt c_4 umschriebenen Viereckes $N_2 = E_{12}F_{12}E_{34}F_{34}$ trennen harmonisch die Punkte $\alpha_2 = (E_{12}F_{12}, E_{34}F_{34})$, $\beta_2 = (E_{12}F_{34}, E_{34}F_{12})$ und daher auch die Polaren derselben $\alpha_4\beta_3\gamma_2$, $\alpha_3\beta_4\gamma_2$ nach c_4, also sind die in γ_2 zusammenstossenden Gegenseiten des Viereckes C durch diese Polaren harmonisch getrennt.

Kurz:

Die in einem Diagonalpunkt eines Viereckes des desmischen Tripels zusammenstossenden Seiten des Viereckes und die Diagonalgeraden des Tripels trennen sich harmonisch.

5. Wir fanden soeben, dass die Gegenseiten C_1C_2, C_3C_4 des Viereckes C nicht nur die Diagonalgeraden $\alpha_4\beta_3\gamma_2$, $\alpha_3\beta_4\gamma_2$ harmonisch trennen, sondern auch ihre Pole α_2, β_2 nach dem Kegelschnitt c_4, so wie auch die Diagonalpunkte γ_3, γ_4 des Viereckes, also folgende Diagonalpunktpaare: $\alpha_2\beta_2$, $\alpha_3\beta_3$, $\alpha_4\beta_4$ und $\gamma_3\gamma_4$.

Auch diese Eigenschaft ist vom Kegelschnitt c_4 unabhängig, so dass z. B. die Gegenseiten A_1A_3, A_2A_4 des Viereckes A die Diagonalpunktpaare $\alpha_2\alpha_4$, $\beta_2\gamma_2$, $\beta_3\gamma_3$, $\beta_4\gamma_4$ harmonisch trennen.

Wir benützen diese Eigenschaft um das desmische Viereckstripel aus seinen Diagonalgeraden zu konstruieren.

Die obige Bezeichnung behaltend sei $\alpha_3\beta_4\gamma_3\alpha_4\beta_3\gamma_4$ ein beliebiges **Brianchon-Sechsseit.**

Nach Früherem trennen die Gegenseiten A_1A_3, A_2A_4 des Viereckes A die Nachbareckpunkte $\beta_4\gamma_4$ des Eckpunktes α_3, und auch die Nachbareckpunkte $\beta_3\gamma_3$ seines Gegeneckpunktes α_4 harmonisch; die nämlichen Eckpunkte trennen auch die in α_4 zusammenstossenden Gegenseiten A_1A_4, A_2A_3 des Viereckes A harmonisch; endlich trennen die sich im Eckpunkte α_2 treffenden Gegenseiten A_1A_2, A_3A_4 die Gegenseiten $\beta_3\gamma_4$, $\beta_4\gamma_3$ und Gegenecken α_3, α_4 des Sechsseits harmonisch. Aus diesen Eigenschaften kann das Viereck A und ebenso das Viereck B und C konstruiert werden.

Wir haben so den Satz über desmische Viereckstripel:

Die Geradenpaare, welche aus den Gegeneckpunkten eines

BRIANCHON-*Sechsseits so ausstrahlen, dass sie die Nachbareckpunkte dieser Gegeneckpunkte harmonisch trennen, sind die Gegenseiten von drei desmischen Vierecken; die Seiten des* BRIANCHON-*Sechsseits sind Diagonalgeraden des Viereckstripels.*

Da auch die drei dritten Gegenseiten der drei Vierecke, zwei Gegenseiten und die ausserhalb derselben liegenden Eckpunkte harmonisch trennen, so haben wir eine neue Eigenschaft des BRIANCHON-Sechsseits und dual des PASCAL-Sechseckes gefunden, welche so lautet:

Das Geradenpaar, welches zwei Gegenseiten und die zwei ausserhalb derselben liegenden Gegeneckpunkte eines BRIANCHON-*Sechsseits, und die zwei aus diesen Gegeneckpunkten ausstrahlenden Geradenpaare, welche beide Nachbareckpuntpaare dieser Gegeneckpunkte harmonisch trennen — sind die drei Gegenseitenpaare eines Viereckes.*

Das Punktpaar, welches zwei Gegeneckpunkte eines PASCAL-*Sechseckes und diejenigen Gegenseiten desselben, welche mit jenen Gegeneckpunkten nicht inzident sind, dann die zwei Punktpaare auf diesen Gegenseiten, welche die mit diesen nachbarlichen Seiten harmonisch trennen, — bilden die drei Gegeneckpunktpaare eines Vierseits.*

6. Ausser den sechs Diagonalgeraden, auf welchen sich je ein Gegenseitenpaar jedes der Vierecke eines desmischen Tripels trifft, gibt es noch sechs Geradenpaare, auf welchen sich die Seiten von verschiedenen Vierecken in je drei Punktpaaren treffen. Um diese zu finden bezeichnen wir die Eckpunkte eines dem Kegelschnitt c_4 umschriebenen Vierseits, dessen Seiten A_1A_2, B_1B_3, A_3A_4, B_2B_4 sind, mit:

$$S = (A_1A_2,\ B_1B_3), \qquad U = (B_1B_3,\ A_3A_4),$$
$$T = (A_3A_4,\ B_2B_4), \qquad V = (B_2B_4,\ A_1A_2).$$

Nimmt man die BRIANCHON-Sechsseite

$$A_1F_{13}TA_4F_{24}S \qquad A_1E_{13}UA_4E_{24}V$$
$$A_2E_{24}TA_3E_{13}S \qquad A_2F_{24}UA_3F_{13}V$$
$$B_1F_{34}TB_4F_{12}S \qquad B_4E_{34}UB_1E_{12}V$$
$$B_3E_{34}TB_2E_{12}S \qquad B_2F_{34}UB_3F_{12}V$$

und das in Betracht, dass

$$E_{12}E_{34} = C_3C_4,\ F_{12}F_{34} = C_1C_2,\ E_{13}E_{24} = C_2C_4,\ F_{13}F_{24} = C_1C_3,$$

so findet man, dass sich die Seitenpaare

$$\begin{array}{ll} A_1A_4,\ C_1C_3 & A_1A_4,\ C_2C_4 \\ A_2A_3,\ C_2C_4 & A_2A_3,\ C_1C_3 \\ B_1B_4,\ C_1C_2 & B_1B_4,\ C_3C_4 \\ B_3B_2,\ C_3C_4 & B_2B_3,\ C_1C_2 \end{array}$$

bezw. auf den Geraden $x_1 = ST$, $y_1 = UV$ treffen. Und da auch die Punkte S, T, U, V die Treffpunkte der Seitenpaare der Vierecke A, B sind, so liegen die Treffpunkte der Seitenpaare

$$\begin{array}{lll} A_1A_2,\ B_1B_3 & B_1B_4,\ C_1C_2 & C_1C_3,\ A_1A_4 \\ A_3A_4,\ B_2B_4 & B_2B_3,\ C_3C_4 & C_2C_4,\ A_2A_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} A_1A_2,\ B_2B_4 & B_1B_4,\ C_3C_4 & C_1C_3,\ A_2A_3 \\ A_3A_4,\ B_1B_3 & B_2B_3,\ C_1C_2 & C_2C_4,\ A_1A_4 \end{array}$$

von folgenden einfachen Vierecken:

$$\begin{array}{l} A_1A_2A_3A_4 \\ B_1B_4B_2B_3 \\ C_1C_3C_4C_2 \end{array}$$

bezw. auf den Geraden x_1, y_1, welche als Diagonalen des Viereckes $SUTV$ konjugierte Polaren von c_4 sind.

Die allgemeine Formel dieser Vierecke:

$$\begin{array}{l} A_1A_jA_kA_l \\ B_1B_lB_jB_k \\ C_1C_k^{\dagger}C_lC_j^{\dagger} \end{array}$$

zeigt, da nur solche Seitenpaare zum Schnitte kommen, die sich in keinem der zwölf Punkte $E_{ij}^{\dagger}$, F_{ij} treffen, dass nur folgende sechs einfache Viereckstripel in Betracht gezogen werden können:

$$\begin{array}{lll} A_1A_2A_3A_4 & A_1A_3A_4A_2 & A_1A_4A_2A_3 \\ B_1B_4B_2B_3 & B_1B_2B_3B_4 & B_1B_3B_4B_2 \\ C_1C_3C_4C_2 & C_1C_4C_2C_3 & C_1C_2C_3C_4 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} A_1A_3A_2A_4 & A_1A_4A_3A_2 & A_1A_2A_4A_3 \\ B_1B_4B_3B_2 & B_1B_2B_4B_3 & B_1B_3B_2B_4 \\ C_1C_2C_4C_3 & C_1C_3C_2C_4 & C_1C_4C_3C_2 \end{array}$$

deren Seiten sich bezw. auf den Geradenpaaren x_1y_1, x_3y_3, x_5y_5, x_2y_2, x_4y_4, x_6y_6 treffen.

Also:

Die einfachen Vierecke des desmischen Tripels ABC kann man in sechsfacher Weise zu dreien so vereinigen:

$$A_1A_jA_kA_l, \quad B_1B_lB_jB_k, \quad C_1C_kC_lC_j,$$

dass zwei Gegenseiten (A_1A_j, A_kA_l) *des ersten Viereckes zwei Gegenseiten* (B_1B_k, B_jB_l) *des zweiten, und die anderen Gegenseiten dieses Viereckes* (B_1B_l, B_jB_k) *ein gewisses Gegenseitenpaar* (C_1C_j, C_kC_l) *des dritten, endlich die noch freien Gegenseiten des dritten und ersten Viereckes* (C_1C_k, C_lC_j), (A_1A_l, A_jA_k) *in je drei Punkten einer Geraden* x_n *und einer Geraden* y_n *treffen. Es gibt daher sechs solche Geradenpaare wie* x_ny_n.

7. Auf diesen sechs Geradenpaaren x_ny_n, auf welchen sich die Gegenseiten von je drei einfachen Vierecken des desmischen Viereckstripels zu Paaren in ziklischer Ordnung in je drei Punktpaaren treffen, treffen sich auch in je vier Punkten die Scheitelgeradenpaare.

Betrachtet man nämlich die BRIANCHON-Sechsseiten:

$$\begin{array}{ll} A_1A_3TB_4B_3S & A_1A_3UB_1B_2V \\ A_2A_4TB_2B_1S & A_2A_4UB_3B_4V \\ A_1A_3TB_2B_1S & A_1A_3UB_3B_4V \\ A_2A_4TB_4B_3S & A_2A_4UB_1B_2V, \end{array}$$

so sind ihre BRIANCHON-Punkte die Treffpunkte der Scheitelgeradenpaare

$$\begin{array}{ll} A_1B_4C_4, \ A_3B_3C_1 & A_1B_1C_1, \ A_3B_2C_4 \\ A_2B_2C_1, \ A_4B_1C_4 & A_2B_3C_4, \ A_4B_4C_1 \\ A_3B_1C_3, \ A_1B_2C_2 & A_3B_4C_2, \ A_1B_3C_3 \\ A_4B_3C_2, \ A_2B_4C_3 & A_4B_2C_3, \ A_2B_1C_2, \end{array}$$

welche sich bezw. auf den Geraden $ST = x_1$, $UV = y_1$ treffen.

Die allgemeine Formel der Scheitelgeradenpaare, welche sich auf den Geraden x_n, bezw. y_n treffen, ist:

$$x_n \begin{cases} A_1B_jC_j, & A_kB_kC_1, \\ A_kB_1C_k, & A_1B_eC_e, \\ A_lB_lC_1, & A_jB_1C_j, \\ A_jB_kC_l, & A_lB_jC_k \end{cases} \qquad y_n \begin{cases} A_1B_1C_1, & A_kB_lC \\ A_jB_lC_k, & A_lB_1C_l \\ A_kB_jC_l, & A_1B_kC_k \\ A_lB_kC_j, & A_jB_jC_1 \end{cases}$$

und je nachdem man hier anstatt $j\,k\,l$ bezw. die Zahlen 432, 243, 342; 423, 234, 342 schreibt, erhält man die Geradenpaare x_1y_1, x_3y_3, x_5y_5; x_2y_2, x_4y_4, x_6y_6.

Also:

Die sechzehn Scheitelgeraden eines desmischen Viereckstripels lassen sich sechsmal zu je acht und acht Geraden zerlegen, so dass die ersten vier Geradenpaare und die anderen ebenfalls vier solche Geradenpaare bilden, welche sich in vier Punkten je einer Geraden x_n, y_n, treffen; solche Geradenpaare wie x_n y_n gibt es daher sechs.

8. Wir untersuchen jetzt die Lage dieser sechs Geradenpaare x_ny_n und die ihrer Treffpunkte $n=(x_ny_n)$, $(n = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$.

Auf den Geraden x_1, x_3, x_5 treffen sich die Scheitelgeradenpaare:

$$x_1\begin{vmatrix} A_1B_4C_4, & A_3B_3C_1 \\ A_2B_2C_1, & A_4B_1C_4 \\ A_3B_1C_3, & A_1B_2C_2 \\ A_4B_3C_2, & A_2B_4C_3 \end{vmatrix} \quad x_3\begin{vmatrix} A_1B_2C_2 & A_4B_4C_1 \\ A_3B_3C_1, & A_2B_1C_2 \\ A_4B_1C_4, & A_1B_3C_3 \\ A_2B_4C_3, & A_3B_2C_4 \end{vmatrix} \quad x_5\begin{vmatrix} A_1B_3C_3, & A_2B_2C_1 \\ A_4B_4C_1, & A_3B_1C_3 \\ A_2B_1C_2, & A_1B_4C_4 \\ A_3B_2C_4, & A_4B_3C_2, \end{vmatrix}$$

also liegen die homologen Eckpunkte der Dreiecke, dessen homologe Seiten die Scheitelgeraden

$$\begin{matrix} A_2B_1C_2 & A_1B_4C_4 & A_3B_3C_1 \\ A_4B_4C_1 & A_3B_1C_3 & A_1B_2C_2 \end{matrix}$$

sind, auf den Geraden x_1, x_2, x_3, und die Treffpunkte B_1, C_2; B_4, A_1; C_1, A_3 der nicht homologen Seiten der zwei Dreiecke liegen auf den Scheitelgeraden $A_1B_1C_1$, $A_3B_4C_2$.

Treffen sich aber die nicht homologen Seiten von zwei Dreiecken auf zwei Geraden (oder auf einem Kegelschnitt), so treffen sich die homologen Seiten derselben auf einer Geraden und die zwei Dreiecke sind dann perspektiv; daher gehen die Verbindungsgeraden ihrer homologen Eckpunkte, also in diesem Fall die Geraden x_2, x_1, x_3, durch einen Punkt.

Ebenso kann man zeigen, dass auch die Geradentripel:

$$\begin{matrix} x_1x_3x_5 & x_1y_3y_5 & y_1x_3y_5 & y_1y_3x_5 \\ x_2x_4x_6 & x_2y_4y_6 & y_2x_4y_6 & y_2y_4x_6 \end{matrix}$$

durch je einen Punkt gehen und also die sechs Geradenpaare $x_n y_n$ die Gegenseiten von zwei Vierecken

$$x_1 x_3 x_5 y_1 y_3 y_5 = [xy]_{135}, \qquad x_2 x_4 x_6 y_2 y_4 y_6 = [xy]_{246}$$

sind.

Kurz:

Die sechs Geradenpaare $x_n y_n$, auf welchen sich die Seitenpaare der Vierecke eines desmischen Tripels in je drei Punktpaaren und die Scheitelgeraden dieser Vierecke paarweise in je vier Punkten treffen, sind die Gegenseiten von zwei Vierecken.

Diese zwei Vierecke $[xy]_{135}$, $[xy]_{246}$ wollen wir als die zu dem desmischen Viereckstripel ABC a d j u n g i e r t e Vierecke nennen.

Wir bemerken noch, dass die Gegenseiten $x_n y_n$ dieser adjungierten Vierecke die Diagonalen sind der aus den Gegenseiten der Vierecke A und B gebildeten (gemischtseitigen) Vierecken, wie $STUV$ (6).

Die in den Diagonalpunkten α_2, β_3; α_3, β_4; α_4, β_2, sowie die in α_3, β_2; α_4, β_3; α_2, β_4 zusammenstossenden Gegenseiten der Vierecke A und B bilden diese gemischtseitigen Vierecke, deren Diagonalen bezw. die Geradenpaare

$$x_1 y_1,\ x_3 y_3,\ x_5 y_5; \qquad x_2 y_2,\ x_4 y_4,\ x_6 y_6$$

sind.

Die aus den Gegenseiten der Vierecke B, C und C, A gebildeten gemischtseitigen Vierecke haben dieselben Diagonalenpaare $x_n y_n$.

9. Wir wollen jetzt zeigen, dass die Eckpunkte der Diagonaldreiecken 135, 246 von diesen adjungierten Vierecken $[xy]_{135}$, $[xy]_{246}$ auf einem Kegelschnitt liegen.

Das Dreieck $1\alpha_2\beta_3$ ist Diagonaldreieck des dem Kegelschnitt c_4 umschriebenen Viereckes $STUV$ (No 6), also Polardreieck von c_4, und ebenso ist auch $2\alpha_3\beta_2$ Polardreieck desselben.

Zu α_3 sind $2 = (x_2 y_2)$, β_2 und α_4 konjugierte Pole, welche in seiner Polaren liegen und diese trennt harmonisch die aus dem Punkte β_2 ausstrahlenden Tangenten des Kegelschnitts c_4 von der Geraden $\beta_2\alpha_3$. Aber der Punkt 5, als Treffpunkt der Geraden $x_5 = (A_1A_4,\ B_1B_2)\ (A_2A_3,\ B_3B_4)$, $y_5 = (A_1A_4,\ B_3B_4)\ (A_2A_3,\ B_1B_2)$ trennt ebenfalls harmonisch die aus β_2 ausstrahlenden Tangenten

von der Geraden $2a_4\beta_2$, also liegt der Punkt 5 in der Geraden $a_3\beta_2$.

Ebenso folgt, dass auch der Punkt $3 = (x_3y_3)$ in der Geraden $a_3\beta_2$ und die Punkte 4 und 6 in der Geraden $a_2\beta_3$ liegen.

Die Punkte a_3, a_3 werden von den Geraden A_1A_4, A_2A_3, also auch von den Treffpunkten derselben mit der Geraden a_2a_3 harmonisch getrennt, somit bilden die Polaren dieser harmonischen Punkte nach c_4, nämlich $2\beta_2$, $1\beta_3$ A_2A_3, A_1A_4 einen harmonischen Strahlenwurf und daher geht der Strahl $1\beta_3$ durch den Punkt 5.

Ebenso ergibt sich, dass die Geraden $1a_2$, $2a_3$ und $2\beta_2$ bezw. durch die Punkte 3, 6 und 4 gehen, d. h. dass die Seiten $a_2\beta_3$, $a_3\beta_2$ der Polardreiecken $1a_2\beta_3$, $2a_3\beta_2$ werden von den in 2 und 1 zusammenstossenden Seiten dieser Polardreiecken in den Punkten 6, 4, bezw. 1, 3 getroffen.

Daraus ersieht man, dass die sechs Seiten der Dreiecke 135, 246 mit den Diagonalgeraden des desmischen Tripels koinzidieren, und da diese einen Kegelschnitt $\varkappa$ berühren, so liegen die sechs Eckpunkte der zwei Dreiecke auf einem Kegelschnitt $\varkappa_1$.

Kurz:

Die Eckpunkte der Diagonaldreiecken der einem desmischen Viereckstripel adjungierten zwei Vierecke liegen auf einem Kegelschnitt $\varkappa_1$ und die Seiten derselben berühren einen Kegelschnitt $\varkappa$.

Von den Diagonalpunkten der desmischen Vierecke und ihren adjungierten Vierecke liegen folgende fünf je in einer Geraden:

$$\begin{array}{lll} 13a_2\beta_4\gamma_3 & 35a_3\beta_2\gamma_4 & 51a_4\beta_3\gamma_2 \\ 24a_4\beta_2\gamma_3 & 46a_2\beta_3\gamma_4 & 62a_3\beta_4\gamma_2. \end{array}$$

Die dem desmischen Viereckstripel adjungierten Vierecke sind Polarvierecke desjenigen Kegelschnitts $\varkappa$, den die Diagonalgeraden des Viereckstripels berühren.

Denn die Gegenseiten x_ny_n der adjungierten Vierecke trennen die Seitenpaare ihres Diagonaldreiecks harmonisch; diese Seitenpaare berühren aber den Kegelschnitt $\varkappa$, also sind die Gegenseiten x_ny_n konjugierte Polaren von $\varkappa$, somit die Vierecke, dem diese Gegenseiten angehören, Polarvierecke von $\varkappa$.

10. Mit Hilfe des den Dreiecken 135, 246 umschriebenen

Kegelschnitts $\varkappa_1$ kann man leicht die Berührungspunkte des von ihren Seiten berührten Kegelschnitts $\varkappa$ finden. (Fig. 4)

Trifft nämlich die Gerade, welche den Punkt 1 mit dem gemeinsamen Punkt der Seiten 35, 26 verbindet, den Kegelschnitt $\varkappa_1$ in dem Punkte 1_1, so liegen die Punkte (13, 46), (56, 11_1), (35, 41_1) auf der PASCAL-Geraden p des Sechseckes 135641_1.

Betrachtet man aber das Sechsseit mit den aufeinander folgenden Seiten 15, 13, 46, 62, 35, 35, so treffen sich die Verbindungs-

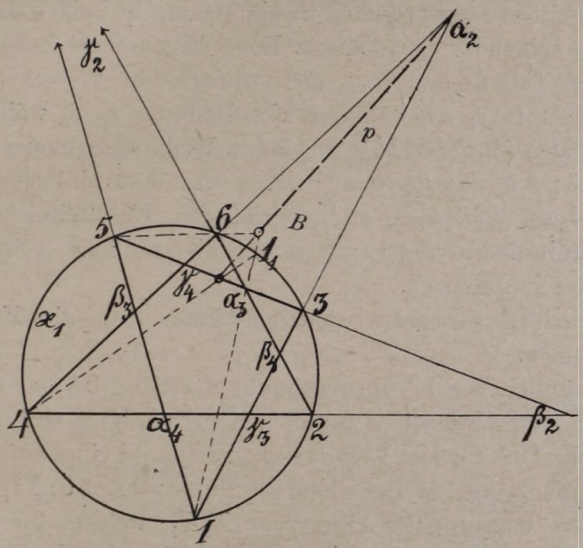


Fig. 4.

geraden der Gegenecken $1, 1_1 = (62, 35)$; 5, 6 im BRIANCHON-Punkte B desselben, somit trifft die Gerade, welche B mit dem Punkt (13, 46) verbindet, die Dreieckseite 35 in seinem Berührungspunkte mit dem Kegelschnitt $\varkappa$. Diese ist aber die PASCAL-Gerade p, also trifft die Gerade 41_1 die Dreieckseite 35 im Berührungspunkte mit $\varkappa$.

Allgemein können wir sagen:

Sind zwei Dreiecke einem Kegelschnitt $\varkappa_1$ einbeschrieben, also einem Kegelschnitt $\varkappa$ umschrieben, und projiziert man den Treffpunkt der einen Seite a des ersten Dreiecks mit der Seite b des zweiten Dreiecks aus dem Gegeneckpunkt der Seite a auf den Kegelschnitt $\varkappa_1$, so trifft die Gerade, welche diese Projektion mit dem Gegeneckpunkt

der Seite b verbindet, die Seite a im Berührungspunkte mit dem Kegelschnitt $\varkappa$.

Auf diese Resultate bezugnehmend, kann man die zwei adjungierten Vierecke eines desmischen Tripels unmittelbar aus seinen sechs Diagonalgeraden konstruieren.

Wir wissen, dass die Geradenpaare $14, 1\alpha_3$; $13, 15$; x_1y_1, so wie auch $23, 2\beta_3$; $24, 26$; x_2y_2 konjugierte Polaren des Kegelschnitts c_4 sind, daher sind sie zugeordnete Strahlen je einer Involution und die zwei letzteren zugeordneten Strahlenpaare in beiden Involutionen trennen einander harmonisch. Diese Eigenschaft haben auch die anderen Gegenseiten x_ny_n der adjungierten Vierecke, nur muss man anstatt c_4 zwei andere Kegelschnitte c_2, c_3 wählen, welche dies zeigen (S. unter II.). So sind z. B. die Geradenpaare $54, 5\beta_4$; $51, 53$; x_5y_5 konjugierte Polaren des dem einfachen Vierecke $A_1A_2A_3A_4$, $B_1B_2B_3B_4$ einbeschriebenen Kegelschnitts c_3, und es trennen in der Involution derselben die zwei letzten Strahlenpaare einander harmonisch.

Diese Eigenschaft benützend kann man die Konstruktion vornehmen.

Nämlich der Berührungspunkt der Seite 35 der dem Kegelschnitt $\varkappa$ umschriebenen und dem Kegelschnitt $\varkappa_1$ einbeschriebenen Dreiecke 135, 246 ist Involutionsmittelpunkt einer auf $\varkappa_1$ liegenden Punktinvolution; in dieser sind die Punktpaare 35; 11_1 zugeordnet und das zugeordnete Punktpaar X_1Y_1, welches 35 harmonisch trennt, liegt mit dem Pole der Geraden 35 nach $\varkappa_1$ in einer Geraden. Die Strahleninvolution, welche jene Punktinvolution aus dem Punkte 1 projiziert und deren zugeordnete Strahlen $14, 1\alpha_3$; $13, 15$; $1X_1$, $1Y_1$ sind ($\alpha_3 = [35, 26]$), liefert ein Gegenseitenpaar $1X_1 = x_1$, $1Y_1 = y_1$ der gewünschten adjungierten Vierecke, und analog findet man die übrigen.

Also:

Die sechs Diagonalgeraden eines desmischen Viereckstripels sind Tangenten eines Kegelschnitts $\varkappa$ und die abwechselnd aufeinander folgende Tangenten im Tangentenbüschel des Kegelschnitts sind die Seiten zweier Dreiecke 135, 246, denen man einen Kegelschnitt $\varkappa_1$ umschreiben kann.

Die Verbindungsgerade des Berührungspunktes einer beliebigen

Dreieckseite mit dem Pole derselben nach dem Kegelschnitt x_1 trifft diesen Kegelschnitt in zwei Punkten, die vom Gegeneckpunkt der Dreieckseite durch zwei Gegenseiten eines dem desmischen Tripel adjungierten Viereckes projiziert werden.

11. Die einfachen Vierecke des dem desmischen Viereckstripel ABC konjugierten Tripels $N_2N_3N_4$ lassen sich ebenfalls sechsmal zu dreien so vereinigen, dass die Treffpunkte der in ziklischer Ordnung aufeinander folgenden Gegenseiten je drei Punktpaare von Geradenpaaren sind.

Die allgemeine Formel dieser einfachen Vierecke ist:

$$\begin{matrix} E_{jk}F_{jk}E_{1l}F_{1l} \\ E_{lj}F_{1k}F_{lj}E_{1k} \\ E_{kl}E_{1j}F_{1j}F_{kl}, \end{matrix}$$

und die Seiten, welche sich auf den Geraden x_n bezw. y_n treffen, sind:

$$\begin{matrix} E_{jk}F_{jk}, & E_{lj}E_{1k} & E_{lj}F_{1k}, & E_{kl}F_{kl} & E_{kl}E_{1j}, & E_{jk}F_{1l} \\ E_{1l}F_{1l}, & F_{1k}F_{lj} & F_{lj}E_{1k}, & E_{1j}F_{1j} & F_{1j}F_{kl}, & F_{jk}E_{1l} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} E_{jk}F_{jk}, & F_{1k}F_{lj} & E_{lj}F_{1k}, & E_{1j}F_{1j} & E_{kl}E_{1j}, & F_{jk}E_{1l} \\ E_{1l}F_{1l}, & E_{lj}E_{1k} & F_{lj}E_{1k}, & E_{kl}F_{kl} & F_{1j}F_{kl}, & E_{jk}F_{1l}, \end{matrix}$$

und setzt man hier statt den Buchstaben jkl die Zahlen 234, 342, 423; 324, 432, 243, so bekommt man die sechs einfachen Viereckstripel und die Seitenpaare, welche sich bezw. auf den früheren Geradenpaaren x_1y_1, x_3y_3, x_5y_5; x_2y_2, x_4y_4, x_6y_6 treffen. Denn es liegen, um den ersten Fall zu betrachten, die Seiten

$$\begin{matrix} E_{23}F_{23}, & E_{24}E_{13} & E_{24}F_{13}, & E_{34}F_{34} & E_{34}E_{12}, & E_{23}F_{14} \\ E_{14}F_{14}, & F_{13}F_{24} & F_{24}E_{13}, & E_{12}F_{12} & F_{12}F_{34}, & F_{23}E_{14} \end{matrix}$$

der Vierecke $N_2N_3N_4$ mit den Seiten

$$\begin{matrix} A_2A_3, & C_2C_4 & B_2B_4, & A_3A_4 & C_3C_4, & B_2B_3 \\ A_1A_4, & C_1C_3 & B_1B_3, & A_1A_2 & C_1C_2, & B_1B_4 \end{matrix}$$

der Vierecke ABC auf je einer Geraden, und die Geradenpaare treffen sich auf der Seite x_1 eines zu ABC adjungierten Viereckes.

Also:

Zu konjugierten Viereckstripeln sind die nämlichen zwei Vierecke adjungiert.

Auch die Scheitelgeraden dieser Vierecke $N_2N_3N_4$ treffen sich paarweise in je vier Punkten dieser Geraden x_n, y_n, u. zw. die Scheitelgeraden:

$$x_n \begin{cases} E_{1k}E_{1l}E_{lk}, & E_{jk}F_{1j}F_{1k} \\ E_{1j}E_{1k}F_{jk}, & E_{1k}E_{1l}E_{kl} \\ E_{kj}F_{kl}F_{jl}, & E_{1j}E_{1l}E_{jl} \\ E_{jl}F_{1j}F_{1k}, & E_{kl}F_{jl}F_{jk} \end{cases} \quad y_n \begin{cases} E_{jk}E_{kl}E_{jl}, & E_{1l}F_{1j}F_{jl} \\ E_{1k}F_{1j}F_{jk}, & E_{kl}F_{1k}F_{1l} \\ E_{1l}F_{1k}F_{kl}, & E_{2j}E_{1k}E_{jk} \\ E_{1j}F_{1l}F_{lj}, & E_{jl}F_{jk}F_{kl}; \end{cases}$$

und setzt man hier anstatt den Buchstaben jkl die Zahlen 234, 342, 423; 324, 432, 243, so erhält man bezw. die Gegenseiten: x_1y_1, x_3y_3, x_5y_5; x_2y_2, x_4y_4, x_6y_6 der adjungierten Vierecke.

II. Desmische Kegelschnitte.

12. In den früheren Untersuchungen haben wir einen Kegelschnitt c_4 benützt, welchen acht Seiten der desmischen Vierecke AB berührten. Diese Seiten mit ihren Eckpunkten und Treffpunkten waren in einer quadratischen Form aufgeschrieben, in deren Zeilen und Reihen harmonische Punktwürfe waren. Jetzt wollen wir untersuchen, wieviel solche Kegelschnitte ergeben sich bei dem desmischen Viereckstripel ABC?

Die allgemeinen Formeln jener quadratischen Matrizen für die Viereckpaare AB, BC, CA sind folgende:

$$\begin{array}{lll} A_1E_{1j}A_jF_{1j} & B_1F_{kl}B_jE_{1j} & C_1F_{1j}C_jF_{kl} \\ E_{1k}B_1F_{1j}B_k & F_{1l}C_1F_{1k}C_k & F_{1k}A_1E_{1k}A_k \\ A_kF_{kl}A_lE_{kl} & B_kF_{1j}B_lE_{kl} & C_kE_{1j}C_lE_{kl} \\ F_{1k}B_jE_{jl}B_l & E_{1k}C_jE_{jl}C_l & F_{jl}A_jE_{jl}A_l \end{array}$$

Vertauscht man in der ersten Matriz die Buchstaben jkl nach einander mit den Zahlen 234, 342, 423, 324, 432, 243, so erhält man sechs solche Tafeln, da aber die Zeilen und Reihen der drei ersteren mit den Reihen und Zeilen der drei letzteren übereinstimmen, so liefern alle sechs nur dieselben drei Kegelschnitte. Also kann man die einfachen Vierecke der desmischen Vierecke AB nur in dreierlei Weise so paaren, dass ihre Seiten einen Kegelschnitt berühren sollen. Diese einfache Viereckpaare sind:

$$\begin{array}{lll} A_1A_3A_2A_4 & A_1A_4A_3A_2 & A_1A_2A_4A_3 \\ B_1B_3B_2B_4 & B_1B_4B_3B_2 & B_1B_2B_4B_3 \end{array}$$

und die drei diesen einfachen Viereckpaaren einbeschriebenen Kegelschnitte wollen wir bzw. mit c_2, c_3, c_4 bezeichnen, während die den analogen Viereckpaaren der desmischen Vierecke BC, CA einbeschriebenen Kegelschnitte a_2, a_3, a_4; b_2, b_3, b_4 heissen sollen.

Die Kegelschnitte a_2, b_2, c_2, welche von den vier einfachen Vierecken $A_1A_3A_2A_4$, $B_1B_3B_2B_4$, $C_1C_3C_2C_4$ bezw. dem zweiten und dritten, dem dritten und ersten, dem ersten und zweiten einbeschrieben sind, sind auch den einfachen Vierecken

$$\begin{array}{lll} E_{13}E_{24}F_{13}F_{14} & E_{13}E_{24}F_{24}F_{13} & E_{13}F_{13}E_{24}F_{24} \\ E_{14}E_{23}F_{14}F_{23} & E_{14}E_{23}F_{23}F_{14} & E_{14}F_{14}E_{23}F_{23} \end{array}$$

der desmischen Vierecke N_3, N_4 einbeschrieben, und ebenso sind die drei Kegelschnitte a_3, b_3, c_3, so wie auch a_4, b_4, c_4 bezw. den einfachen Viereckpaaren der desmischen Vierecke N_4, N_2; N_2, N_3 einbeschrieben.

Sagt man nun von drei Kegelschnitten, welche den einfachen Vierecken von zwei Vierecken eines desmischen Tripels einbeschrieben sind, dass sie ein desmisches Kegelschnittripel bilden, so hat man den Satz:

Die neun einfachen Vierecke eines desmischen Viereckstripels ABC kann man in neunfacher Weise so paaren, dass die acht Seiten dieser Viereckpaare je einen Kegelschnitt berühren; die Seiten der Viereckpaare des zum Tripel konjugierten Viereckstripels berühren die nämlichen neun Kegelschnitte und die zwei ausserhalb des Viereckpaares befindlichen Vierecke der beiden Tripel sind Polarvierecke des betreffenden Kegelschnitts.

Die so erhaltenen neun Kegelschnitte kann man zu sechs desmischen Kegelschnittripel vereinen; von diesen sind drei den Vierecken des einen Tripels, die anderen drei den Vierecken des zu diesem konjugierten Tripels einbeschrieben.

Die einfachen Vierecke der konjugierten Tripel, welche den Kegelschnitten a_j, b_j, c_j umschrieben sind, heissen:

$$a_j \begin{cases} B_1\,B_k\,B_j\,B_l \\ C_1\,C_k\,C_j\,C_l \\ E_{1k}E_{jl}F_{1k}F_{jl} \\ E_{1l}E_{jk}F_{1l}F_{jk} \end{cases} \quad b \begin{cases} C_1\,C_k\,C_j\,C_l \\ A_1\,A_k\,A_j\,A_l \\ E_{1k}E_{jl}F_{jl}F_{1k} \\ E_{1l}E_{jk}F_{jk}F_{1l} \end{cases} \quad c_j \begin{cases} A_1\,A_k\,A_j\,A_l \\ B_1\,B_k\,B_j\,B_l \\ E_{1k}E_{jl}F_{jl}F_{1k} \\ E_{1l}E_{jk}F_{jk}F_{1l} \end{cases}$$

und die in den Zeilen und Reihen der folgenden Tabelle befindliche Kegelschnitte bilden solche desmische Tripel, welche den in denselben Zeilen oder Reihen befindlichen Viereckpaaren der konjugierten desmischen Tripeln ABC, $N_2N_3N_4$ einbeschrieben sind:

k	N_3N_4	N_3N_2	N_2N_3
BC	a_2	a_3	a_4
CA	b_2	b_3	b_4
AB	c_2	c_3	c_4

13. Zwei beliebige Kegelschnitte gehören zu keinem desmischen Tripel. In welcher Beziehung müssen daher zwei Kegelschnitte sein, damit sie durch einen dritten zu einem desmischen Tripel ergänzt werden können?

Um dies zu erkennen, nehmen wir das desmische Kegelschnitttripel $c_2c_3c_4$ in Betracht, dessen Kegelschnitte in den einfachen Viereckpaaren (c_j: in $A_1A_kA_j^3A_l$, $B_1B_kB_jB_l$) der Vierecke A, B des desmischen Tripels ABC einbeschrieben sind.

Die Polaren des Diagonalpunktes a_2 nach c_4 und c_3 sind bezw. die Diagonalgeraden $a_4\beta_3$, $a_3\beta_4$, und eben diese sind auch die Polaren des Diagonalpunktes β_2 nach den Kegelschnitten c_3, c_4.

Ebenso sind die Polaren des Diagonalpunktes a_3 nach den Kegelschnitten c_2 und c_4 und des Diagonalpunktes β_3 nach c_4 und c_2: $a_2\beta_4$, bezw. $a_4\beta_2$; endlich fallen die Polaren der Diagonalpunkte a_4, β_4 nach den Kegelschnitten c_2 und c_3 abwechselnd zusammen mit den Diagonalgeraden $a_3\beta_2$, $a_2\beta_3$. Wir haben daher:

Die charakteristische Eigenschaft der Kegelschnittpaare eines desmischen Tripels ist, dass die acht Berührungspunkte ihrer gemeinsamen Tangenten auf zwei Geraden liegen.

Man findet leicht, dass es in einer Kegelschnittschaar zu jedem Kegelschnitt der Schaar (c_4) drei Kegelschnitte (c_3) gibt, welche mit jenem, Paare eines desmischen Kegelschnittripels sein können.

Sind nämlich $a_2\beta_2$ zwei Gegeneckpunkte des der Kegelschnittschaar umschriebenen Vierseits und c_4 ein Kegelschnitt der Schaar,

so treffen die Polaren der Punkte a_2 und β_2 nach c_4, die aus den Punkten β_2, bezw. a_2 ausstrahlenden Tangentenpaare des Kegelschnitts c_4 in den Berührungspunkten dieser Tangenten mit demjenigen Kegelschnitt c_3 der Schaar, der mit c_4 zu einem Paare eines desmischen Tripels gehört.

Nimmt man dann auf diesen Polaren der Punkte a_2, β_2 nach dem Kegelschnitt c_4 bezw. die Punkte β_3, a_3 beliebig an, so bilden die aus den Punktpaaren a_2, a_3 und β_2, β_3 ausstrahlenden Tangentenpaare die Seiten der einfachen Vierecke A und B. Die Seiten eines anderen einfachen Viereckes mit denselben Eckpunkten berühren den Kegelschnitt c_3.

Der Kegelschnitt c_2, welcher die aus den Punkten a_3 und β_3 zu c_4 ausstrahlenden Tangenten in den Treffpunkten derselben mit den Polaren der Punkte β_3 bezw. a_3 nach c_4 berührt, ergänzt die Kegelschnitte c_4, c_3 zu einem desmischen Tripel.

Da man die Punkte a_3 und β_3 auf den betreffenden Polaren ∞^1-mal annehmen kann, so ergibt sich:

Liegen die Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten von zwei Kegelschnitten auf zwei Geraden, dann gibt es ∞^2 Kegelschnitte, welche jene zu einem desmischen Kegelschnittripel ergänzen.

Ferner:

Die Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten der Kegelschnittpaare eines desmischen Kegelschnittripels liegen auf drei Geradenpaaren, welche die Gegenseiten eines BRIANCHON-*Sechsseits sind.*

14. Wir fanden in No. 9, dass $1a_2\beta_3$, $2a_3\beta_2$ Polardreiecke des Kegelschnitts c_4 sind. Die Seiten dieser Dreiecke sind Diagonalgeraden der desmischen Vierecke ABC, also fallen sie mit den verschiedenen Seiten der Dreiecke 135, 246 zusammen. Es müssen daher andere Zusammenstellungen der Seiten dieser zwei Dreiecke zu neuen Dreieckpaaren, Polardreieckpaare der neun Kegelschnitte a_j, b_j, c_j sein.

Aus den sechs Seiten der zwei Dreiecke 135, 246 lassen sich ausser diesem noch neun Dreieckpaare zusammenstellen und diese sind eben Polardreiecke der betreffenden Kegelschnitte. In einer leichtverständlichen Tabelle sind diese Dreieckpaare folgende:

$$k \begin{cases} [13\,35\,51] = 135 \\ [24\,46\,42] = 2\dot{4}6 \end{cases}$$

$$a_2 \begin{cases} [51\,5\dot{3}\,46] = 5\beta_3\gamma_4 \\ [24\,26\,13] = 2\beta_4\gamma_3 \end{cases} \qquad a_3 \begin{cases} [13\,15\,26] = 1\beta_4\gamma_2 \\ [42\,46\,35] = 4\beta_2\gamma_4 \end{cases}$$

$$b_2 \begin{cases} [13\,15\,24] = 1\gamma_3\alpha_4 \\ [62\,64\,35] = 6\gamma_4\alpha_3 \end{cases} \qquad b_3 \begin{cases} [35\,31\,46] = 3\gamma_2\alpha_4 \\ [24\,26\,15] = 2\gamma_4\alpha_2 \end{cases}$$

$$c_2 \begin{cases} [31\,35\,62] = 3\alpha_3\beta_4 \\ [46\,42\,15] = 4\alpha_4\beta_3 \end{cases} \qquad c_3 \begin{cases} [51\,53\,24] = 5\alpha_4\beta_2 \\ [62\,64\,13] = 6\alpha_2\beta_4 \end{cases}$$

$$a_4 \begin{cases} [31\,35\,24] = 3\beta_2\gamma_3 \\ [64\,62\,15] = 6\beta_3\gamma_2 \end{cases}$$

$$b_4 \begin{cases} [51\,53\,26] = 5\gamma_2\alpha_3 \\ [42\,4\dot{6}\,13] = 4\gamma_3\alpha_2 \end{cases}$$

$$c_4 \begin{cases} [13\,15\,46] = 1\alpha_2\beta_3 \\ [24\,26\,35] = 2\alpha_3\beta_2 \end{cases}$$

Das erste Dreieckpaar, nämlich die Dreiecke 135, 246, sind Polardreiecke eines imaginären Kegelschnitts k, da die konjugierten Pole auf den Seiten des Dreieckes 135 einander trennen.

Eine beliebige Seite (z. B. 24) des Polardreieckes 246 trifft nämlich zwei Seiten (z. B. 15, 35) des Dreieckes 135 auf ihren endlichen, die dritte auf den unendlichen Teilen, während die Verbindungsgeraden der Gegenecke (6) der betrachteten Seite des ersten Dreieckes mit den Gegenecken der zwei Seiten des zweiten Dreieckes (3, 1), diese Seiten (15, 35) ausserhalb den endlichen Teilen und mit der Gegenecke der dritten Seite (13), diese auf ihrem endlichen Teile trifft.

Nachdem aber diese Treffpunkte auf den Seiten des Dreieckes 135 konjugierte Pole sind zu den Eckpunkten nach dem Kegelschnitt k und diese einander trennen, so muss k imaginär sein.

Auch umgekehrt kann man sagen:

Die Seiten eines Brianchon-*Sechsseits lassen sich in zehn Dreieckpaare zerlegen, welche als Polardreiecke zehn Kegelschnitte bestimmen; die nicht aufeinanderfolgenden Seiten im Strahlenbüschel zweiter Ordnung, den die sechs Seiten bestimmen, sind zwei Polardreiecke eines imaginären Kegelschnitts, die übrigen neun Kegelschnitte*

sind reell und berühren die Seiten der neun einfachen Viereckpaare eines desmischen Viereckstripels.

Sind nämlich α_2, β_2, γ_2 die Treffpunkte der Gegenseiten eines BRIANCHON-Sechsseits $\gamma_3\beta_4\alpha_3\gamma_4\beta_3\alpha_4$, so dass die aufeinander folgenden Seiten $\alpha_2\beta_4\gamma_3$, $\alpha_3\beta_4\gamma_2$, $\alpha_3\beta_2\gamma_4$, $\alpha_2\beta_3\gamma_4$, $\alpha_4\beta_3\gamma_2$, $\alpha_4\beta_2\gamma_3$ sind, so treffen sich die homologen Seiten der perspektiven Dreiecke $\alpha_2\beta_2\gamma_2$, $\alpha_3\beta_3\gamma_3$, $\alpha_4\beta_4\gamma_4$ in den drei Punkten α, β, γ einer Geraden, bezüglich welcher Punkte die Dreiecke $\alpha_2\alpha_3\alpha_4$, $\beta_2\beta_3\beta_4$, $\gamma_2\gamma_3\gamma_4$ auch perspektiv sind.

Bezeichnet man die erste, dritte und fünfte Seite jenes Sechsseits mit 13, 35, 51, die zweite, vierte und sechste Seite aber mit 26, 64, 42, dann sind 135, 246 Polardreiecke eines imaginären Kegelschnitts, und die aus den Seiten dieser Dreiecke oder des Sechsseits zusammenstellbaren Dreieckpaare, Polardreiecke von neun reellen Kegelschnitten. Solch einen reellen Kegelschnitt bestimmen z. B. die Polardreiecke 13 15 46; 24 26 35 oder kürzer: $1\alpha_2\beta_3$, $2\alpha_3\beta_2$.

Nachdem die Punktpaare $\alpha_2 = (46, 13)$, $\beta_3 = (46, 15)$; $\alpha_3 = (35, 25)$, $\beta_2 = (35, 24)$ konjugierte Pole sind des Kegelschnitts c_4, so sind die aus α_2, α_3 und β_2, β_3 ausstrahlenden Tangenten des Kegelschnitts c_4 die Seiten zweier Vierecke $A = A_1A_2A_4A_3$, $B = B_1B_2B_4B_3$, welche ein Paar eines desmischen Viereckstripels bilden (No 4).

Dieses Paar wird durch ein Viereck C zu einem desmischen Tripel ergänzt und die übrigen einfachen Viereckpaare desselben berühren die schon durch das BRIANCHON-Sechsseit bestimmten acht reellen Kegelschnitte.

(In No. 5 haben wir die Vierecke des desmischen Tripels, in No. 9 seine zwei adjungierten Vierecke und jetzt die neun Kegelschnitte $a_1, \ldots c_4$ aus dem BRIANCHON-Sechsseit der Diagonalgeraden konstruiert.)

Nachdem die Vierecke A, B und C bezw. Polarvierecke sind der Kegelschnittstripel $a_2a_3a_4$, $b_2b_3b_4$ und $c_2c_3c_4$, so fragen wir, in welcher Beziehung sind diese Vierecke zu dem imaginären Kegelschnitt k?

135, 246 sind Polardreiecke von k, darum ist das Geradenpaar, welches die Seiten 35, 46 und zugleich ihre Pole 1, 2 nach k harmonisch trennt und welches nach dem Früheren C_1C_4, C_2C_3 ist,

ein konjugiertes Polarenpaar von k. Und da der Treffpunkt irgendeiner Seite des Dreieckes 135 mit einer beliebigen Seite des Dreieckes 246 ein Diagonalpunkt eines Viereckes des Tripels ABC ist, und das aus diesem Diagonalpunkt ausstrahlende Geradenpaar, welches die zum Schnitt gebrachten Seiten der zwei Dreiecke, so wie ihre Pole nach k harmonisch trennt, ein Gegenseitenpaar eines der Vierecke ABC und zugleich ein konjugiertes Polarenpaar von k, so kann man sagen:

Sowohl die Vierecke ABC des desmischen Tripels, als auch die Vierecke $N_2N_3N_4$ des konjugierten Tripels sind Polarvierecke des imaginären Kegelschnitts k.

Von den neun reellen Kegelschnitten a_j, b_j, c_j und dem imaginären Kegelschnitt k kann man sagen, dass sie ein vollständiges desmisches Kegelschnittsystem bilden.

15. Wir wollen jetzt die Frage beantworten, welche von den zehn Dreieckpaaren, die von den Seiten eines Brianchon-Sechseckes gebildet werden können, bestimmen als Polardreiecke Kegelschnitte eines desmischen Tripels? Dies erkennen wir aus der Tabelle in No 14.

Vereinen wir nämlich solche drei Seiten des Brianchon-Sechsseits, von denen keine zwei nachbarlich sind, zu Paaren, und ergänzen diese entweder mit der zwischenliegenden Seite des Sechsseits, oder anstatt dieser mit einer andern nachbarlichen zu einer oder zu der anderen der zwei angenommenen Seiten des Paares, und machen wir dasselbe mit den zwei anderen Seitenpaaren rücksichtnehmend darauf, dass die zugefügte dritte Seite bei allen drei Paaren in demselben Sinne darauf folge (in der Seitenfolge des Sechsseits): dann bestimmen diese drei Dreiecke und die sie ergänzenden drei Dreiecke je zwei Polardreiecke eines desmischen Kegelschnittripels.

Sind also *abcdef* die Seiten eines Brianchon-Sechsseits, so bilden *ac, ce, ea* solche Paare, die nicht nachbarlich sind; diese kann man dann ergänzen entweder mit den zwischenliegenden Seiten *b, d, f*, und dann sind die Dreieckpaare: *abc, def; cde, fab; efa, bcd*; oder man ergänzt die Seitenpaare *ac, ce, ea* mit den zu *c, e, a* nachbarlichen *d, f, b*, und dann sind die Dreieckpaare *acd, bef; cef, abd; eab, cdf*; oder endlich ergänzt man die Seitenpaare *ac, ce, ea*

mit den Nachbarn der anderen Seiten a, c, e, nämlich mit f, b, d und dann sind die Dreieckpaare *fac, bde; bce, dfa; dea, fbc*. Die durch diese Polardreieckpaare bestimmten drei Kegelschnitte sind desmisch, d. h. die acht Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten ihrer Paare liegen stets zu vieren auf den Seiten *abcdef* des BRIANCHON-Sechsseits und einzeln berühren sie die einfachen Viereckpaare von zwei vollständigen Vierecken, deren sechs Diagonalpunkte paarweise auf den Sechseckseiten liegen.

III. Imaginäre desmische Vierecke.

16. Aus den konjugierten desmischen Viereckstripeln ABC, $N_2N_3N_4$ der früheren Betrachtungen kann man neue Viereckstripel ableiten, deren Vierecke aber teilweise imaginär sind.

Die Seiten der Vierecke ABC, $N_2N_3N_4$ liegen auf achzehn Geraden und die Eckpunktpaare auf diesen Seiten trennen einander harmonisch. Auf jeder dieser Geraden trennt daher ein konjugiert-imaginäres Punktpaar jene Eckpunktpaare harmonisch. Diese konjugiert-imaginäre Punktpaare auf den Seiten A_iA_j, B_iB_j, C_iC_j der Vierecke A, B, C wollen wir bezw. mit den Buchstaben und Zeiger A_{ij}, A_{ji}; B_{ij}, B_{ji}; C_{ij}, C_{ji} und dieselben nach v. STAUDT mit folgenden harmonischen Punktwürfen definieren:

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= A_iE_{ij}A_jF_{ij} \text{ also } A_{ji} = A_jE_{ij}A_iF_{ij}\\
B_{ij} &= B_iE_{ij}B_jF_{kl} \text{ « } B_{ji} = B_jE_{ij}B_iF_{kl}\\
C_{1i} &= C_1F_{1i}C_iF_{jk} \text{ « } C_{i1} = C_iF_{1i}C_1F_{jk}\\
C_{ij} &= C_iE_{ij}C_jE_{kl} \text{ « } C_{ji} = C_jE_{ij}C_iE_{kl} \ldots (i, j, k, l+1)
\end{aligned}$$

(wobei $E_{ij} = E_{ji}$, $F_{ij} = F_{ji}$ ist).

Aus jedem Eckpunkte der Vierecke strahlen vier reelle und ausserdem sechs konjugiert-imaginäre Geradenpaare aus, welch letztere je zwei imaginäre Punkte und die zu diesen konjugierten Punkte projizieren.

Sind die Zeiger i, j, k, $l = 2$, 3 oder 4, so strahlen aus dem

Punkt	A_1	die	sechs	Geraden	$B_{1i}C_{1i},\ B_{ij}C_{ij},$
«	B_1	«	«	«	$C_{1i}A_{i1},\ C_{ij}A_{ij},$
«	C_1	«	«	«	$A_{1i}B_{1i},\ A_{ij}B_{ij},$
«	A_i	«	«	«	$B_{i1}C_{i1},\ B_{1j}C_{ki},\ B_{ki}C_{1j},\ B_{jk}C_{kj}$
«	B_i	«	«	«	$C_{1i}A_{1i},\ C_{1j}A_{ki},\ C_{ik}A_{1j},\ C_{jk}A_{kj}$
«	C_i	«	«	«	$A_{1i}B_{i1},\ A_{1j}B_{ik},\ A_{ik}B_{1j},\ A_{jk}B_{kj}$
«	E_{1i}	«	«	«	$A_{1j}A_{ij},\ B_{1j}B_{ij},\ C_{1j}C_{k1},\ C_{ji}C_{ik}$
«	F_{1i}	«	«	«	$A_{1j}A_{ji},\ B_{1j}B_{k1},\ B_{ji}B_{ik},\ C_{1j}C_{ij}$
«	F_{ij}	«	«	«	$A_{1i}A_{j1},\ A_{ki}A_{jk},\ B_{1i}B_{ik},\ C_{1i}C_{ik}$
«	E_{ij}	«	«	«	$A_{1i}A_{ij},\ B_{1i}B_{1j},\ C_{1i}C_{1j}$ $A_{ki}A_{kj},\ B_{ki}B_{kj},\ C_{ki}C_{kj}$

sowie die zu diesen konjugiert-imaginäre Geraden.

So z. B. gehen die Geraden, welche die Punkte

$$\begin{cases} C_{1i} = C_1F_{1i}C_iF_{jk} \\ A_{i1} = A_1F_{1i}A_iE_{1i} \end{cases}$$

und die zu diesen konjugiert-imaginären Punkte verbinden, durch den Treffpunkt B_1 der reellen Geraden $C_1A_1,\ C_iA_i,\ E_{1i}F_{jk}$; oder die Geraden, welche die Punkte

$$\begin{cases} C_{1i} = C_1F_{1i}C_iF_{jk} \\ A_{1i} = A_iF_{1i}A_1E_{1i} \end{cases}$$

und die zu diesen konjugiert-imaginären Punkte verbinden, durch den Treffpunkt B_i der reellen Geraden $C_1A_i,\ C_iA_1,\ F_{jk}E_{1i}$; schliesslich treffen sich die Geraden, welche die imaginären Punkte

$$\begin{cases} A_{ki} = A_kE_{ki}A_iF_{ki} \\ A_{kj} = A_kE_{kj}A_jF_{kj} \end{cases}$$

und die zu diesen konjugierten Punkte verbinden, im Schnittpunkt E_{ij} der reellen Geraden $E_{ki}E_{kj},\ A_iA_j,\ F_{ki}F_{kj}$.

Aber nicht nur aus den reellen Punkten, sondern auch aus den imaginären Punkten der Konfiguration strahlen sechzehn Gerade aus, die aber alle imaginär sind.

So z. B. strahlen aus, aus dem Punkt A_{1i} und A_{jk} bezw. die Geraden

$A_{1j}E_{ij}$, $A_{ik}F_{1k}$, $A_{1k}E_{ik}$, $A_{ij}F_{1j}$ $\quad$ $A_{1j}F_{1k}$, $A_{lk}E_{lj}$, $A_{1k}E_{1j}$, $A_{lj}F_{lk}$
$A_{j1}F_{ij}$, $A_{ki}E_{1k}$, $A_{k1}F_{ik}$, $A_{ji}E_{1j}$ $\quad$ $A_{j1}E_{1k}$, $A_{kl}F_{lj}$, $A_{k1}F_{1j}$, $A_{jl}E_{lk}$
$B_{1i}C_1$, $B_{jk}C_j$, $C_{i1}B_1$, $C_{jk}B_j$ $\quad$ $B_{jk}C_1$, $B_{1l}C_j$, $C_{jk}B_1$, $C_{l1}B_j$
$B_{il}C_i$, $B_{kj}C_k$, $C_{1i}B_i$, $C_{kj}B_k$ $\quad$ $B_{kj}C_k$, $B_{l1}C_k$, $C_{kj}B_l$, $C_{1l}B_k$.

Die vierundzwanzig Eckpunkte der Dreieckpaare ABC, $N_2N_3N_4$ und die auf ihren Seiten liegenden achtzehn konjugiert-imaginären Punktpaare, also sechsunddreissig Punkte, ferner die aus jedem der sechzig Punkte ausstrahlenden sechzehn Geraden bilden eine Konfiguration $(32 0_3, 60_{16})$, wo auf jeder Geraden drei Punkte liegen.

17. Die auf den Gegenseiten der Vierecke ABC, liegende konjugiert-imaginäre Punktpaare $A_{ij}A_{ji}$, $A_{kl}A_{lk}$ usw. sind die Eckpunkte von folgenden neun Vierecken:

$$I_2^a = A_{12}A_{21}A_{34}A_{43},\quad I_3^a = A_{13}A_{31}A_{24}A_{42},\quad I_4^a = A_{14}A_{41}A_{23}A_{32}$$
$$I_2^b = B_{12}B_{21}B_{34}B_{43},\quad I_3^b = B_{13}B_{31}B_{24}B_{42},\quad I_4^b = B_{14}B_{41}B_{23}B_{32}$$
$$I_2^c = C_{12}C_{21}C_{34}C_{43},\quad I_3^c = C_{13}C_{31}C_{24}C_{42},\quad I_4^c = C_{14}C_{41}C_{23}C_{32},$$

welche daher ein reelles und zwei konjugiert-imaginäre Gegenseitenpaare haben.

Die sechzehn Verbindungsgeraden der Eckpunkte eines beliebigen dieser Vierecke mit den Eckpunkten eines mit ihm in einer Zeile oder Reihe befindlichem Viereckes gehen durch die Eckpunkte eines der Vierecke ABC, $N_2N_3N_4$, und dieses bildet daher mit den zwei ersten ein desmisches Viereckstripel. So z. B. treffen sich die Verbindungsgeraden

der	Punkte	$A_{14}B_{14}$	$A_{41}B_{41}$	$A_{23}B_{23}$	$A_{32}B_{32}$	im	Punkte	C_1
«	«	$A_{14}B_{41}$	$A_{41}B_{14}$	$A_{23}B_{32}$	$A_{32}B_{23}$	«	«	C_4
«	«	$A_{14}B_{32}$	$A_{41}B_{23}$	$A_{23}B_{41}$	$A_{32}B_{14}$	«	«	C_3
«	«	$A_{14}B_{23}$	$A_{41}B_{32}$	$A_{23}B_{14}$	$A_{32}B_{41}$	«	«	C_2,

also treffen sich die Eckpunkte der zwei Vierecke I_4^a, I_4^b der zweiten Reihe in den Eckpunkten des Viereckes C, während sich die Verbindungsgeraden

der Punkte	$C_{12}C_{13}$	$C_{21}C_{31}$	$C_{42}C_{43}$	$C_{24}C_{34}$	im Punkte	E_{23}
« «	$C_{21}C_{13}$	$C_{12}C_{31}$	$C_{24}C_{43}$	$C_{42}C_{34}$	« «	E_{14}
« «	$C_{32}C_{13}$	$C_{23}C_{31}$	$C_{24}C_{12}$	$C_{42}C_{21}$	« «	F_{23}
« «	$C_{43}C_{13}$	$C_{34}C_{31}$	$C_{42}C_{12}$	$C_{24}C_{21}$	« «	F_{14}

treffen, wie aus No (16) folgt..

Zwei beliebige Vierecke der Reihe oder Zeile der obigen Tabelle bilden mit einem der reellen Vierecke ein desmisches Tripel, und die zwei Vierecke, welche sich mit jenen weder in einer Zeile, noch in einer Reihe befinden, bilden mit einem der reellen Vierecke ein zu diesen konjugiertes desmisches Tripel.

So z. B. sind die zwei desmische Viereckstripel $CI_4^aI_4^b$, $N_4I_2^cI_3^c$ konjugiert.

Um dies nachzuweisen, müssen wir zeigen, dass sich die Gegenseiten der Vierecke I_4^a, I_4^b auf den Gegenseiten des Viereckes C treffen und dass diese Treffpunkte die Eckpunkte der Vierecke N_4, I_2^c, I_3^c sind.

Wie unmittelbar ersichtlich, treffen sich die Viereckseiten

C_2C_3,	$A_{23}A_{32} = A_2A_3$,	$B_{23}B_{32} = B_2B_3$	im Punkte	E_{23}
C_2C_3,	$A_{14}A_{41} = A_1A_4$,	$B_{14}B_{41} = B_1B_4$	« «	E_{14}
C_1C_4,	$A_{23}A_{32}$,	$B_{14}B_{41}$	« «	F_{23}
C_1C_4,	$A_{14}A_{41}$,	$B_{23}B_{32}$	« «	F_{14},

also gehört das Viereck $N_4 = E_{14}E_{23}F_{14}F_{23}$ dem zum Viereckstripel $CI_4^aI_4^b$ konjugierten Tripel an.

Um dies auch für I_3^c zu zeigen, schreiben wir die Seiten der reellen Vierecke in folgenden Tabellen:

$C_1\ F_{14}C_4\ F_{23}$	$C_1\ F_{23}C_4\ F_{14}$
$F_{13}A_1\ E_{13}A_3$	$F_{24}B_1\ E_{13}B_3$
$C_3\ E_{14}C_2\ E_{23}$	$C_3\ E_{14}C_2\ E_{23}$
$F_{24}A_2\ E_{24}A_4$	$F_{13}B_4\ E_{24}B_2$

auf, von welchen die in den Zeilen und Reihen befindlichen Geraden bezw. die Kegelschnitte b_2, a_2 berühren.

Die aus den konjugiert-imaginären Punkten A_{14}, A_{41} der Tangente A_1A_4 ausstrahlenden zweiten Tangenten treffen die Tangenten C_1C_3, C_4C_2, A_3A_2 in den konjugiert-imaginären Punktpaaren $C_{13}C_{31}$, $C_{24}C_{42}$, $A_{32}A_{23}$ und von den auf diesen Tangenten

befindlichen $A_{14}A_{32}C_{13}C_{24}$, $A_{41}A_{23}C_{31}C_{42}$ Punkten trennt das erste Paar das zweite harmonisch.

Der reelle Treffpunkt dieser konjugiert-imaginären Tangenten ist der Pol 6 der Scheitelgerade $a_3\gamma_4$, weil sich die aus den Punkten A_1, A_4 und E_{14}, F_{14} der Tangente $A_1E_{14}A_4F_{14}$ ausstrahlenden Tangenten A_1A_3, A_2A_4, bezw. $E_{14}C_2C_3$, $F_{14}C_1C_4$ in den Punkten a_3 und γ_4 treffen und weil der Punkt 6 der Treffpunkt der Diagonalen des dem Kegelschnitt b_2 umschriebenen Vierseits ist mit den Seiten A_1A_3, C_1C_4, A_2A_4, C_2C_3.

Ebenso folgt aus der zweiten Tabelle, dass die aus den konjugiert-imaginären Punkten B_{14}, B_{41} der Tangenten B_1B_4 ausstrahlenden konjugiert-imaginären Tangenten die Tangenten C_1C_3, C_4C_2, B_3B_2 des Kegelschnitts a_2 in den Punktpaaren $C_{13}C_{31}$, $C_{42}C_{24}$, $B_{34}B_{43}$ treffen und dass auf diesen konjugiert-imaginären Tangenten $B_{14}B_{32}C_{31}C_{24}$, $B_{41}B_{23}C_{13}C_{42}$ das erste Punktpaar das zweite harmonisch trennt. Der reelle Treffpunkt dieser Tangenten ist aber der Pol 5 der Scheitelgeraden $\beta_3\gamma_4$ nach dem Kegelschnitt a_2, welcher Treffpunkt der Diagonalen des Vierseits ist, mit den Seiten B_1B_3, C_1C_4, B_2B_4, C_2C_3.

Daraus ist ersichtlich, dass sich folgende Seiten der Vierecke C, I_4^a, I_4^b:

C_1C_3,	$A_{14}A_{32}$,	$B_{41}B_{23}$	im Eckpunkt	C_{13}
C_1C_3,	$A_{41}A_{23}$,	$B_{14}B_{32}$	« «	C_{31}
C_2C_4,	$A_{14}A_{32}$,	$B_{14}B_{32}$	« «	C_{24}
C_2C_4,	$A_{41}A_{23}$,	$B_{41}B_{23}$	« «	C_{42}

des Viereckes I_3^c treffen, welches daher ebenfalls zu dem konjugierten Tripel des desmischen Tripels $CI_4^aI_4^b$ gehört.

Da nun auch I_2^c dieselbe Rolle hat, so sind die Tripel $CI_4^aI_4^b$, $N_4I_2^cI_3^c$ konjugiert.

Daraus können wir auf nachstehende zehn konjugierte desmische Viereckstripel folgern:

$$ABC,\ N_2N_3N_4$$

$AI_2^bI_2^c$, $N_2I_3^aI_4^a$;	$AI_3^bI_3^c$, $N_3I_4^aI_2^a$;	$AI_4^bI_4^c$, $N_4I_2^aI_3^a$;
$BI_2^cI_2^a$, $N_2I_3^bI_4^b$;	$BI_3^cI_3^a$, $N_3I_4^bI_2^b$;	$BI_4^cI_4^a$, $N_4I_2^bI_3^b$;
$CI_2^aI_2^b$, $N_2I_3^cI_4^c$;	$CI_3^aI_3^b$, $N_3I_4^cI_2^c$;	$CI_4^aI_4^b$, $N_4I_2^cI_3^c$,

von welchen wir sagen, dass sie ein vollständiges desmisches Viereckssystem bilden.

Von den fünfzehn Vierecken kommt jedes in vier desmischen Tripel vor und jedes Tripel besteht aus drei Vierecken (15.4 = 20.3).

18. Die auf den achtzehn Seiten der Vierecke ABC befindlichen sechsunddreissig imaginären Punkte liegen zu sechzen auf den sechs konjugiert-imaginären Geraden i_j und diese Punkte zerfallen in solche drei Paare, von welchen jedes die zwei anderen harmonisch trennt.

Die Tabellen

$$\begin{array}{ll} B_2\, F_{14} B_3\, E_{23} & B_2\, F_{13} B_4\, E_{24} \\ E_{12} A_1\, F_{12} A_2 & F_{34} C_1\, F_{12} C_2 \\ B_1\, E_{14} B_4\, F_{23} & B_1\, F_{24} B_3\, E_{13} \\ F_{34} A_4\, E_{34} A_3 & E_{14} C_3\, E_{34} C_4 \end{array}$$

zeigen, dass in den harmonischen Würfen $A_{14}A_{32}B_{21}B_{43}$, $C_{13}C_{24}B_{21}B_{43}$ die zwei ersten Punktpaare die zwei letzteren harmonisch trennen. Aber früher fanden wir schon, dass auch in $A_{14}A_{32}C_{13}C_{24}$ das erste Punktpaar das andere harmonisch trennt, also in den Sechstupel $A_{14}A_{32}B_{21}B_{43}C_{13}C_{24}$ trennt vom ersten, mittleren und letzten Punktpaar ein jedes die zwei anderen harmonisch. Dasselbe kann man auch vom Sechstupel der zu diesen konjugiert-imaginären Punkten sagen, und wir können in folgender leichtverständlicher Tabelle die zwölf Sechstupel der konjugiert-imaginären Punkte auf den sechs Geradenpaaren aufschreiben:

$$\begin{array}{lccc} & \overbrace{\phantom{A_{12}A_{34}}}^{i_2} & \overbrace{\phantom{B_{14}B_{23}}}^{i_4} & \overbrace{\phantom{C_{13}C_{42}}}^{i_6} \\ i_5 \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. & \begin{array}{c} A_{12}A_{34} \\ A_{43}A_{21} \end{array} & \begin{array}{c} B_{14}B_{23} \\ B_{32}B_{41} \end{array} & \begin{array}{c} C_{13}C_{42} \\ C_{24}C_{31} \end{array} \\ \\ i_3 \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. & \begin{array}{c} B_{31}B_{42} \\ B_{24}B_{13} \end{array} & \begin{array}{c} C_{12}C_{43} \\ C_{34}C_{21} \end{array} & \begin{array}{c} A_{14}A_{23} \\ A_{32}A_{41} \end{array} \\ \\ i_1 \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. & \begin{array}{c} C_{14}C_{23} \\ C_{32}C_{41} \end{array} & \begin{array}{c} A_{13}A_{42} \\ A_{24}A_{31} \end{array} & \begin{array}{c} B_{21}B_{34} \\ B_{43}B_{12} \end{array} \end{array}$$

Mit diesen Geradenpaaren als Gegenseiten lassen sich die neun imaginären Vierecke leicht ausdrücken durch folgende Tabelle:

	i_2	i_4	i_6
i_5	I_2^a	I_4^b	I_3^c
i_3	I_3^b	I_2^c	I_4^a
i_1	I_4^c	I_3^a	I_2^b

denn die Gegenseiten jedes Viereckes liegen mit ihm in einer Zeile und Reihe; z. B. sind die Gegenseiten von I_4^c die konjugiert-imaginären Geraden i_1, i_2; also $I_4^c = i_1 i_2$.

Die 90 Seiten der 15 Vierecke des Viereckssystems liegen zu dreien auf 30 Geraden (18 reellen und 12 imaginären), welche zu dreien aus den Eckpunkten ausstrahlen; daher bilden die Seiten und Eckpunkte des vollständigen desmischen Viereckssystems die Konfiguration $(30_6, 60_3)$.

Nach diesen Erörterungen fassen wir die Ergebnisse in folgendem Satz zusammen:

Die Gegenseiten der konjugierten Viereckstripel ABC, $N_2N_3N_4$ liegen auf neun Geradenpaaren und die auf jeder dieser Geradenpaare befindlichen Eckpunktpaare der Vierecke werden von konjugiert-imaginären Punktpaaren harmonisch getrennt, welche die Eckpunkte von neun Vierecken sind; diese haben daher ein reelles und zwei konjugiert-imaginäre Gegenseitenpaare und sind somit imaginär.

Zwei beliebige dieser imaginären Vierecke, dessen Eckpunkte auf zwei Gegenseitenpaaren eines der reellen Vierecke (z. B. C) des ersten Tripels ABC liegen und dasjenige Viereck des konjugierten Tripels $N_2N_3N_4$, dessen Eckpunkt auf das dritte Gegenseitenpaar jenes Viereckes (C) liegen, bilden ein desmisches Viereckstripel, während ein Viereck des zu diesem konjugierten Tripels, das herangezogene reelle Viereck (C) ist, und die zwei anderen imaginären Vierecke dieses Tripels haben ihre Eckpunkte auf zwei Gegenseitenpaaren der zwei übrigen Vierecke (A, B) des ersten Tripels.

Solche aus zwei reellen und einem imaginären Viereck bestehenden Tripel gibt es achtzehn, welche sich zu ebensolchen neun konjugierten Tripeln vereinigen, wie das reelle konjugierte desmische Viereckstripel ABC, $N_2N_3N_4$ ist.

Die 36 imaginären Eckpunkte der neun imaginären Vierecke liegen zu sechzen auf sechs konjugiert-imaginären Geradenpaaren, so dass sich auf jeder dieser Geraden die Eckpunktpaare von drei Vierecken und auf der konjugierten Geraden die anderen Eckpunktpaare derselben befinden, und jedes dieser Eckpunktpaare eines Viereckes trennt die Eckpunktpaare der zwei anderen Vierecke harmonisch.

Die 90 Seiten und 60 Eckpunkte der 15 Vierecke liegen auf 30 Geraden und bilden eine Konfiguration $(30_6, 60_3)$.

19. Der Punkt γ_4 ist ein Diagonalpunkt des imaginären Viereckes $I_4^c = C_{14}C_{41}C_{23}C_{32}$ und die zwei anderen Diagonalpunkte $(C_{14}C_{23}, C_{41}C_{32})$, $(C_{14}C_{32}, C_{41}C_{23})$ findet man mit Hilfe des Kegelschnitts c_4, dem die Vierecke $A_1A_2A_4A_3$, $B_1B_2B_4B_3$ umschrieben sind.

Diejenigen zwei konjugiert-imaginären Tangenten von c_4, welche die zwei Tangentenpaare A_1A_2, A_4A_3; B_1B_3, B_2B_4 und also auch die zwei Tangentenpaare A_1A_3, A_4A_2; B_2B_1, B_3B_4 harmonisch trennen, somit durch die imaginären Punkte $A_{13}A_{42}B_{21}B_{34}$ und also auch durch die zu diesen konjugierten Punkten $A_{31}A_{24}B_{12}B_{43}$ gehen, sind die aus dem Punkte 1 ausstrahlenden Tangenten i_1.

Ebenso trennen die aus dem Punkt 2 ausstrahlenden konjugiert-imaginären Tangenten i_2 des Kegelschnitts c_2 die Tangentenpaare A_1A_3, A_4A_2; B_2B_1, B_3B_4 und also auch die Punktpaare A_1A_2, A_4A_3; B_3B_1, B_2B_4 harmonisch und gehen somit durch die imaginären Punkte $A_{12}A_{43}B_{31}B_{24}$ und durch die zu diesen konjugierten Punkten $A_{21}A_{34}B_{13}B_{42}$.

Nimmt man noch in Betracht, dass 1, 2 die Gegeneckpunkte der sich im Punkte γ_4 treffenden Seiten 35, 46 der Dreiecke 135, 246 sind, so kann man die Diagonaldreiecke der den neun Kegelschnitten a_j, b_j, c_j umschriebenen imaginären Vierecke I_j^a, I_j^b, I_j^c aufschreiben, denn ein Eckpunkt derselben ist bezw. α_j, β_j, γ_j, die zwei anderen aber sind die Gegeneckpunkte der sich in diesen Punkten treffenden Seiten der Dreiecke 135, 246.

Zusammenfassend haben wir für die neun Kegelschnitte mit den ihnen umschriebenen Vierecken und den Diagonaldreiecken der letzteren die folgende Tabelle:

$a_2,\ I_2^a = i_5 i_2,\ 52\alpha_2 \qquad a_3,\ I_3^a = i_1 i_4,\ 14\alpha_3 \qquad a_4,\ I_4^a = i_3 i_6,\ 36\alpha_4$
$b_2,\ I_2^b = i_1 i_6,\ 16\beta_2 \qquad b_3,\ I_3^b = i_3 i_2,\ 32\beta_3 \qquad b_4,\ I_4^b = i_5 i_4,\ 54\beta_4$
$c_2,\ I_2^c = i_3 i_4,\ 34\gamma_2 \qquad c_3,\ I_3^c = i_5 i_6,\ 56\gamma_3 \qquad c_4,\ I_4^c = i_1 i_2,\ 12\gamma_4.$

Aus diesen Diagonaldreiecken kann man die Diagonalgeraden der desmischen Viereckstripel leicht finden. Denn es sind z. B. die Diagonaldreiecke der Vierecke des Tripels $CI_2^a I_2^b$: $\gamma_2\gamma_3\gamma_4$, $52\alpha_2$, $16\beta_2$, deren Scheitel auf folgenden Scheitelgeraden $26\gamma_2$, $51\gamma_2$, $1\alpha_2\gamma_3$, $2\beta_2\gamma_3$, $5\beta_2\gamma_4$, $6\alpha_2\gamma_4$ liegen, welche mit den sechs Scheitelgeraden des reellen desmischen Tripels ABC koinzidieren.

Also:

Die Diagonaldreiecke der neun imaginären Vierecke I_j^a, I_j^b, I_j^c sind reell, zwei ihrer Eckpunkte sind die Eckpunkte je eines der Dreiecke 135, 246, der dritte ist der Treffpunkt der Gegenseiten dieser Eckpunkte; endlich haben die zehn konjugierten desmischen Viereckstripel die nämlichen sechs, den Kegelschnitt x berührende Scheitelgeraden.

20. Jetzt wollen wir sehen, wie man die imaginären Vierecke dieser desmischen Tripel aus den Diagonalgeraden konstruieren kann?

Es seien also die beliebigen Dreiecke 135, 246, deren Seiten wir als die Diagonalgeraden der desmischen Viereckstripel auffassen, dem Kegelschnitt x umschrieben. Aus dem Früheren wissen wir, dass $1, 2, \gamma_4 = (35, 46)$ die Diagonalpunkte des dem Kegelschnitt c_4 umschriebenen Vierseits $I_4^c = i_1 i_2$ und dass die Polaren dieser Punkte nach c_4 bezw. die Dreieckseiten 46, 35, 12 sind, ferner wissen wir, dass die Dreiecke mit den Seiten 13, 15, 46; 24, 26, 35 Polardreiecke sind von c_4.

Daraus folgt aber, dass die aus den Punkten 1, 2 ausstrahlenden konjugiert-imaginären Tangentenpaare i_1, i_2 des Kegelschnitts c_4, die konjugierten Polarenpaare 12, $1\gamma_4$; 13, 15, bezw. 21, $2\gamma_4$ 24, 26 harmonisch trennen. Diese damit bestimmten Tangentenpaare sind aber zwei konjugiert-imaginäre Gegenseiten des Viereckes I_4^c, während die reellen Gegenseiten C_1C_4, C_2C_3 desselben das Seitenpaar 35, 46 und das Punktpaar $\alpha_4 = (15, 24)$, $\beta_4 = (13, 26)$ harmonisch trennen (No 5).

Ebenso kann man die acht übrigen imaginären Vierecke aus

den Dreiecken 135, 246, also aus den gegebenen Scheitelgeraden konstruieren.

Diese Konstruktionen führen zur Erkenntnis dessen, dass:

Die sechs konjugiert-imaginären Gegenseiten $i_1, i_2, \ldots i_6$ der neun imaginären Vierecke $I_2^a, \ldots I_4^c$ sind die aus den Eckpunkten der Polardreiecken 135, 246 des imaginären Kegelschnitts k ausstrahlenden Tangenten desselben.

Es trennen nämlich die konjugiert-imaginären Geradenpaare i_1 und i_2 die konjugierten Polarenpaare 13, 15; 12, $1\gamma_4$, bezw. 24, 26; 21, $2\gamma_4$ des durch seine zwei Polardreiecke 135, 246 bestimmten imaginären Kegelschnitts k, also sind jene Geradenpaare i_1, i_2 Tangenten dieses Kegelschnitts und ebenso auch die anderen Geradenpaare $i_3, \ldots$

Aber nicht nur k, sondern alle zehn Kegelschnitte des vollständigen desmischen Systems sind in je neun der fünfzehn Vierecke eines desmischen Viereckssystems einbeschrieben.

Die in den Zeilen und Reihen befindlichen Punktsechstupel der folgenden Tabelle

$$\begin{array}{lll} A_1A_2 & E_{12}F_{12} & A_{12}A_{21} \\ A_3A_4 & F_{34}E_{34} & A_{43}A_{34} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} E_{13}F_{24} & B_1B_3 & B_{31}B_{13} \\ F_{13}E_{24} & B_2B_4 & B_{24}B_{42} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} A_{13}A_{42} & B_{21}B_{34} & C_{14}C_{23} \\ A_{31}A_{24} & B_{12}B_{43} & C_{32}C_{41} \end{array}$$

liegen auf Geradenpaaren, welche den Kegelschnitt c_4 berühren und von den ersteren, mittleren und letzteren Punktpaaren auf diesen Tangenten trennt jedes die zwei übrigen harmonisch. Und da diese sechs Tangentenpaare die Gegenseiten der neun Vierecke $AN_2I_2^a$, $N_3BI_3^b$, $I_3^aI_2^bI_4^c$ sind, so ist der Kegelschnitt c_4 diesen Vierecken einbeschrieben.

Auf diese Weise findet man auch die übrigen Vierecke, welche den Kegelschnitten des vollständigen desmischen Systems einbeschrieben sind und erhält die folgende Tabelle:

$$k\left\{\begin{matrix} I_2^a\ I_2^b\ I_2^c \\ I_3^a\ I_3^b\ I_3^c \\ I_4^a\ I_4^b\ I_4^c \end{matrix}\right.$$

$$a_2\left\{\begin{matrix} B\ N_3\ I_3^b \\ N_4\ C\ I_4^c \\ I_4^b\ I_3^c\ I_2^a \end{matrix}\right. \quad b_2\left\{\begin{matrix} C\ N_3\ I_3^c \\ N_4\ A\ I_4^a \\ I_4^a\ I_3^a\ I_2^b \end{matrix}\right. \quad c_2\left\{\begin{matrix} A\ N_3\ I_3^a \\ N_4\ B\ I_4^b \\ I_4^a\ I_3^b\ I_2^c \end{matrix}\right.$$

$$a_3\left\{\begin{matrix} B\ N_4\ I_4^b \\ N_2\ C\ I_2^c \\ I_2^b\ I\ I_3^c \end{matrix}\right. \quad b_3\left\{\begin{matrix} C\ N_4\ I_4^c \\ N_2\ A\ I_2^a \\ I_2^c\ I_4^a\ I_3^b \end{matrix}\right. \quad c_3\left\{\begin{matrix} C\ N_4\ I_4^c \\ N_2\ B\ I_2^b \\ I_3^a\ I_4^b\ I_3^c \end{matrix}\right.$$

$$a_4\left\{\begin{matrix} B\ N_2\ I_2^b \\ N_3\ C\ I_3^c \\ I_3^b\ I_2^c\ I_4^a \end{matrix}\right. \quad b_4\left\{\begin{matrix} C\ N_2\ I_2^c \\ N_3\ A\ I_3^a \\ I_3^c\ I_2^a\ I_4^b \end{matrix}\right. \quad c_4\left\{\begin{matrix} A\ N_2\ I_2^a \\ N_3\ B\ I_3^b \\ I_3^a\ I_2^b\ I_4^c \end{matrix}\right.$$

Die fünfzehn Vierecke des desmischen Viereckssystems haben fünfzehn Gegenseitenpaare; jeder der zehn Kegelschnitte des desmischen Systems wird von sechs solchen Gegenseitenpaaren berührt und in jedem Gegenseitenpaar sind vier dieser Kegelschnitte einbeschrieben (10.6 = 15.4).

Die fünfzehn vollständigen Vierecke kann man in fünfundvierzig einfache Vierecke zerlegen; jeder der Kegelschnitte ist in neun solchen einfachen Vierecken einbeschrieben und die Seiten jedes der Vierecke berühren sechs der Kegelschnitte (10.9 = 15.6); da aber die sechs Kegelschnitte die Seiten eines vollständigen Viereckes, also die Seiten von drei einfachen Vierecken berühren, so sind jedem einfachen Viereck zwei der Kegelschnitte einbeschrieben. Die Zahl der einfachen Vierecke ist 3.5 = den Kegelschnittpaaren $\binom{6}{2}$.

So sind z. B. dem einfachen Viereck $A_1A_3A_2A_4$ die Kegelschnitte b_2, c_2, dem vollständig imaginären Viereck $A_{12}A_{34}A_{21}A_{43} = i_2i_5$ sind die Kegelschnitte a_2, k, endlich dem teilweisen imaginären einfachen Viereck $A_{12}A_{21}A_{34}A_{43}$ sind die Kegelschnitte b_3, c_4 einbeschrieben.

Folgende Tabelle zeigt, welche der Kegelschnitte in den teilweise imaginären einfachen Vierecken einbeschrieben sind:

dem Viereck sind einbeschrieben	die Kegelschnitte	dem Viereck sind einbeschrieben	die Kegelschnitte
$A_{12}A_{21}A_{34}A_{43}$	b_3c_4	$B_{12}B_{21}B_{34}B_{43}$	c_4a_3
$A_{12}A_{21}A_{43}A_{34}$	b_4c_3	$B_{12}B_{21}B_{43}B_{34}$	c_3a_4
$A_{13}A_{34}A_{42}A_{24}$	b_4c_2	$B_{13}B_{31}B_{42}B_{24}$	c_2a_4
$A_{13}A_{31}A_{24}A_{42}$	b_2c_4	$B_{13}B_{31}B_{24}B_{42}$	c_4a_2
$A_{14}A_{41}A_{23}A_{32}$	b_2c_3	$B_{14}B_{41}B_{23}B_{32}$	b_2c_3
$A_{14}A_{41}A_{32}A_{23}$	b_3c_2	$B_{14}B_{41}B_{32}B_{23}$	b_3c_2

dem Viereck sind einbeschrieben	die Kegelschnitte
$C_{12}C_{21}C_{34}C_{43}$	a_4b_3
$C_{12}C_{21}C_{43}C_{34}$	a_3b_4
$C_{13}C_{31}C_{42}C_{24}$	a_4b_2
$C_{13}C_{31}C_{24}C_{42}$	a_2b_4
$C_{14}C_{41}C_{23}C_{32}$	a_2b_3
$C_{14}C_{41}C_{32}C_{23}$	a_3b_2

21. In No 12 fanden wir,[1] dass man in den Viereckpaaren AB, BC, CA des desmischen Viereckstripels ABC je drei Kegelschnitte, also in allen insgesamt neun Kegelschnitte einschreiben kann, und diese werden durch einen zehnten Kegelschnitt, in Bezug auf welchen sowohl die Vierecke ABC, als auch die des konjugierten Tripels $N_2N_3N_4$ Polarvierecke sind, zu einem vollständigen desmischen Kegelschnittsystem ergänzt.

Es wird sich im Folgenden zeigen, dass die übrigen neun konjugierte desmische Viereckstripel mit ihren imaginären Vierecken ebenfalls dieselben zehn Kegelschnitte bestimmen, wie das Tripel mit den reellen Vierecken, nur anders gruppiert.

Suchen wir zu dem Ende aus den früheren Tabellen die Kegelschnitte, welche den Viereckpaaren eines anderen konjugierten Tripels, z. B. den zwei Tripeln $CI_4^aI_4^b$, $N_4I_2^cN_3^c$ einbeschrieben sind.

Dem Viereck C sind einbeschrieben die Kegelschnitte: $a_2a_3a_4b_2b_3b_4$

« « I_4^a « « « « $a_4b_2b_3c_2c_3k$

« « I_4^b « « « « $a_2a_3b_4c_2c_3k$

« « N_4 « « « « $a_2a_3b_2b_3c_2c_3$

« « I_2^c « « « « $a_3a_4b_3b_4c_2k$

« « I_3^c « « « « $a_2a_4b_2b_4c_3k$,

woraus ersichtlich ist, dass den Viereckpaaren $CI_4^a, CI_2^b, \ldots I_2^c I_3^c$ ebenfalls die schon bekannten Kegelschnitte in folgender Zusammenstellung als Tripel $a_4 b_2 b_3$, $a_2 a_3 b_4, \ldots a_4 b_4 k$ einbeschrieben sind.

Erstrecken wir die Untersuchung auf sämtlichen konjugierten desmischen Tripel, so bekommen wir die folgende Tabelle, in welcher die in den Zeilen und Reihen befindlichen Kegelschnitte den in denselben Zeilen oder Reihen befindlichen Viereckpaaren einbeschrieben sind und für den Kegelschnitt im Kreis die mit ihm in einer Zeile und Reihe befindlichen Vierecke Polarvierecke sind:

a_2	$N_2 I_3^a$	$N_2 I_4^a$	$I_3^a I_4^a$
AI_2^b	c_4	c_3	b_2
AI_2^c	b_4	b_3	c_2
$I_2^b I_2^c$	a_3	a_4	k

a_3	$N_3 I_4^a$	$N_2 I_2^a$	$I_4^a I_2^a$
AI_3^b	c	c_4	b_3
AI_3^c	b_2	b_4	c_3
$I_3^b I_3^c$	a_4	a_2	k

a_4	$N_4 I_2^a$	$N_4 I_3^a$	$I_2^a I_3^a$
AI_4^b	c_3	c_2	b_4
AI_4^c	b_3	b_2	c_4
$I_4^b I_4^c$	a_2	a_3	k

b_2	$N_2 I_3^b$	$N_2 I_4^b$	$I_3^b I_4^b$
BI_2^c	a_4	a_3	c_2
BI_2^a	c_4	c_3	a_2
$I_2^c I_2^a$	b_3	b_4	k

b_3	$N_3 I_4^b$	$N I_2^b$	$I_4^b I_2^b$
BI_3^c	a_2	a_4	c_3
BI_3^a	c_2	c_4	a_3
$I_3^a I_3^c$	b_4	b_2	k

b_4	$N_4 I_2^b$	$N_4 I_3^b$	$I_2^b I_3^b$
BI_4^c	a_3	a_2	c_4
BI_4^a	c_3	c_2	a_4
$I_3^c I_4^a$	b_2	b_3	k

c_2	$N_2 I_3^c$	$N_2 I_4^c$	$I_3^c I_4^c$
CI_2^a	b_4	b_3	a_2
CI_2^b	a_4	a_3	b_2
$I_2^a I_2^b$	c_3	c_4	k

c_3	$N_3 I_4^c$	$N_3 I_2^c$	$I_4^c I_2^c$
CI_3^a	b_2	b_4	a_3
CI_3^b	a_2	a_4	b_3
$I_3^a I_3^b$	c_4	c_2	k

c_4	$N_4 I_2^c$	$N_4 I_3^c$	$I_2^c I_3^c$
CI_4^a	b_3	b_2	a_4
CI_4^b	a_3	a_2	b_4
$I_4^a I_4^b$	c_2	c_3	k

Dass z. B. die mit dem Kegelschnitt c_4 in einer Zeile und Reihe befindlichen zwei reellen Vierecke seine Polarvierecke sind, haben wir schon in No 3 gefunden, und wir haben daher nur zu zeigen, dass die vier imaginären Vierecke I_4^a, I_4^b, I_2^c, I_3^c ebenfalls Polarvierecke von c_4 sind.

Die Pole der Geraden 31, 35 nach c_4 sind bezw. die Punkte (15, 46), 2 und das Geradenpaar $i_3 = (A_{14}A_{23}, A_{41}A_{32})$, welches jene Geraden und ihre Polen harmonisch trennt, ist ein konjugiertes Polarenpaar des Kegelschnitts c_4.

Ebenso ist auch das Geradenpaar $i_6 = (A_{41}A_{32}, A_{41}A_{23})$, welches die Geraden 62, 64 und ihre Pole (24, 35), 1 nach c_4 harmonisch trennt, ein konjugiertes Polarenpaar von c_4, und somit ist das Viereck $I_4^a = i_3 i_6$, und in gleicher Weise das Viereck $I_4^b = i_5 i_4$ je ein Polarviereck des Kegelschnitts c_4.

Aber auch die imaginären Vierecke $I_2^c = i_3 i_4$, $I_3^c = i_5 i_6$ sind Polarvierecke des Kegelschnitts c_4, denn es sind sowohl die konjugiert-imaginären Gegenseiten i_3 und i_6, als auch die reellen Gegenseiten C_1C_2, C_3C_6 konjugierte Polaren von c_4.

Von den sechs konjugiert-imaginären Geradenpaare $i_1, i_2, \ldots i_6$ berühren daher zwei Paare i_1, i_2 den Kegelschnitt c_4, während die übrigen vier Paare seine konjugierten Polaren sind.

Im allgemeinen kann man sagen, dass von den zehn Kegelschnitten des desmischen Systems der imaginäre Kegelschnitt k von allen sechs konjugiert-imaginären Geradenpaaren $i_1, i_2, \ldots i_6$ berührt wird, während die neun reellen Kegelschnitte nur je zwei dieser Geradenpaare berühren und die übrigen aber konjugierte Polaren derselben sind ; ferner sind die sechs reellen Vierecke der konjugierten desmischen Tripels Polarvierecke des imaginären Kegelschnitts k, während für die neun reellen Kegelschnitte, die sechs Vierecke je eines der neun übrigen konjugierten desmischen Tripel Polarvierecke sind.

22. Die aus den Punkten 1, 2 ausstrahlenden konjugiert-imaginären Tangentenpaare i_1, i_2 des Kegelschnitts c_4 trennen harmonisch erstens die aus diesen Punkten ausstrahlenden konjugierten Polarenpaare 13, 15; x_1y_1 bezw. 24, 26; x_2y_2. Es trennen aber auch die Polarenpaare einander harmonisch, denn x_1y_1, x_2y_2 sind Gegenseiten der adjungierten Vierecke $[xy]_{135}$, $[xy]_{246}$;

während 13, 15 und 24, 26 Diagonalen sind dieser Vierecken. Da nun diese Eigenschaft auch für alle übrigen der neun reellen Kegelschnitte besteht, so hat man:

Von den drei Strahlenpaaren, welche aus den Diagonalpunkten der adjungierten Vierecke $[xy]_{135}$ $[xy]_{246}$ *des desmischen Viereck-tripels ABC ausstrahlen, nämlich: das Gegenseitenpaar* $x_n y_n$, *dann das Diagonalpaar, endlich das konjugiert-imaginäre Geradenpaar* i_j *— trennt jedes die beiden übrigen harmonisch.*

Da die imaginären Geradenpaare i_j Tangenten, die sich in ihrem reellen Punkte treffenden Gegenseiten der adjungierten Vierecke $[xy]_{135}$, $[xy]_{246}$ konjugierte Polaren sind von k, so hat man:

Die zwei adjungierten Vierecke des desmischen Tripels ABC sind Polarvierecke des Kegelschnitts k.

23. Wir wollen jetzt für jeden der übrigen neun Kegelschnitten des vollständigen desmischen Systems die zwei Polarvierecke suchen, deren Diagonaldreiecke zugleich Polardreiecke sind und deren Seiten also mit den Seiten der Dreiecke 135, 246 zusammenfallen. Wählen wir zu dem Ende zur Untersuchung den Kegelschnitt c_4, von dem $1\alpha_2\beta_3$, $2\alpha_3\beta_2$ zwei Polardreiecke sind.

Die Geradenpaare, welche die aus den Punkten 1 und 2 ausstrahlenden Tangentenpaare i_1 und i_2 und bezw. die Geradenpaare $1\alpha_2$, $1\beta_3$; $2\alpha_3$, $2\beta_2$ harmonisch trennen, nämlich: x_1y_1, x_2y_2 sind konjugierte Polaren des Kegelschnitts c_4.

Ebenso sind auch die Geradenpaare, welche die aus den anderen Eckpunkten α_2 und β_3 des Polardreieckes $1\alpha_2\beta_3$ ausstrahlenden Tangentenpaare A_1A_2, A_3A_4; B_1B_3, B_2B_4 und die Seitenpaare $\alpha_2 1$, $\alpha_2\beta_3$, bezw. $\beta_3 1$, $\beta_3\alpha_2$ harmonisch trennen, konjugiert-imaginäre Polaren des Kegelschnitts c_4, die wir mit α_2^i, bezw. β_3^i bezeichnen; endlich sind auch die konjugiert-imaginären Geradenpaare α_3^i, β_2^i, welche bezw. die aus den Punkten α_3, β_2 ausstrahlenden Tangentenpaare A_1A_3, A_2A_4; B_1B_2, B_3B_4 von c_4 und die Seitenpaare $\alpha_3 1$, $\alpha_3\beta_2$; $\beta_2 1$, $\beta_2\alpha_3$ harmonisch trennen, konjugierte Polaren des Kegelschnitts c_4.

Daraus ergibt sich, dass x_1y_1, α_2^i, β_3^i und x_2y_2, α_3^i, β_2^i die Gegenseiten von den zwei gewünschten Polarvierecken des Kegelschnitts c_4 sind.

Bezeichnet man nun auch für die übrigen acht Kegelschnitten die konjugierten Polaren, welche die aus den Eckpunkten a_j, β_j, γ_j ausstrahlenden Diagonalgeraden harmonisch trennen, mit a_j^i, β_j^i, γ_j^i, so kann man die zwei Polarvierecke der zehn Kegelschnitte in folgender Tabelle zusammenstellen:

$[xy]_{135}$, $[xy]_{246}$ Polarvierecke des Kegelschnitts k

x_5y_5, β_3^i, γ_4^i	Polarvierecke des Kegelsch.	a_2		x_1y_1, β_4^i, γ_2^i	Polarvierecke des Kegelsch.	a_3		x_3y_3, β_2^i, γ_3^i	Polarvierecke des Kegelsch.	a_4	
x_2y_2, β_4^i, γ_3^i				x_4y_4, β_2^i, γ_4^i				x_6y_6, β_3^i, γ_2^i			
x_1y_1, γ_3^i, α_4^i		b_2		x_3y_3, γ_2^i, α_4^i		b_3		x_5y_5, γ_2^i, α_3^i		b_4	
x_6y_6, γ_4^i, α_3^i				x_2y_2, γ_4^i, α_2^i				x_4y_4, γ_3^i, α_2^i			
x_3y_3, α_3^i, β_4^i		c_2		x_5y_5, α_2^i, β_4^i		c_3		x_1y_1, α_2^i, β_3^i		c_4	
x_4y_4, α_4^i, β_3^i				x_6y_6, α_4^i, β_2^i				x_2y_2, α_3^i, β_2^i			

Alle diese zwanzig Vierecke sind Polarvierecke des Kegelschnitts $\varkappa$, der die sechs Diagonalgeraden des desmischen Tripels berührt, denn ihre Gegenseiten, wie a_j^i, β_j^i, γ_j^i, x_ny_n, sind konjugierte Polaren desselben, da sie seine aus den Punkten a_j, β_j, γ_j, 1, 2, ... 6 ausstrahlenden Tangenten, d. h. die Diagonalgeradenpaare harmonisch trennen (No 9). Aber aus demselben Grunde sind auch die fünfzehn Vierecke der desmischen Tripel Polarvierecke des Kegelschnitts $\varkappa$.

Die neun imaginären Viereckpaare sind die adjungierten Vierecke der neun konjugierten desmischen Viereckstripeln, deren Vierecke teilweise imaginär sind.

Wir wollen dies für das letztere Viereckpaar nachweisen, welches zu den konjugierten Tripeln $CI_4^aI_4^b$, $N_4I_2^cI_3^c$ adjungiert ist.

Die sechzehn Scheitelgeraden des ersten Tripels bestehen aus acht konjugiert-imaginären Geradenpaaren, welche paarweise aus den vier Eckpunkten des Viereckes C zu den Eckpunkten $A_{14}A_{41}A_{23}A_{32}$ und zugleich zu den Eckpunkten $B_{14}'B_{41}'B_{23}B_{32}$ ausstrahlen.

Diese Scheitelgeraden treffen sich paarweise in folgender Zusammenstellung auf den Geraden x_1, y_1, x_2, y_2:

$$x_1 \begin{vmatrix} C_4A_{14}, & C_1A_{32} \\ C_4A_{41}, & C_1A_{23} \\ C_3A_{23}, & C_2A_{41} \\ C_3A_{32}, & C_2A_{14} \end{vmatrix} \quad y_1 \begin{vmatrix} C_1A_{14}, & C_4A_{32} \\ C_1A_{41}, & C_4A_{23} \\ C_2A_{23}, & C_3A_{41} \\ C_2A_{32}, & C_3A_{14} \end{vmatrix}$$

$$x_2 \begin{vmatrix} C_4A_{14}, & C_1A_{23} \\ C_4A_{41}, & C_2A_{32} \\ C_3A_{14}, & C_2A_{23} \\ C_3A_{41}, & C_2A_{32} \end{vmatrix} \quad y_2 \begin{vmatrix} C_1A_{14}, & C_4A_{23} \\ C_1A_{41}, & C_4A_{32} \\ C_2A_{14}, & C_3A_{23} \\ C_2C'_{41}, & C_3A_{32} \end{vmatrix}$$

Um dies einzusehen, schreiben wir das bei x_2 befindliche erste und dritte Geradenpaar wie folgt auf:

$$\begin{cases} C_4A_{14} = C_4(A_1E_{14}A_4F_{14}) \\ C_1A_{32} = C_1(A_3E_{23}A_2F_{23}) \end{cases} \quad \begin{cases} C_3A_{23} = C_3(A_2E_{23}A_3F_{23}) \\ C_2A_{41} = C_2(A_4E_{14}A_1F'_{14}) \end{cases}$$

Da $C_4C_1F_{14}F_{23}$ und $C_3C_2E_{23}E_{14}$ je in einer Geraden liegen, so sind jene harmonischen Strahlenwürfe perspektiv; also treffen sich die Strahlenpaare C_4A_1, C_1A_3; C_4A_4, C_1A_2; C_4E_{14}, C_1E_{23} und auch die Strahlenpaare C_3A_2, C_2A_4; C_3A_3, C_2A_1; C_3E_{23}, C_2E_{14} je auf einer Geraden. Aber die Treffpunkte der zwei ersten Paare liegen in beiden Fällen auf der Geraden x_1 (No. 7), also ist x_1 eine Seite und y_1 die Gegenseite des adjungierten Viereckes. Ebenso beweist man auch, dass x_2, y_2 die zweiten Gegenseiten der zu den Vierecken $CI_i^aI_i^b$ adjungierten Vierecke sind.

Fortsetzend müssen wir jetzt beweisen, dass die konjugiert-imaginären Geraden α_2^i und β_3^i, durch die Treffpunkte der Scheitelgeradenpaare

$$\alpha_2^i \begin{vmatrix} C_4A_{41}B_{14}, & C_3A_{14}B_{32} \\ C_4A_{32}B_{32}, & C_3A_{23}B_{41} \\ C_1A_{41}B_{41}, & C_2A_{14}B_{23} \\ C_1A_{32}B_{32}, & C_2A_{23}B_{14} \end{vmatrix} \quad \beta_3^i \begin{vmatrix} C_4A_{32}B_{23}, & C_2A_{41}B_{32} \\ C_4A_{14}A_{41}, & C_2A_{23}B_{14} \\ C_3A_{32}B_{14}, & C_1A_{41}B_{41} \\ C_3A_{14}B_{32}, & C_1A_{23}B_{23} \end{vmatrix}$$

und durch die Treffpunkte der zu diesen konjugierten-imaginären Scheitelgeradenpaare gehen. So z. B. gehen die zwei konjugiert-imaginäre Geraden a_2^i durch die Treffpunkte der Geradenpaare $C_4A_{41}B_{14}$, $C_3A_{14}B_{32}$; $C_4A_{14}B_{41}$, $C_3A_{41}B_{23}$.

Die harmonische Strahlenwürfe $C_4A_{41} = C_4(A_4E_{14}A_4F_{14})$, $C_3A_{14} = (A_1E_{14}A_4F_{14})$ sind nicht perspektiv wie im früheren Fall,

Zu dem Zwecke benützen wir folgenden bekannten Satz und seine Umkehrung:

«Die veränderlichen Tangenten eines Kegelschnitts treffen zwei feste Tangenten desselben, welche aus einem Punkte P ausstrahlen, in solchen Punktpaaren, die aus jedem zu P konjugiertem Pole Q durch konjugierte Polaren projiziert werden.»

Nach diesem Satz sind die Strahlenpaare, welche die Gegenecken C_3C_4, HK des früheren Vierseits aus dem Punkt 3 projizieren, konjugierte Polaren des Kegelschnitts b_3, denn der Punkt 3 ist der Pol der Geraden $I\gamma_4$ und die Tangenten C_3C_4, A_1A_4 treffen bezw. die aus den Punkten I und γ_4 ausstrahlenden Tangentenpaare in jenen Gegenecken. Daraus folgt, dass diejenigen zwei Geraden $3S$, $3T$, welche das dritte Paar Gegenecken ST jenes Vierseits aus dem Punkt 3 projizieren, konjugierte Polaren des Kegelschnitts b_3 sind.

Die Punkte I, γ_4 sind von den konjugierten Polaren $3S$, $3T$ harmonisch getrennt, folglich treffen sich sowohl die aus jenen Punkten ausstrahlenden Tangenten, sowie auch die aus den Polen J, a_2 der Geraden $3I$, $3\gamma_4$ ausstrahlenden Tangenten des Kegelschnitts b_3 auf den konjugierten Polaren $3S$, $3T$, u. zw. die letzteren in den Punkten S_1, S_2; T_1, T_2. Die Tangenten JS_1T_1, JS_2T_2 gehen bezw. durch die Punkte L, M und die Geraden ST_1, TS_1, $3M$ treffen sich in einem Punkte U der Geraden $Ja_2\gamma_4$.

Es sind dann $3U$, S_1T_1, ST die Gegeneckpunkte eines Vierseits, welche daher aus dem Punkte a_2 durch zugeordnete Strahlenpaare einer Involution projiziert werden; die ersten zwei zugeordneten Strahlenpaare gehören aber der schon uns bekannten Involution an, daher gehört auch das dritte Strahlenpaar, a_2S, a_2T der nämlichen Involution, deren Doppelstrahlen a_2^i sind und das wollten wir eben beweisen.

Das durch den harmonischen Wurf $LSMT$ gegebene konjugiert-imaginäre Punktpaar, in welchen sich die imaginären Geraden C_3A_{14}, C_4A_{41} und die ihnen konjugierten imaginären Geraden C_3A_{41}, C_4A_{14} treffen, liegt daher auf den konjugiert-imaginären Geraden a_2^i.

Ebenso beweist man, dass sich auch die übrigen angedeuteten Scheitelgeradenpaare auf den zwei konjugiert-imaginären Ge-

raden α_2^i, β_3^i treffen, und dass daher x_1y_1, α_2^i, β_3^i und ähnlicher Weise x_2y_2, α_3^i, β_2^i die Gegenseiten der dem desmischen Tripel $CI_1^aI_4^b$ adjungierten Vierecke sind.

Nach diesem können wir die Resultate der Untersuchung in folgendem Satz zusammenfassen:

Sechs Tangenten eines Kegelschnitts a können zu zehn Dreieckpaaren vereinigt werden; die Dreiecke jedes Paares als Polardreiecke bestimmen einen Kegelschnitt, also bestimmen alle zehn Dreieckpaare zehn Kegelschnitte, von welchen neun reell, der zehnte aber imaginär ist.

Diese zehn Kegelschnitte lassen sich in fünfundvierzig Paare zusammenfassen, welchen man ebensoviele Vierecke umschreiben kann; diese sind die einfachen Vierecke von fünfzehn vollständigen Vierecken, von welchen sechs reell, die übrigen neun aber imaginär sind. Von den einfachen Vierecken dieser imaginären Vierecke hat eines lauter konjugiert-imaginäre Gegenseiten, während die beiden übrigen einfachen Vierecke ein reelles und ein konjugiert-imaginäres Gegenseitenpaar haben.

Von den Gegenseitenpaaren aller dieser fünfzehn Vierecke sind siebenundzwanzig Paare reell, achtzehn Paare aber konjugiert-imaginär; die reellen Paare liegen zu dreien auf neun Geradenpaaren und ebenso liegen die imaginären zu dreien auf sechs konjugiert-imaginären Geradenpaaren. Von den zehn Kegelschnitten ist jedes sechs solchen Geradenpaaren einbeschrieben, u. zw. ist der imaginäre Kegelschnitt den sechs konjugiert-imaginären Geradenpaaren, die neun reellen Kegelschnitte aber sind vier reellen und zwei konjugiert-imaginären Geradenpaaren einbeschrieben; die übrigen neun Geradenpaare sind konjugierte Polaren des betreffenden Kegelschnitts.

Die sechs reellen Vierecke vereinigen sich zu zwei konjugierten desmischen Viereckstripeln, alle fünfzehn Vierecke aber vereinigen sich in zehn Paar konjugierte Viereckstripel; neun von diesen Viereckstripelpaaren haben in jedem Tripel ein reelles und zwei imaginäre Vierecke.

Jedes der desmischen Viereckstripel und auch das dazu konjugierte spaltet sich in je drei Viereckpaare; in den einfachen Vierecken dieser Paare kann von den zehn obigen Kegelschnitten je einer einbeschrieben werden, u. zw. sind die nämlichen neun Kegelschnitte in den Viereckpaaren des einen Tripels als auch in den Viereckpaaren des zu diesem

konjugierten Tripels einbeschrieben, während alle sechs Vierecke dieses Tripelpaares Polarvierecke des zehnten Kegelschnitts sind.

Jedes der zehn Kegelschnitte ist von den fünfzehn Vierecken in neun Vierecken einbeschrieben u. zw. ist der imaginäre Kegelschnitt in den neun imaginären Vierecken, jedes der neun reellen Kegelschnitten aber in zwei reellen Vierecken der reellen desmischen Tripel einbeschrieben und ausserdem noch in fünf der imaginären Vierecke; die übrigen sechs Vierecke sind Polarvierecke des betreffenden Kegelschnitts.

Die zwölf Eckpunkte der Vierecke eines desmischen Tripels liegen zu dreien in sechzehn Geraden, in den Scheitelgeraden, des Tripels; von diesen treffen sich vier Paare und die übrigen vier Paare in je einer Geraden, und solche Geradenpaare gibt es sechs, welche die Gegenseiten von zwei Vierecken sind, die wir als zum betreffenden desmischen Viereckstripel adjungiert nennen. Konjugierte desmische Viereckstripel haben die nämlichen zwei adjungierten Vierecke.

Zu den zehn Paar konjugierten desmischen Viereckstripeln sind zehn Viereckpaare adjungiert, u. zw. sind die adjungierten Vierecke zu den konjugierten desmischen Tripeln mit reellen Vierecken beide reell, während jedes der adjungierten Vierecke, welche zu den übrigen neun konjugierten desmischen Tripeln gehören: ein reelles und zwei konjugiert-imaginäre Gegenseitenpaare haben.

Jedes Paar der adjungierten Vierecke und auch die Diagonaldreiecke derselben sind Polarvierecke, bezw. Polardreiecke zu einem der zehn früheren Kegelschnitte, u. zw. sind die Vierecke des reellen adjungierten Viereckpaares Polarvierecke des imaginären Kegelschnitts und die neun adjungierten Viereckpaare mit imaginären Vierecken sind Polarvierecke der neun reellen Kegelschnitten; die Diagonaldreiecke aller dieser adjungierten Vierecke sind reell und Polardreiecke der betreffenden Kegelschnitte. Diese Polardreieckpaare aber sind die nämlichen, welche uns am Anfang dieses Satzes zur Bestimmung der betreffenden Kegelschnitten dienten: nämlich die aus den sechs Tangenten des Kegelschnitts x gebildeten Dreieckpaare.

VERALLGEMEINERUNG EINIGER SÄTZE ÜBER KEGELSCHNITTE UND FLÄCHEN ZWEITER ORDNUNG.

Von L. KLUG.

Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung am 17. Feber 1930.*)

Der Satz von DE LA HIRE über den Ort der Scheitel der einem Zentralkegelschnitt umschriebenen Rechtecke und der analoge Satz von MONGE über den Ort der Scheitel der einer Zentralfläche zweiter Ordnung umschriebenen Parallelepipedone, deren Seiten eine Fläche zweiter Ordnung berühren, dann die Sätze von FAURE, nach welchen jener erste Ort die den Polardreiecken des Zentralkegelschnitts umschriebenen Kreise, der zweite Ort die den Polartetraedern der Fläche II. O. umschriebenen Kugeln rechtwinkelig trifft, werden gewöhnlich mittelst metrischen Relationen bewiesen. Diese Sätze kann man aber auch aus *projektiven* Beziehungen ableiten und erhält damit allgemeinere Sätze, die, sowie ihre dualen, spezialisiert zu neuen Sätzen führen.

Zweck dieser Arbeit ist diese allgemeinen Sätze zu beweisen und sie in verschiedener Weise zu spezialisieren.

*

1. Wir gehen von folgendem Satz aus:

Die aus zwei Punktpaaren einer Geraden ausstrahlenden Tangentenpaare eines Kegelschnitts treffen sich in den acht Eckpunkten zweier Vierecke, die auf einem Kegelschnitt liegen.

Nämlich die aus den Punkten X_1, X_1' und X_2, X_2' der Geraden g ausstrahlenden Tangenten des Kegelschnitts k^2 mögen sich in den Eckpunkten der Vierecke $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ treffen, deren aufeinander folgenden Seiten daher Tangenten von k^2 sind (Fig. 1).

---

* Ungarisch erschienen unter dem Titel: Kúpszeletekre és másodrendű felületekre vonatkozó néhány tétel általánosítása. Bd. XLVII, p. 110.

Zwei Eckpunkte auf einer beliebigen Seite des ersten Viereckes und die Treffpunkte dieser Seite mit den Gegenseiten des zweiten Viereckes sind zugeordnete Punktpaare einer Involution; also liegen jene zwei Eckpunkte des ersten Viereckes mit den vier Eckpunkten des zweiten Viereckes auf einem Kegelschnitt l^2, und also, da jene Seite des ersten Viereckes beliebig war, liegen auch alle Eckpunkte des ersten Viereckes mit den Eckpunkten des zweiten Viereckes auf dem Kegelschnitt l^2.

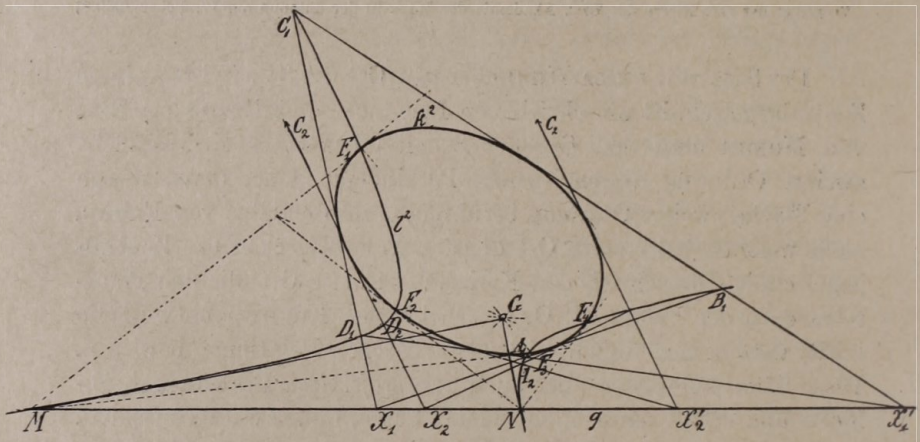


Fig. 1.

Die Punktpaare X_1X_1', X_2X_2' sind konjugierte Pole des Kegelschnitts l^2 und der Treffpunkt G der Diagonalen A_1C_1, B_1D_1, wie auch der Diagonalen A_2C_2, B_2D_2 jener Vierecke $A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$ ist der Pol der Geraden g nach beiden Kegelschnitten k^2 und l^2. Ist X_iX_i' ein beliebiges konjugiertes Polenpaar auf der Geraden g nach l^2, so bilden die aus ihnen ausstrahlenden Tangenten von k^2 die Seiten eines Viereckes $A_iB_iC_iD_i$, dessen Eckpunkte ebenfalls auf dem Kegelschnitt l^2 liegen; denn dieser Kegelschnitt l^2 ist schon durch die Punkte A_1, B_1, C_1, D_1 und der Involution I der konjugierten Pole X_1X_1', X_2X_2' bestimmt.

Da sich in jedem Punkte P von l^2 zwei Tangenten des Kegelschnitts k^2 treffen, die durch die Doppelpunkte MN der Involution I harmonisch getrennt sind, so sind die Geraden PM, PN konjugierte Polaren von k^2. Man kann daher den Kegelschnitt l^2

auch als den Ort der Punkte P betrachten, aus welchem zwei feste Punkte MN in der Ebene des Kegelschnitts k^2 durch konjugierte Polaren dieses Kegelschnitts k^2 projiziert werden.

Der Kegelschnitt l^2 geht durch die Punkte MN und trifft den Kegelschnitt k^2 in den vier Berührungspunkten der aus M und N ausstrahlenden Tangenten von k^2. Diese sind die Eckpunkte eines Viereckes ; die Pole der Seiten desselben nach k^2 sind M, N und noch vier Punkte F_1, F_2, F_3, F_4, von welchen diese letzteren die Eigenschaft haben, dass aus ihnen (und nur aus ihnen) die Involution I durch konjugierte Polaren des Kegelschnitts k^2 projiziert wird.

Also:

Nimmt man in der Ebene eines Kegelschnitts k^2

auf einer Geraden g eine Punktinvolution I an, so ist der Ort der Treffpunkte der aus den zugeordneten Punkten derselben ausstrahlenden Tangenten von k^2 ein durch die Doppelpunkte MN der Involution I gehender Kegelschnitt l^2, dessen Tangenten in den Punkten M, N sich im Pol G der Geraden g nach k^2 treffen. Aus den Punkten des Kegelschnitts l^2 werden die Punkte MN durch konjugierte Polaren von k^2 projiziert.

Die gemeinsamen Punkte der Kegelschnitte k^2, l^2 sind die Berührungspunkte der aus den Punkten MN ausstrahlenden Tangenten von k^2; diese sind die Eckpunkte eines Vierseits, und es werden aus seinen von MN verschiedenen Eckpunkten die zugeordneten Punkte der Involution I durch konjugierte Polaren von k^2 projiziert.

um einen Punkt G eine Strahleninvolution i an, so umhüllen die Strahlen, welche die Treffpunkte der zugeordneten Strahlen von i und des Kegelschnitts k^2 verbinden, einen Kegelschnitt l^2, der die Doppelstrahlen mn der Involution i dort berührt, wo sie die Polare g des Scheitels G nach k^2 trifft. Auch bilden die Tangenten des Kegelschnitts l^2 die Strahlen, welche zwei feste Geraden, nämlich mn, in konjugierten Polen von k^2 treffen.

Die gemeinsamen Tangenten der zwei Kegelschnitte k^2, l^2 berühren k^2 in den Eckpunkten eines Viereckes; zwei Seiten derselben sind die Geraden mn, die übrigen vier treffen die zugeordneten Strahlen der Involution i in konjugierten Polen von k^2.

Anmerkung. Betrachtet man das Punktpaar MN, bzw. das Strahlenpaar mn als einen verkümmerten Kegelschnitt h^2, so folgen jene Sätze auch aus folgenden allgemeineren (sonst bekannten) Sätzen :

Sind k^2 und h^2 zwei Kegelschnitte einer Ebene, so ist der Ort der

Punkte, aus welchen die zu k^2 und h^2 ausstrahlenden Tangentenpaare einander harmonisch trennen, ein Kegelschnitt l^2, der durch die Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten von k^2 und h^2 geht. Die aus den Eckpunkten des Vierseits der gemeinsamen Tangenten ausstrahlenden konjugierten Polaren sind für beide Kegelschnitte k^2 und h^2 die nämlichen.

Strahlen, welche k^2 und h^2 in harmonisch getrennten Punktpaaren treffen, ein Büschel II. O. l^2, dem die Tangenten der gemeinsamen Punkte von k^2 und h^2 angehören. Auf den gemeinsamen Sehnen dieser Kegelschnitte k^2 und h^2 sind die konjugierten Pole beider Kegelschnitte die nämlichen.

Von dem Kegelschnitt l^2 des linksseitigen Satzes oben kann man folgendes sagen:

a) l^2 zerfällt in zwei Gerade, wenn erstens der Träger der Punktinvolution I den Kegelschnitt k^2 berührt; zweitens, wenn die Doppelpunkte der Involution I konjugierte Pole von k^2 sind, und in diesem letzteren Falle geben die Polaren dieser Doppelpunkte nach k^2 die zwei Geraden des zerfallenden Kegelschnitts l^2.

b) l^2 berührt k^2 in den Doppelpunkten der Involution I, wenn diese mit den konjugierten Polen von k^2 zusammenfällt, und sind diese Doppelpunkte reell, so erhält man die Punkte des Kegelschnitts l^2 nach der zweiten Erzeugungsweise.

Die zwei Kegelschnitte k^2 und l^2 haben in diesem Falle *(b)* die gegenseitige Lage, dass man k^2 aus l^2 nach dem rechtseitigen Satze mittels derjenigen Strahleninvolution i erhalten kann, welche die Punktinvolution I aus dem Pole des Trägers dieser Punktinvolution projiziert.

c) l^2 ist imaginär, wenn die Potenzpunkte der gleichlaufenden Involution innerhalb des Kegelschnitts k^2 liegen; er

schrumpft in den reellen Treffpunkt der Tangenten dieser Potenzpunkte zusammen, wenn diese auf dem Kegelschnitt k^2 liegen.

d) l^2 wird in allen anderen Fällen ein reeller Kegelschnitt.

Bezüglich der vier Punkte F_i', aus welchen die Punktinvolution I durch konjugierte Polaren des Kegelschnitts k^2 projiziert wird, ist zu bemerken, dass diese Punkte reell (imaginär) sind, wenn die beiden reellen Doppelpunkte der Punktinvolution I ausserhalb (bzw. einer oder beide innerhalb) des Kegelschnitts k^2 liegen ; hingegen koinzidieren alle vier Punkte F_i in den Pol des Trägers der Punktinvolution I, wenn die zugeordneten Punkte derselben konjugierte Pole sind von k^2; in allen anderen Fällen sind von den Punkten F_i zwei reell und zwei konjugiert-imaginär.

2. Aus den Sätzen in No 1 folgen mehrere teils bekannte Sätze als besondere Fälle.

Ist die Punktinvolution I der Schnitt der unendlichfernen Geraden mit den konjugierten Durchmessern eines Kegelschnitts, so hat man:

Der Ort der Treffpunkte derjenigen Tangenten eines Kegelschnitts k^2, welche zu den konjugierten Durchmessern eines anderen Kegelschnitts h^2 parallel sind, ist ein mit k^2 konzentrischer und mit h^2 homothetischer Kegelschnitt l^2. Führt man zu den konjugierten Durchmessern von l^2 Paralelle durch die im Endlichen liegenden Pole der gemeinsamen Sehnen von k^2 und l^2 nach dem Kegelschnitt k^2, so sind diese Parallelen konjugierte Polaren von k^2.

Ist der Kegelschnitt h^2 ein Kreis, so folgt: die Eckpunkte der einem Zentralkegelschnitt umschriebenen Rechtecke liegen auf einem Kreis, den DE LA HIRE-Kreis; die gemeinsamen Sehnen desselben mit dem Kegelschnitt sind die Leitlinien des letzteren.

Zwei einem Zentralkegelschnitt umschriebene Rechtecke, deren Seiten sich zueinander unter 45° neigen, bestimmen zwei mit dem Kegelschnitt konzentrische gleichseitige Hyperbeln, welche je einem der Rechtecke umschrieben sind und sowohl durch die Berührungspunkte der Seiten des anderen, als auch durch die zwei konjugiert-imaginären und zwei reellen Brennpunkten des Kegelschnitts gehen und sich in den letzteren Punkten rechtwinkelig treffen.

Die konjugierten Durchmesser eines Kegelschnitts treffen einen mit ihm konzentrischen Kegelschnitt in den Eckpunkten von Vierecken, deren Seiten einen mit dem ersten konzentrisch-homothetischen Kegelschnitt umhüllen.

Dreht sich ein rechter Winkel in der Ebene eines Kegelschnitts k^2 um seinen Scheitel M, so umhüllen die Verbindungsgeraden der Treffpunkte seiner Schenkel mit k^2 einen Kegelschnitt l^2; M ist ein Brennpunkt, seine Polare m nach k^2 eine Leitlinie dieses Kegelschnitts. (P o n c e l e t: Traité . . .)

Die Polargebilde der Kegelschnitte k^2, l^2 und der Geraden m nach einem beliebigen aus M als Mittelpunkt beschriebenen Kreis μ^2 sind: ein Kegelschnitt, sein DE LA HIRE-Kreis und sein Mittelpunkt.

Daraus folgt:

Die Verbindungsgeraden der Endpunkte der aufeinander senkrechten Durchmesser eines Kegelschnitts umhüllen einen mit ihm konzentrischen Kreis, welcher der DE LA HIRE-Kreis ist des Polarkegelschnitts des ersteren nach diesem Kreis.

Diejenigen Sehnen eines Kegelschnitts, die von einer festen Sehne desselben halbiert werden, umhüllen eine Parabel, welche die Tangenten der Endpunkte der festen Sehne und diese selbst in der Mitte berührt. Konjugierte Durchmesser des Kegelschnitts sind konjugierte Polaren der Parabel, also wird diese von den Asymptoten des Kegelschnitts berührt.

3. Wenn wir zum Ausgangspunkt unserer Untersuchung zurückkehren und nur die zwei Vierseite betrachten, welchen die aus den harmonisch getrennten Punktpaaren XX', MN auf der Geraden g ausstrahlenden Tangenten des Kegelschnitts k^2 bilden, so bemerken wir, dass die vier Eckpunkte $YZY'Z'$ des ersten Vierseits und die Berührungspunkte der Seiten des zweiten Vierseits mit den Punkten MN auf dem Kegelschnitt l^2 liegen und deren Tangenten in den Punkten MN sich im Pole G der Geraden g nach k^2 treffen.

Betrachtet man aber die Schaar $[k^2]$ der Kegelschnitte k^2, welche dem ersten Vierseit $YZY'Z'$ einbeschrieben sind, so sieht man, dass sich der Kegelschnitt l^2 nicht ändert, wenn k^2 mit anderen Kegelschnitten der Schaar vertauscht wird, da er schon durch die sechs Punkte $YZY'Z'MN$ festgelegt ist. Also ist der Kegelschnitt l^2

der Ort der Berührungspunkte der aus den Punkten MN des zweiten Punktpaares ausstrahlenden Tangenten der Kegelschnitte der Schaar $[k^2]$.

Da ferner jeder Punkt L des Kegelschnitts l^2 die Eigenschaft hat, dass aus ihm seine zwei Punkte MN durch konjugierte Polaren der Kegelschnitte der Schaar projiziert werden, so gehen durch L zwei Kegelschnitte der Schaar, welche je eine der konjugierten Polaren LM, LN berühren, und diese Polaren trennen die Tangente des Kegelschnitts l^2 im Punkte L vom Punkte G harmonisch.

Verändert man das Punktpaar MN auf der Diagonale XX' jenes Vierseits $YY'ZZ'$, so dass es die Gegeneckpunkte XX' immer harmonisch trennt, so verändert sich auch der Kegelschnitt l^2 und bildet ein Büschel, dessen Grundpunkte $YY'ZZ'$ sind. Jeder Kegelschnitt des Büschels hat gegenüber den Kegelschnitten der Schaar $[k^2]$ dieselbe Lage, wie der frühere Kegelschnitt l^2.

Vertauscht man aber auch das Gegeneckpunktpaar XX' des Vierseits mit den zwei anderen Gegeneckpunktpaaren YY' und ZZ', so erhält man zwei neue Kegelschnittbüschel mit den Grundpunkten $XX'ZZ'$, $XX'YY'$, deren Lage gegenüber der Schaar $[k^2]$ dieselbe ist, wie die des ersten Büschels.

Also:

Eine Kegelschnittschaar $[k^2]$ bestimmt drei Kegelschnittbüschel, deren Grundpunkte je zwei Paar Gegeneckpunkte des der Kegelschnittschaar umschriebenen Vierseits sind. Jeder Kegelschnitt dieser Büschel ist der Ort der Berührungspunkte derjenigen Tangenten der Kegelschnitte der Schaar, welche aus den Punktpaaren ausstrahlen, die zwei Gegeneckpunkte des Vierseits harmonisch trennen.

Durch jeden Punkt L der Ebene der Kegelschnittschaar gehen zwei Kegelschnitte der

Ein Kegelschnittbüschel bestimmt drei Kegelschnittschaaren, deren Kegelschnitte je zwei Paar Gegenseiten des Viereckes berühren, dessen Eckpunkte die Grundpunkte des Büschels sind. Je zwei Geraden, welche zwei Gegenseiten dieses Viereckes harmonisch trennen, treffen die Kegelschnitte des Büschels in Punktpaaren, deren Tangenten einen Kegelschnitt jener drei Schaaren umhüllen.

Jede Gerade l der Ebene des Büschels wird von zwei Kegelschnitten dieses Büschels

Schaar und je ein Kegelschnitt der drei Büschel. Das Tangentenpaar der zwei Kegelschnitte der Schaar im Punkt L trifft die Seiten des gemeinsamen Polardreiecks der Schaar in je einem Punktpaare, welches mit dem Punkt L auf je einem Kegelschnitt der Büschel liegt, und die Tangenten dieser drei Kegelschnitte im Punkte L trennen die beiden Tangenten der zwei Kegelschnitte der Schaar von den einzelnen Eckpunkten des gemeinsamen Polardreiecks der Schaar harmonisch.

und je einen Kegelschnitt jeder Schaar berührt. Diese letzteren drei Kegelschnitte der Schaaren berühren auch bzw. die drei Strahlenpaaren, welche die zwei ersten Berührungspunkte aus den Eckpunkten des gemeinsamen Polardreiecks des Büschels projizieren, und die Berührungspunkte dieser drei Kegelschnitte der Schaaren mit der Geraden l werden von den zwei Berührungspunkten der zwei Kegelschnitte des Büschels mit l durch je eine Seite jenes Polardreiecks harmonisch getrennt.

Ist die Kegelschnittschaar $[k^2]$ konfokal, so bilden die drei Kegelschnittbüschel: zwei Kreisbüschel und ein Büschel gleichseitiger Hyperbeln.

4. Aus den beiden Sätzen in No 1 erhält man Sätze über einen Kegel II. O. und einer mit diesem konzentrischen Strahleninvolution, bezw. einer Ebeneninvolution, dessen Achse mit dem Kegelscheitel inzident ist. Besondere Fälle desselben sind:

Legt man aus den zugeordneten Strahlen einer mit einem Kegel II. O. K^2 konzentrischen orthogonalen Strahleninvolution Berührungsebenen zum Kegel, so ist der Ort der Treffgeraden derselben ein Kegel II. O. L^2, dessen eine zyklische Ebene mit der Ebene der Strahleninvolution inzident ist. L^2 wird daher ein Drehkegel, wenn die orth. Strahleninvolution in einer Symmetrieebene des Kegels K^2 liegt.

Dreht sich ein rechtwinkeliges Ebenenpaar, dessen Kante g mit dem Scheitel eines Kegels II. O. K^2 inzident ist, um seine Kante, so umhüllen die Verbindungsebenen der Treffgeraden seiner Schenkel mit dem Kegel K^2 einen anderen Kegel II. O. L^2, von dem die Kante g ein Fokalstrahl ist. L^2 wird also ein Drehkegel, wenn man jene Kante g in einer Hauptachse des Kegels K^2 annimmt.

5. Der Kegelschnitt l^2 des Satzes in No 1 hat noch andere Beziehungen zu dem Kegelschnitt k^2. Um diese zu zeigen, schicken wir Folgendes voraus:

«In jedem, einem Polarviereck $ABCD$ eines Kegelschnitts k^2 umschriebenen Kegelschnitt π^2 kann man ∞^1 Polardreiecke und ∞^3 Polarviereck von k^2 einschreiben.»

Die Polare a des Punktes A nach k^2 trifft nämlich die Gegenseiten AB, CD; AC, BD des Viereckes in konjugierten Polen von k^2; also trifft die Polare a auch den Kegelschnitt π^2 in konjugierten Polen A^1, A^2 von k^2, so dass AA^1A^2 ein dem Kegelschnitt π^2 einbeschriebenes Polardreieck ist von k^2.

Sind anderseits A', B', C' drei beliebige Punkte des Kegelschnitts π^2, und ergänzt der Punkt D' das Dreieck $A'B'C'$ zu einem Polarviereck $A'B'C'D'$ von k^2, so trifft die Polare a' von A' nach k^2, den Kegelschnitt π^2 in den Punktpaaren $A_1'A_2'$ und die Gegenseiten des Viereckes $A'B'C'D'$ in anderen Punktpaaren, welche alle konjugierte Pole sind von k^2. Nun treffen die Gegenseiten des Viereckes $A'B'C'D'$ und der durch die Punkte $A'B'C'D'A_1'$ festgelegte Kegelschnitt die Gerade a' in zugeordneten Punkten einer Involution, die aber mit der Involution der konjugierten Pole von k^2 zusammenfällt, so dass der letztere Kegelschnitt auch durch den Punkt A_2' geht, somit mit π^2 koinzidiert, woraus man schliessen kann, dass D' ein Punkt von π^2 ist. Daraus folgt:

Umschreibt man einem Polarviereck oder Polardreieck und einem anderen Polarviereck oder Polardreieck eines Kegelschnitts je einen Kegelschnitt, so treffen sich diese zwei Kegelschnitte in den Eckpunkten eines Polarvierecks des ursprünglichen Kegelschnitts. (Analog erhält man den dualen Satz.)

Denn drei gemeinsamen Punkte der zwei letzteren Kegelschnitte werden durch einen vierten Punkt zu den Eckpunkten eines Polarvierecks des ursprünglichen Kegelschnitts ergänzt, welcher vierte Eckpunkt aber auf beide Kegelschnitte liegen muss.

Daraus folgt zunächst:

Legt man durch zwei Punkte MN die zwei Kegelschnitte, welche noch je einem Polardreieck des Kegelschnitts k^2 umschrieben sind, so ist eine gemeinsame Sehne derselben eine konjugierte Polare zur Geraden MN nach dem Kegelschnitt k^2.

Betrachtet man aber alle die Kegelschnitte, welche den Polardreiecken eines Kegelschnitts umschrieben sind und durch zwei feste Punkte gehen, so erhält man folgenden Satz:

Die ∞^2 Kegelschnitte π^2, welche den ∞^3 Polardreiecken eines Kegelschnitts k^2

umschrieben sind und noch durch zwei Punkte MN gehen, haben die Eigenschaft, dass jede zur Geraden $MN \equiv g$ konjugierte Polare h nach k_2 dieselben in *einer* Involution trifft.

und dem Winkel mn einbeschrieben sind, haben die Eigenschaft, dass die Tangentenpaare, die aus jedem zum Punkte $mn \equiv G$ konjugierten Pole nach k^2 zu ihnen ausstrahlen, nur *eine* Involution bilden.

Es möge einer der Kegelschnitte π^2 eine zu der Geraden g konjugierte Polare h des Kegelschnitts k^2 in den Punkten PP' treffen; dann trifft die Polare p des Punktes P nach k^2 jeden Kegelschnitt des Büschels $(MNPP')$ im konjugierten Polen von k^2, und also gehören diese zu den ∞^2 Kegelschnitten π^2 des Satzes. Eine beliebige zu g konjugierte Polare h_1 des Kegelschnitts k^2 möge irgendeinen der Kegelschnitte π^2 des Büschels $(MNPP')$ in den Punkten P_iP_i' treffen. Dann wird auch jeder Kegelschnitt des Büschels (MNP_iP_i') zu den Kegelschnitten π^2 des Satzes gehören und die Gerade h in zugeordneten Punkten einer Involution I treffen, in welcher PP' ein zugeordnetes Punktpaar ist und die Treffpunkte (gh), $(hh_1) \equiv G$ von g und h_1 mit h ein zweites zugeordnetes Punktpaar bilden. Die Involution I ist aber durch diese zwei zugeordneten Punktpaare festgelegt und unabhängig von der Lage der zu g konjugierten Polare h_1.

Wenn daher π_i^2 irgendeiner der Kegelschnitte π^2 des Satzes ist, so hat dieser mit dem Kegelschnitt π_i^2 eine zu g konjugierte Polare von k^2 zur gemeinsamen Sehne und auf dieser die gemeinsamen Punkte P_jP_j'. Nun gehören alle Kegelschnitte des Büschels (MNP_jP_j') zu den Kegelschnitten π^2 und treffen die Gerade h in der Involution I, also trifft auch der Kegelschnitt π_j^2 die Gerade h in zugeordneten Punkten dieser Involution, w. z. w.

6. Um den Ort der Doppelpunkte der auf den obigen, also zur Geraden $g \equiv MN$ konjugierten ∞^1 Strahlen h liegenden Involu-

tionen zu finden, stützen wir uns auf folgenden Hilfsatz. (Fig. 2):

«Der Ort der Berührungspunkte der aus einem Punkte G einer gemeinsamen Sehne AB eines Kegelschnittbüschels $(ABCD)$ zu den Kegelschnitten desselben geführten Tangenten ist ein Kegelschnitt λ^2, der in den Grundpunkten C, D des Büschels von den Geraden GC, GD, in den nicht auf den Seiten AB, CD des Viereckes $ABCD$ der Grundpunkte liegenden Diagonalpunkten X, Y aber von denjenigen Geraden $G'X$, $G'Y$ berührt wird, welche sich in den zum Punkte G konjugierten Pole G' des Büschels treffen. Die Strahlen des Büschels G treffen diesen Kegelschnitt λ^2 in konjugierten Polpaaren des Kegelschnittbüschels.»

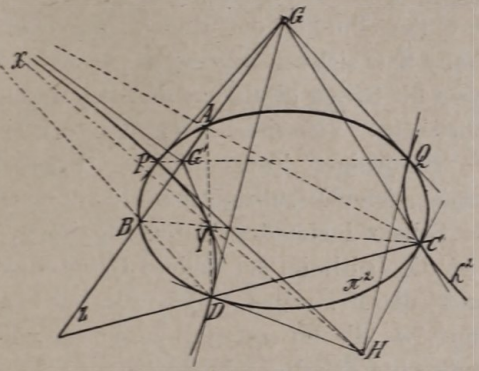


Fig. 2.

Es sei π^2 ein beliebiger Kegelschnitt des Büschels $(ABCD)$, den die aus G ausstrahlenden Tangenten in den Punkten P, Q berühren, und λ^2 sei der dem Dreieck PCD so umschriebene Kegelschnitt, dass er auch die Geraden GC, GD berührt.

Nachdem drei Tangenten in den Treffpunkten PCD der Kegelschnitte π^2, λ^2 durch G gehen, muss bekanntlich noch eine Tangente des vierten Treffpunktes ebenfalls durch G gehen, während die übrigen vier Tangenten der Treffpunkte auch einen gemeinsamen Punkt haben und jeder Strahl dieses Punktes und des Punktes G trifft die beiden Kegelschnitte in harmonischen Punktwürfen. Ausserdem haben noch die zwei Tangenten in jedem Treffpunkte der beiden Kegelschnitte die Eigenschaft, dass sie zwei ihrer Treffpunkte harmonisch trennen. Deshalb ist Q der vierte Treffpunkt der Kegelschnitte π^2, λ^2 und AB ein konjugiertes Polenpaar von λ^2. Der Kegelschnitt λ^2 ist aber durch die zwei Punkte C, D und ihre Tangenten GC, GD, sowie durch das konjugierte Polenpaar AB

bestimmt und geht durch die Berührungspunkte PQ der aus G zu den im Büschel beliebig angenommenen Kegelschnitt geführten Tangenten; er ist somit der Ort der Berührungspunkte aller aus dem Punkte G zu den Kegelschnitten des Büschels $(ABCD)$ ausstrahlenden Tangenten und geht als solcher durch die Treffpunkte X, Y der Geradenpaare AD, BC; AC, BD des Büschels und wird in diesen Punkten von den sich im konjugierten Pole G' des Punktes G treffenden Geraden berührt.

(Wir übergehen die bekannten Sätze, welche aus diesem folgen, wenn die Grundpunkte A, B oder C, D des Büschels die absoluten Punkte der Ebene sind, erwähnen aber den aus dem dualen Satz sich ergebenden Satz über eine Kegelschnittschaar $(abcd)$, wenn die Seiten ab und cd des den Kegelschnitten der Schaar umschriebenen Vierseits isotrope Geraden sind. Der Satz lautet:

«Diejenigen Tangenten der Kegelschnitte einer konfokalen Schaar, deren Berührungspunkte auf einer mit einem Brennpunkte der Schaar inzidenten Geraden g liegen, umhüllen eine Parabel; g ist die Leitlinie, der andere Brennpunkt der Schaar der Brennpunkt dieser Parabel, welche die Nebenachse der Schaar dort berührt, wo die im ersten Brennpunkt auf die Gerade g errichtete Senkrechte dieselbe schneidet.»

Dies folgt auch unmittelbar; denn die Winkelhalbierenden der Winkel, den eine Gerade g mit den Strahlen eines Büschels B bilden, umhüllen eine Parabel, deren Brennpunkt und Leitlinie der Punkt B und die Gerade g sind.)

7. Den obigen Hilfsatz benützend, kann man nun leicht den Ort der Doppelpunkte derjenigen ∞^1 Involutionen finden, den die den Polardreiecken des Kegelschnitts k^2 umschriebenen und durch zwei feste Punkte MN gelegten ∞^2 Kegelschnitte π^2 auf den Strahlen h des Büschels G ausschneiden, dessen Scheitel der Pol G der Geraden $g \equiv MN$ ist.

Sondert man von den Kegelschnitten π^2 diejenigen ab, welche einen bestimmten Strahl h des Büschels G zur gemeinsamen Sehne haben und also einem Büschel angehören, so treffen die Kegelschnitte dieses Büschels alle übrigen Strahlen des Büschels G in den ∞^1 Involutionen, in welchen sie alle ∞^2 Kegelschnitte π^2 treffen. Aber die Doppelpunkte dieser Involutionen liegen nach dem Hilf-

satz, wenn man nur das Kegelschnittbüschel betrachtet, auf einem Kegelschnitt λ^2, also ist dieser der gesuchte Ort.

Ist P ein Punkt dieses Kegelschnitts λ^2, so berührt von den ∞ Kegelschnitten π^2 ein Büschel $(MNPP)$ die Gerade PG im Punkte P. Die Polare p des Punktes P nach k^2 trifft diesen in den Punkten QR, den Kegelschnittbüschel aber in der Involution der konjugierten Pole von k^2. Daraus ist ersichtlich, dass das Geradenpaar PM, PN (sowie jeder Kegelschnitt des Büschels) durch das Punktpaar Q harmonisch getrennt ist, oder mit anderen Worten, dass PM, PN

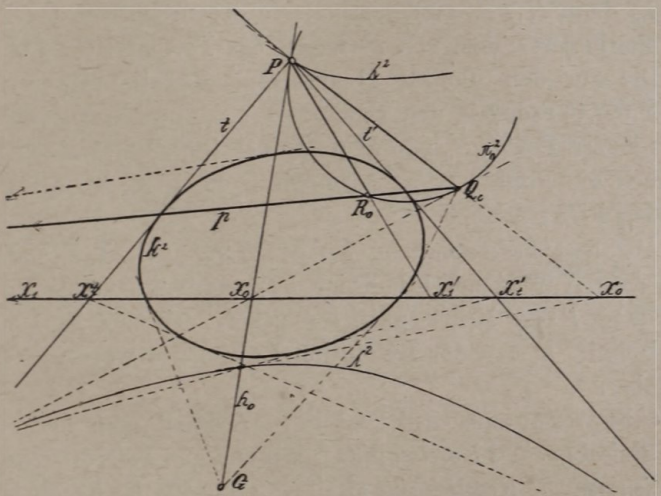


Fig. 3.

konjugierte Polaren von k^2 sind, also der Punkt P dem Kegelschnitt l^2 angehört, den wir in No 1 aus dem Kegelschnitt k^2 und dem Punktpaar MN abgeleitet haben. Kurz: λ^2 ist mit dem Kegelschnitt l^2 der No 1 identisch.

Man kann aber den Beweis der Identität von λ^2 und l^2 auch so erbringen, dass man die Realität des Geradenpaares PM, PN unberücksichtigt lässt und blos annimmt, dass MN die Doppelpunkte einer Involution I sind.

Zu dem Ende treffe (Fig. 3) die Polare p eines Punktes P des Kegelschnitts λ^2 nach dem Kegelschnitt k^2 und die Gerade PG

den Träger g der Involution I in den Punkten X_1, bzw. X_0, und diesem seien in der Involution I die Punkte X_1', X_0' zugeordnet.

Die Gerade $PGX_0 = h$ ist dann die Polare des Punktes X_0' nach λ^2 und die Tangente von ∞ Kegelschnitten π^2; PX_0' aber ist die Tangente von λ^2 und die Polare von X_0 bezüglich eines der Kegelschnitte π^2, den wir mit π_0^2 bezeichnen.

Trifft nun die Gerade PX_0' die Gerade p im Punkte Q_0, dann ist π_0^2 bestimmt: durch die Punkte Q_0, P, die Tangente PGX_0 des letzteren Punktes und durch die Involution I seiner konjugierten Pole auf g. Der Treffpunkt R_0 von $p = X_1Q_0$ und $X_1'P$ ist ein Punkt von π_0^2, denn X_1, X_1' sind konjugierte Pole desselben, Q_0, R_0 sind aber konjugierte Pole von k^2 wegen des Polardreiecks PQ_0R_0.

Die aus dem Punkte P ausstrahlenden Tangenten von k^2 treffen die Gerade g in den Punkten X_t, X_t' und trennen sowohl die konjugierten Pole Q_0R_0 von k^2 (und auch ihre Projektionen $X_t'X_1'$), als auch die Punkte X_0X_1 harmonisch, denn X_1 ist der Pol der Geraden PGX_0 nach k^2.

Aus den harmonischen Würfen $X_0'X_1'X_tX_t'$, $X_0X_1X_tX_t'$ folgt aber, dass X_tX_t' in der Involution I zugeordnete Punkte sind,und. dass daher P dem Kegelschnitt l^2 angehört, der nach No 1 aus dem Kegelschnitt k^2 und der Involution I abgeleitet wurde.

Also:

Umschreibt man den ∞^3 Polardreiecken eines Kegelschnitts k^2 diejenigen ∞^2 Kegelschnitte π^2, welche noch durch zwei feste Punkte MN gehen, so liegen die Berührungspunkte der aus dem Pole G der Geraden MN nach k^2, zu den Kegelschnitten π^2 geführten Tangenten auf einem durch die Punkte MN gehenden und die Geraden GM, GN berührenden Kegelschnitt l^2.

Jeder Strahl des Punktes G trifft die Kegelschnitte π^2 in konjugierten Polen von l^2, und

Schreibt man dem Winkel mn und den Polardreiecken eines Kegelschnitts k^2 Kegelschnitte π^2 ein, so trifft die Polare g des Winkelscheitels in Bezug auf dem Kegelschnitt k^2 diese Kegelschnitte π^2 in Punkten, deren Tangenten einen Kegelschnitt l^2 umhüllen und der auch die Schenkel m, n jenes Winkels in seinen Treffpunkten mit der Geraden g berührt.

Die aus den Punkten der Geraden g ausstrahlenden Tangenten der Kegelschnitte π^2 sind

die Punkte MN trennen harmonisch die Tangenten jedes gemeinsamen Punktes des Kegelschnittes l^2 und jedes Kegelschnitts π^2.

konjugierte Polaren von l^2, und die Schenkel des Winkels mn trennen harmonisch die Berührungspunkte jeder gemeinsamen Tangente des Kegelschnittes l^2 und eines jeden Kegelschnitts π^2.

8. Besondere Fälle dieser Sätze ergeben sich, wenn die Punkte MN im Unendlichen angenommen werden, oder die absoluten Punkte der Ebene sind (wo dann die Kegelschnitte π^2 FAURE-Kreise sind, l^2 aber der DE LA HIRE-Kreis von k^2 ist), oder wenn die Schenkel mn isotrope Geraden sind.

Nennt man Scheitelraute einer Ellipse diejenige Raute, deren Eckpunkte die Scheitel einer Ellipse sind, so hat man folgende Sätze:

«Ist in Bezug auf k^2 die Ellipse l^2 die Polarfigur des der Scheitelraute der Ellipse k^2 einbeschriebenen Kreises und umschreibt man den Polardreiecken von k^2 mit l^2 homothetische Ellipsen π^2, so liegen die Berührungspunkte der Durchmesser von k^2 mit diesen Ellipsen auf der Ellipse l^2.»

«Schreibt man den Polardreiecken eines Kegelschnitts k^2 die ∞^2 Kegelschnitte π^2 ein, welche einen Punkt G zum Brennpunkt haben, führt dann Tangenten an diese in den Punkten, in welchen sie von der Polare g des Punktes G nach k^2 getroffen werden, so umhüllen diese Tangenten einen Kegelschnitt l^2, dessen Brennpunkt und Leitlinie G und g ist. Die Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten von l^2 und eines jeden Kegelschnitts π^2 werden aus dem Punkte G durch rechtwinkelige Strahlen projiziert.»

«Die Asymptoten der den Polardreiecken einer Ellipse k^2 einbeschriebenen Hyperbeln π^2, welche einen ihrer Brennpunkte im Mittelpunkte von k^2 haben, umhüllen den der Scheitelraute der Ellipse k^2 einbeschriebenen Kreis l^2. Parallele Tangenten der Hyperbeln oder des Kreises l^2, sind konjugierte Polaren des Kreises l^2, bzw. der Hyperbeln, und die Scheitelpunkte dieser Hyperbeln sind ebenfalls konjugierte Pole von l^2.»

Oder:

«Mit einer Ellipse k^2 ist zugleich ein Kreis l^2 bestimmt (Fig. 4), welcher die Scheitelraute von k^2 berührt. Der Mittelpunkt des

Kreises als Brennpunkt und zwei beliebige Tangenten desselben als Asymptoten bestimmen eine Hyperbel π^2, welcher man ∞^1 Polardreiecke der Ellipse k^2 umschreiben kann.»

Interessant ist die Beziehung dieses Satzes zu dem Satz von FAURE, nach welchen man in jedem Kreis der den DE LA HIRE-Kreis eines Kegelschnitts rechtwinkelig trifft, ∞^1 Polardreiecke dieses Kegelschnitts einschreiben kann.

Eine Hyperbel π^2 (Fig. 4) und der diese Hyperbel in den Scheiteln berührende Kreis π'^2 sind Polargebilde von einander

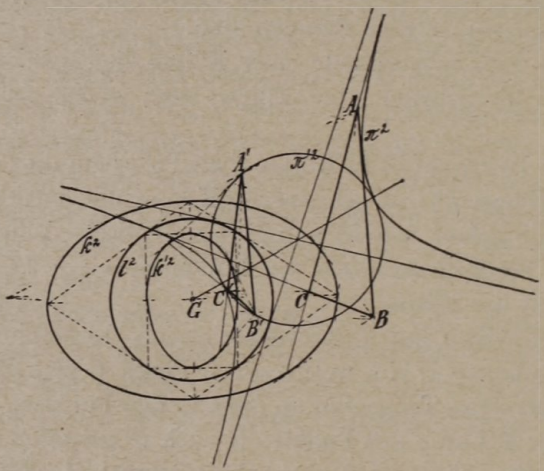


Fig. 4.

bezüglich desjenigen Kreises l^2, dessen Mittelpunkt G in einem Brennpunkt von π^2 liegt und der den Kreis π'^2 rechtwinkelig trifft und daher die Asymptoten von π^2 berührt und dessen Durchmesser also der Nebenachse von π^2 gleich ist.

Dieser Kreis l^2 ist der DE LA HIRE-Kreis von ∞^2 Kegelschnitten k'^2, deren FAURE-Kreis (einem Polardreieck umschriebene Kreis) π'^2 ist; und umgekehrt bestimmt jedes dem Kreis π'^2 einbeschriebene Dreieck $A'B'C'$ als Polardreieck und der Punkt G als Mittelpunkt einen Kegelschnitt k'^2, dessen DE LA HIRE-Kreis l^2 ist.

Der Kegelschnitt k^2, als Polarfigur von k'^2 nach dem Kreis l^2 hat die Eigenschaft, dass ∞^2 seiner Polardreiecke der Hyperbel π^2

umschrieben sind. Unter diesen ist eines ABC, welches die Polarfigur des Dreieckes $A'B'C'$ ist in Bezug auf dem Kreis l^2.

Ist aber der Kegelschnitt π^2, von welchen wir ausgingen, keine Hyperbel, sondern eine Ellipse (Fig. 5) und berührt der Kreis π'^2 in den Scheiteln der Hauptachse, so gibt es keinen reellen Kreis, dessen Mittelpunkt ein Brennpunkt G der Ellipse π^2 ist und der den Kreis π'^2 rechtwinkelig treffe, sondern einen imaginären Kreis l^2. Der reelle Vertreter $\bar{l}^2$ dieses imaginären Kreises ist mit ihm konzentrisch, sein Durchmesser ist gleich der Nebenachse der Ellipse und wird daher vom Kreis π'^2 in den Endpunkten eines

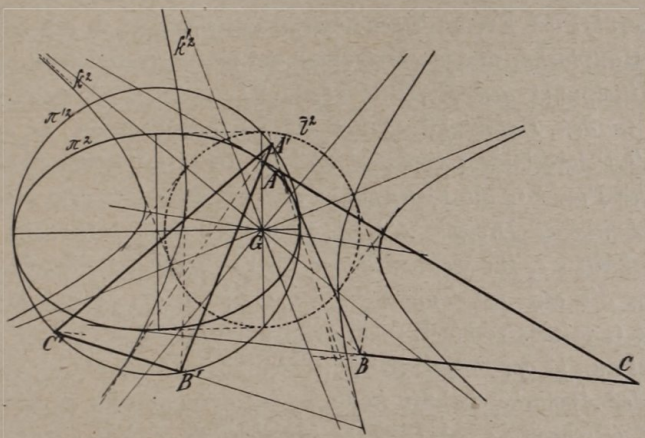


Fig. 5.

Durchmessers getroffen. Bezüglich dieses imaginären Kreises l^2 sind die Ellipse π^2 und der Kreis π'^2 Polargebilde, also bezüglich $\bar{l}^2$ Apolargebilde.

Auch l^2 ist der DE LA HIRE-Kreis von ∞^2 Kegelschnitten k'^2, deren eine FAURE-Kreis π'^2 ist, und also werden die auf den Tangenten des Kreises $\bar{l}^2$ liegenden Sehnen des Kegelschnitts k'^2, aus dem Punkte G durch die Schenkeln von rechten Winkeln projiziert, und der Kegelschnitt k'^2, wenn er reell ist, kann nur eine Hyperbel sein. Für die apolare Figur dieser Hyperbel k'^2 in Bezug auf den Kreis $\bar{l}^2$, nämlich für die Hyperbel k^2 ist $\bar{l}^2$ der DE LA HIRE-Kreis und π'^2 ein FAURE-Kreis.

Ein dem Kreis π'^2 einbeschriebenes beliebiges Dreieck $A'B'C'$ als Polardreieck und G als Mittelpunkt bestimmen eine Hyperbel k'^2, deren auf den Tangenten des Kreises $\bar{l}^2$ liegende Sehnen vom Mittelpunkt G durch rechte Winkel projiziert werden. Die apolare Hyperbel k^2, der Hyperbel k'^2 bezüglich des Kreises $\bar{l}^2$ hat die Eigenschaft, dass ∞^1 ihre Polardreiecke der Ellipse π^2 umschrieben sind. Unter diesen ist eines ABC, welches die apolare Figur des Dreiecks $A'B'C'$ ist bezüglich des Kreises $\bar{l}^2$, und dieses Dreieck ABC ist ebenfalls der Ellipse π^2 umschrieben.

Nach diesem können wir das Obige in folgendem Doppelsatz zusammenfassen:

Berührt der Kreis π'^2 den Zentralkegelschnitt π^2 in den Scheiteln seiner Hauptachse, und beschreibt man aus einem seiner Brennpunkte G als Mittelpunkt den Kreis l^2 (bzw. $\bar{l}^2$), welchen π^2 rechtwinkelig (bzw. in den Endpunkten eines Durchsmessers) trifft, so sind π^2 und π'^2 Polargebilde (Apolargebilde) in Bezug auf jenen Kreis.

Der Punkt G als Mittelpunkt und ein beliebiges dem Kreis π'^2 einbeschriebenes Dreieck $A'B'C'$ als Polardreieck bestimmen einen Kegelschnitt k'^2, für welchen l^2 der DE LA HIRE*-Kreis ist (bzw. für welchen die auf den Tangenten von l^2 liegenden Sehnen aus dem Punkte G mittels rechte Winkel projiziert werden).*

Ist nun k^2 der Polarkegelschnitt von k'^2 in Bezug auf den Kreis l^2 (bzw. der Apolarkegelschnitt in Bezug auf den Kreis $\bar{l}^2$), so kann man dem Kegelschnitt k^2 ∞^1 Dreiecke umschreiben, welche Polardreiecke von π^2 sind; eines derselben, ABC, ist die Polarfigur (die Apolarfigur) von $A'B'C'$ in Bezug auf dem Kreis l^2 (bzw. auf dem Kreis $\bar{l}^2$).

Kehrt man nun wieder zurück zum dualen Satz (8) und legt den einen Schenkel n des Winkels mn des rechtseitigen Satzes ins Unendliche, so erhält man:

«Schreibt man den Polardreiecken eines Zentralkegelschnitts k^2 Parabeln p^2 ein, welche eine feste Sehne s von k^2 berühren, und schneidet dieselben mit dem zur Sehne s konjugierten Durchmesser g, so berühren die Tangenten in den Schnittpunkten eine Parabel l^2, deren Durchmesser g ist und der die Sehne s im Punkte sg berührt. Die Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten der Parabel l^2 und einer beliebigen Parabel p^2 haben von der Sehne s gleichen Abstand.»

II.

9. Um obige Untersuchungen auf den dreidimensionalen Raum zu übertragen, sei F^2 eine Fläche II. O., k^2 ein reeller oder imaginärer Kegelschnitt, P der Pol seiner Ebene π nach F^2, endlich ABC ein Polardreieck von k^2. Durch die Seiten BC, CA, AB dieses Dreieckes führen wir die Berührungsebenenpaare $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$ zur Fläche F^2; diese bilden ein Sechsflach S, dessen vier Gegeneckpunktpaare $\alpha\beta\gamma$, $\alpha'\beta'\gamma'$; $\alpha'\beta\gamma$, $\alpha\beta'\gamma'$ ...; durch P und π harmonisch getrennt sind.

Durch jedes aus dem Punkte A ausstrahlende konjugierte Polarenpaar des Kegelschnitts k^2 gehen vier Berührungsebenen zur Fläche F^2, und da diese zugleich Berührungsebenen des aus dem Punkt A der Fläche F^2 umschriebenen Kegels sind, so bilden sie solche Vierflache, deren vier Kanten auf einem Kegel II. O. A^2 liegen (laut No 1 u. 2). Das Ebenenpaar $\alpha\alpha'$ ergänzt jedes dieser ∞^1 Vierflache zu Sechsflache wie S, und trifft den Kegel A^2 in einem Kegelschnittpaar $\alpha^2\alpha'^2$, auf welchen die Eckpunkte der Sechsflache liegen, und je vier Eckpunkte auf dem Kegelschnitt α^2 werden von den auf dem Kegelschnitt α'^2 liegenden Gegeneckpunkten durch den Punkt P und die Ebene π harmonisch getrennt. Endlich gehen noch die Kegelschnitte α^2, α'^2 durch die Punkte, in welchen die Gerade BC den Kegelschnitt k^2 trifft.

Ebenso bestimmen die aus den Eckpunkten B und C des Polardreieckes ABC ausstrahlenden konjugierten Polaren von k^2 je ∞^1 der Fläche F^2 umschriebene Vierflache, deren je vier Kanten zwei Kegel II. O. B^2 und C^2 erfüllen, welche bzw. von den Ebenenpaaren $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$ in den Kegelschnittpaaren $\beta^2\beta'^2$, $\gamma^2\gamma'^2$ getroffen werden, die ebenfalls bzw. durch die gemeinsamen Punkte der Geraden CA, AB und des Kegelschnittes k^2 gehen.

Da nun je zwei der Kegelschnitte α^2, α'^2, β^2, β'^2, γ^2, γ'^2 und k^2 zwei gemeinsame Punkte haben (z. B. α^2 und β^2 in den Eckpunkten $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta\gamma'$ des Sechsflaches S), so liegen dieselben auf einer Fläche II. O. L^2. Diese Fläche L^2 geht durch die Eckpunkte aller dieser Sechsflache, welche wir früher betrachteten. Denn ist AB_iC_i ein von ABC verschiedenes Polardreieck von k^2, so bestimmt dies ebenso wie ABC ein der Fläche F^2 umschriebenes Sechsflach S_i,

welches mit S das Seitenpaar aa' und das Kegelschnittpaar $a^2a'^2$ gemeinsam hat. Auf den zwei übrigen Seitenpaaren von S_i, den die aus AC_i und AB_i zur Fläche F^2 gelegten Berührungsebenen bilden, sind die mit S_i verbundenen Kegelschnittpaare $\beta_i^2\beta_i'^2$, $\gamma_i^2\gamma_i'^2$. Da nun jeder dieser Kegelschnitte mit a^2, a'^2 und k^2 zwei Punkte gemeinsam hat, so gehören dieselben ebenfalls der Fläche L^2 an.

Nimmt man ein beliebiges Polardreieck $A_2B_2C_2$ von k^2 an und führt durch seine Seiten die drei Berührungsebenen zur Fläche F^2, so treffen sich dieselben in den acht Eckpunkten eines Sechsflaches, welche, wie wir eben zeigen wollen, ebenfalls auf L^2 liegen.

Denn ist $C_1 = (BC,\ B_2C_2)$, $B_1 = (BC,\ AA_2)$, $B_3 = (B_2C_2,\ AA_2)$, so hat von den Polardreiecken ABC, AB_1C_1, $A_2B_3C_1$, $A_2B_2C_2$ jedes einen Eckpunkt mit dem folgenden gemein; also liegen die acht Eckpunkte des durch das zweite, dann durch das dritte, endlich durch das vierte Polardreieck bestimmten Sechsflaches auf die Fläche L^2, w. z. w.

Daraus ergibt sich folgender Satz:

Ist F^2 eine Fläche II. O. und k^2 ein Kegelschnitt in der Ebene π und P der Pol der Ebene π nach F^2, so ist der Ort der Treffpunkte der aus den Seiten der Polardreiecke von k^2 zu F^2 gelegten Berührungsebenen eine Fläche II. O. L^2, welche den Kegel II. O. $P.k^2$ in den Punkten des Kegelschnittes k^2 berührt.

Ist π eine Berührungsebene von F^2, so zerfällt die Fläche L^2 in die Ebene π und eine andere Ebene, die π in der Polare des Berührungspunktes nach dem Kegelschnitt k^2 trifft.

K^2 ein Kegel II. O. mit dem Scheitel P und π die Polarebene von P nach F^2, so umhüllen die Ebenen, welche die Treffpunkte der Kanten der Polardreikante von K^2 und der Fläche F^2 verbinden, eine zweite Fläche II. O. L^2, die den Kegel K^2 dort berührt, wo er von der Ebene π geschnitten wird.

Liegt der Punkt P auf der Fläche F^2, so zerfällt die Fläche L^2 in diesen Punkt P und in einen anderen, der auf der Polare p der Berührungsebene π des Punktes P nach K^2 ist.

Wir schulden noch den Beweis für den letzten Teil dieser Sätze und wollen ihn für den rechtseitigen geben.

Es seien abc, $a_2b_2c_2$ zwei beliebige Polardreikanten des Kegels K^2, der seinen Scheitel P auf der Fläche F^2 hat; dann seien ab_1c_1, $a_2b_3c_1$ zwei andere Polardreikanten von K^2, die mit einander und bzw. mit jenen je eine Kante gemein haben; endlich sei p die Polare der Berührungsebene π des Flächenpunktes P nach dem Kegel K^2, und $A, B, \ldots C_2$, die Treffpunkte jener Kanten $a, b, \ldots c_2$ mit der Fläche F^2.

Die Ebene bcb_1c_1 trifft F^2 in einem Kegelschnitt und die konjugierten Polarenpaare bc, b_1c_1 des Kegels treffen diesen Kegelschnitt in den Punktpaaren BC, B_1C_1, deren Verbindungsgeraden sich im Pol A' der Involution $BC.B_1C_1 \ldots$ schneiden und welcher Pol auch auf der Polaren p der Treffgeraden der Ebenen π, bc, also auch der Treffgeraden der Ebenen ap, bc liegt. Somit trifft die Gerade AA' die Polare p in demjenigen Punkt L, in welchen sie die Ebenen ABC, AB_1C_1, also auch die Ebenen $A_2B_2C_1$, $A_2B_2C_2$ treffen, w. z. w.

Besondere Fälle dieser Sätze sind folgende:

«Legt man an einer zentrischen Fläche II. O. F^2 Berührungsebenen, welche mit den tripelkonjugierten Durchmesserebenen einer anderen Fläche II. O. Φ^2 parallel sind, so ist der Ort ihrer Treffpunkte eine dritte Fläche II. O. L^2, die mit F^2 konzentrisch und mit Φ^2 homothetisch liegt.»

Ist Φ^2 eine Kugel, so wird L^2 die MONGE-Kugel von F^2.

Ist F^2 ein Paraboloid, Φ^2 aber eine zentrische Fläche II. O., so zerfällt L^2 in die unendlichferne Ebene und eine andere Ebene L, welche auf die Achse von F^2 senkrecht steht.

«Die tripelkonjugierten Durchmesser einer zentrischen Fläche II. O. Φ^2 treffen eine mit dieser konzentrische Fläche II. O. F^2 in Punkttripeln, deren Verbindungsebenen eine mit Φ^2 homothetisch-konzentrische Fläche L^2 umhüllen.»

Ist Φ^2 eine mit F^2 konzentrische Kugel, so hat man:

«Das veränderlich Tripel paarweise aufeinander senkrechten Halbmesser einer zentrischen Fläche II. O. F^2 trifft diese je in drei Punkten, deren Verbindungsebenen eine mit F^2 konzentrische Kugel umhüllen; diese ist MONGE-Kugel der Polarfläche von F^2 in Bezug auf diese Kugel.»

Nachdem durch die sechs Flächenpunkte eines Tripels paar-

weise aufeinander senkrechter Durchmesser einer Fläche II. O. F^2 ausser den drei Durchmesserebenen noch sechs Ebenen gehen, die eine sogenannte rhombische Bipyramide begrenzen, so hat man:

«Die Seiten der ∞^3 einer zentrischen Fläche II. O. einbeschriebenen rhombischer Bipyramiden berühren eine mit der Fläche konzentrische Kugel.»

Oder allgemeiner:

«Die Kanten der Polardreikante eines orthogonalen Bündels vom Scheitel P treffen eine Fläche II. O. F^2 in Punkttripeln, deren Verbindungsebenen eine Drehfläche II. O. D^2 umhüllen; P ist ein Brennpunkt, die Polarebene π von P nach F^2, die zu P zugeordnete Leitebene der Drehfläche D^2. Die Polargebilde von F^2, D^2 und π in Bezug auf einer beliebigen Kugel vom Mittelpunkt P sind bzw.: eine Fläche II. O., seine Monge-Kugel und sein Mittelpunkt.»

«Führt man durch einen Punkt P einer Fläche II. O. F^2 drei beliebige paarweise aufeinander senkrechte Sehnen, so trifft die Ebene der drei anderen Endpunkte der Sehnen, die Flächennormale des Punktes P in einem festen Punkt, den Frégier-Punkt des Punktes P.»

10. Nehmen wir wieder die Fläche II. O. F^2 und den Kegelschnitt k^2 an, dann zwei Polartetraeder $ABCD$, $AB_iC_iD_i$ der Fläche mit einen gemeinsamen Eckpunkt. α sei die Polarebene dieses Eckpunktes A, und P der Pol der Ebene π des Kegelschnitts k^2 nach F^2. Mit H^2, H_i^2 bezeichnen wir die durch k^2 gehenden und den angenommenen Polartetraedern bzw. umschriebenen Flächen II. O. Diese haben ausser k^2 noch einen Kegelschnitt gemein, dessen Ebene ω zu π konjugiert und also mit P inzident ist, was wir eben beweisen wollen.

Die Ebene α trifft die Flächen H^2, H_i^2 und F^2 in drei Kegelschnitten und den Kegelschnitt k^2 in zwei Punkten MN; die zwei ersten Kegelschnitte gehen durch diese Punkte und sind de Polardreiecken BCD, $B_iC_iD_i$ des dritten Kegelschnitts umschrieben; also geht die von der Geraden $MN \equiv \alpha\pi$ verschiedene gemeinsame Sehne o der zwei ersten Kegelschnitte durch den Pol O der Geraden $\alpha\pi$ nach dem dritten Kegelschnitt (No. 6). Diese Sehne o

und also auch der Punkt O liegt aber in der Ebene ω, und die Gerade AO ist die Polare von $a\pi$ in Bezug auf die Fläche F^2; somit liegt P in der Geraden AO und also auch in der Ebene ω.

Daraus folgt: dass jeder Strahl g des Bündels P die zwei Flächen H^2, H_i^2 in Punktpaaren trifft, die mit dem Punktpaar P, $g\pi$ ein Involution bilden.

Jetzt nehme man zwei beliebige Polartetraeder $ABCD$, $A_2B_2C_2D_2$ von F^2 an, und schalte zwischen diese die zwei Polartetraeder $AB_1C_1D_1$, $A_2B_1C_1D_3$ so ein, dass die vier aufeinander folgende Tetraeder mindestens einen gemeinsamen Eckpunkt haben. Dies geschieht, indem man die Gerade AA_2 mit den Ebenen BCD, $B_2C_2D_2$ in den Punkten D_1, D_3 schneidet und auf der Schnittgeraden der nämlichen zwei Ebenen die konjugierten Pole B_1C_1 von F^2 beliebig annimmt.

Die den vier Polartetraedern umschriebenen und durch den Kegelschnitt k^2 gehenden vier Flächen II. O. haben nach Obigem die Eigenschaft, dass die Ebenen, in welchen die gemeinsamen Punkte diese der Reihe nach aufeinander folgende Flächen II. O. (ausser π) liegen, dem Bündel P angehören.

Es trifft daher jeder Strahl g des Bündels P, die erste und zweite, die zweite und dritte, die dritte und vierte dieser Flächen in je einer Involution, in welcher dem Punkt P der Punkt $g\pi$ zugeordnet ist. Da aber je zwei aufeinander folgende der drei Involutionen ausser P, $g\pi$ noch ein zugeordnetes Punktpaar gemeinsam haben, so sind die drei Involutionen von einander nicht verschieden. Also treffen die durch den Kegelschnitt k^2 gehenden und je einem der Polartetraeder $ABCD$, $A_2B_2C_2D_2$ umschriebenen Flächen II. O. jeden Strahl g des Bündels P in Punktpaaren, welche mit den zugeordneten Punkten P, $g\pi$ einer Involution angehören; und die ausser dem Kegelschnitt k^2 liegenden gemeinsamen Punkte dieser zwei Flächen sind in einer zur Ebene von k^2, nämlich π, konjugierten Polarebene der Fläche F^2.

Ändert man eines dieser Polartetraeder und damit die ihm umschriebene Fläche II. O., während alles übrige fest bleibt, so ändert sich auch die Punktinvolution auf g nicht, da sie schon mit zwei zugeordneten Punktpaaren festgelegt ist. Man kann daher auch beide Polartetraeder und zugleich die ihnen umschriebenen

Flächen II. O. mit anderen vertauschen, ohne dass sich die Involution auf g ändern würde.

Da die Anzahl der Polartetraeder der Fläche F^2 ∞^6 ist, und da man in jeder einem Polartetraeder umschriebenen Fläche II. O. H^2, ∞^3 Polartetraeder einschreiben kann, so lassen sich durch den Kegelschnitt k^2 bloss ∞^3 Flächen II. O. legen, welche den Polartetraedern von F^2 umschrieben sind. Diese treffen jeden Strahl g des Bündels, dessen Scheitel der Pol P der Ebene π des Kegelschnitts k^2 nach F^2 ist in einer Involution, in welcher P, $g\pi$ zugeordnete Punkte sind; es gehen daher durch jedes zugeordnete Punktpaar ∞^2 dieser Flächen II. O. H^2.

Also:

Die den ∞^6 Polartetraedern einer Fläche II. O. F^2 umschriebenen und durch den Kegelschnitt k^2 gelegten ∞^3 Flächen II. O. H^2 treffen sich paarweise ausser in k^2 noch in Kegelschnitten, deren Ebenen durch den Pol P der Ebene π des Kegelschnitts k^2 nach F^2 gehen. Jeder Strahl g des Bündels P trifft diese Flächen H^2 in zugeordneten Punktpaaren einer Involution, in welcher auch die Punkte P, $g\pi$ zugeordnet sind; durch jedes zugeordnete Punktpaar der Involution gehen ∞^2 Flächen H^2.

und zugleich einem Kegel II. O. K^2 einbeschriebenen ∞^3 Flächen II. O. H^2 sind paarweise noch anderen Kegeln II. O. einbeschrieben; die Scheitel derselben liegen in der Polarebene $\varkappa$ des Scheitels K von K^2 nach F^2. Die durch eine beliebige Gerade g der Ebene $\varkappa$ zu den Flächen H^2 geführten Berührungsebenenpaare bilden eine Involution, in welcher die Ebenen $\varkappa$, gK zugeordnet sind; jedes der zugeordneten Ebenenpaare der Involution wird von ∞^2 Flächen H^2 berührt.

11. Es soll jetzt der Ort der Doppelpunkte der ∞^2 Involutionen bestimmt werden, den die ∞^3 Flächen H^2 auf den Strahlen des Bündels P ausschneiden.

Die Doppelpunkte auf jeder Fläche H^2 liegen auf dem Kegelschnitt h^2, in welchem die Polarebene des Punktes P nach der betreffenden Fläche H^2 diese schneidet. Auf zwei beliebige Flächen H^2 erhält man zwei solche Kegelschnitte h^2, die zwei gemeinsame Punkte haben auf dem gemeinsamen Kegelschnitt der zwei betrach-

teten Flächen H^2, dessen Ebene im Bündel P liegt. Nachdem nun je zwei der Kegelschnitte h^2 zwei gemeinsame Punkte haben, so ist der Ort derselben oder ihrer Punkte eine Kegelschnittfläche, d. h. eine Fläche II. O.

Dies kann man auch in folgender Weise begründen:

Eine Ebene ξ des Bündels P trifft die ∞^3 Flächen H^2 in ∞^2 Kegelschnitten, die eine gemeinsame Sehne (ξ, k^2) haben. Also ist der Ort der aus P zu diesen Kegelschnitten ausstrahlenden Tangenten (nach No 7) ein Kegelschnitt ξ^2, in Bezug auf welchen der Po der ihm auch angehörenden Sehne (ξ, k^2) der Punkt P ist. Ändert man die Ebene ξ im Bündel P, so ändert sich auch der Kegelschnitt ξ^2 und ihr Ort ist die früher gefundene Fläche II. O., die in den Punkten des Kegelschnitts k^2 vom Kegel $P.k^2$ berührt wird.

Wir können also den letzten Satz wie folgt ergänzen:

Der Ort der Berührungspunkte der aus dem Punkt P zu den Flächen H^2 geführten Berührungsebenen ist eine Fläche II. O. L^2, welche den Kegel $P.k^2$ in dem Kegelschnitte k^2 berührt.

Die Berührungsebenen der Flächen H^2 in ihren Treffpunkten mit der Ebene $\varkappa$ umhüllen eine Fläche II. O. Λ^2, die vom Kegel K^2 in seiner Treffkurve mit $\varkappa$ berührt wird.

Wir wollen nun zeigen; dass die Ortsfläche L^2 dieses Satzes links, mit der Fläche L^2 des Satzes unter No 7 koinzidiert, wenn F^2 und k^2 in beiden Sätzen die nämlichen Gebilde sind.

Zu dem Ende sei A ein Punkt der jetzigen Ortsfläche L^2, und A^2 der aus ihm der Fläche F^2 umschriebene Kegel.

Unter den ∞^3 den Polartetraedern von F^2 umschriebenen und mit dem Kegelschnitt k^2 inzidenten Flächen II. O. H^2 gibt es ∞^2 welche durch A gehen und also den Strahl AP im Punkte A berühren; darunter ist einer, der Kegel H_k^2, der k^2 aus A projiziert. Zugleich ist A der Eckpunkt von ∞^3 diesen ∞^2 Flächen H^2 einbeschriebenen Polartetraedern von F^2. Es sei $ABCD$ eines dieser dem Kegel H_k^2 einbeschriebenen Polartetraeder; dann ist $A\,.\,BCD$ ein Polardreikant des Kegels A^2. Kann man aber dem Kegel H_k^2 Polardreikante des Kegels A^2 einschreiben, so kann man auch dem Kegel A^2 Polardreikante des Kegels H_k^2 umschreiben. Ein solches Dreikant trifft die Ebene π des Kegelschnitts k^2 in einem Polardreieck

des Kegelschnitts k^2. Deshalb kann man dem Kegel A^2, somit auch der Fläche F^2 Dreikante umschreiben, dessen Seiten aus den Seiten eines Polardreieckes von k^2 ausgehend sich im Punkte A schneiden und deshalb gehört schliesslich der Punkt A der Fläche L^2 des Satzes No 7 an.

Eine weitere Ergänzung der zwei letzten Sätze ist also:

Auf der Fläche L^2 treffen sich je drei Berührungsebenen der Fläche F^2, die durch die Seiten der Polardreiecke des Kegelschnitts k^2 an diese gelegt werden können.

Die Fläche A^2 wird auch von den Ebenen berührt, welche durch drei Treffpunkte von F^2 mit den Kanten der Polardreikante des Kegels K^2 gelegt werden können.

Besondere Fälle dieser Sätze sind folgende:

«Umschreibt man den Polartetraedern einer Fläche II. O. F^2 homothetische Flächen II. O. H^2, so ist der Ort der Berührungspunkte der Durchmesserebenen der Fläche F^2 mit diesen Flächen H^2 eine mit H^2 ebenfalls homothetische und mit F^2 konzentrische Fläche II. O. Φ^2.»

«Die den Polartetraedern einer Fläche II. O. umschriebenen Kugeln (Faure-Kugeln) werden von der Monge-Kugel der Fläche rechtwinkelig getroffen (Satz von Faure).»

«Schreibt man den Polartetraedern einer Fläche II. O. F^2 Drehflächen II. O. ein, die einen festen Punkt K zum Brennpunkt haben, und legt Berührungsebenen an diesen in den Punkten, in welchen die Polarebene $\varkappa$ von K nach F^2 dieselben schneidet, so umhüllen dieselben eine Drehfläche II. O. Φ^2, von welcher K ein Brennpunkt und $\varkappa$ die dazu gehörige Leitebene ist.»

Als besonderen Fall davon hat man:

«Die Asymptotenkegel der den Polartetraedern einer Zentralfläche II. O. F^2 einbeschriebenen ∞^3 Drehhyperboloide, deren ein Brennpunkt der Mittelpunkt von F^2 ist, umhüllen eine Kugel, die auch von den Ebenen berührt wird, welche durch die Endpunkte von je drei paarweise aufeinander senkrechten Halbmessern der Fläche F^2 gelegt werden können, welche Kugel also die Seiten der ∞^3 der Fläche F^2 einbeschriebenen rombischen Bipyramiden berührt.»

Oder auch:

«Umschreibt man der Kugel, welche die Seiten der einer Fläche II. O. F^2 einbeschriebenen rombische Bipyramiden berührt, einen Kegel, und betrachtet diesen als Asymptotenkegel eines Hyperboloides, von dem ein Brennpunkt im Kugelmittelpunkt liegt, so kann man diesem Hyperboloid ∞^3 Polartetraeder der Fläche F^2 umschreiben.»

Aus diesem Satz kann man den FAURE'schen Satz ableiten, nach welchen die FAURE-Kugeln einer Fläche II. O. ihre MONGE-Kugel rechtwinkelig schneiden.

Betrachtet man nämlich einen beliebigen Berührungskegel K^2 einer Kugel G^2 als Asymptotenkegel eines Hyperboloids H^2, und den Kugelmittelpunkt G als einen Brennpunkt desselben, so ist die Polarfigur des Hyperboloids in Bezug auf die Kugel G^2 eine solche Kugel H'^2, welche die Kugel G^2 in denjenigen Kreis rechtwinkeligen schneidet, in welchem ihn der Kegel K^2 berührt.

Die Kugel G^2 ist die MONGE-Kugel von ∞^4 Flächen II. O. F'^2 und diese haben in Bezug auf die Kugel G^2 ebensoviele Flächen II. O. F^2 als Polargebilde.

Sind nun F'^2 und F^2 zwei solche zusammengehörige Polargebilde, so kann man der Fläche F^2 ∞^3 rombische Bipyramiden einschreiben, welche der Kugel G^2 umschrieben sind. Und da man nach dem obigen Satz ∞^3 Polartetraeder der Fläche F^2 dem Hyperboloid H^2 umschreiben kann, so kann man auch ∞^3 Polarteraeder der Fläche F'^2, der Kugel H'^2 einschreiben.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER EINIGE WICHTIGEN BIOLOGISCHEN EIGENSCHAFTEN DER SOLONECARTIGEN ALKALIBÖDEN (SZIKBÖDEN) DER HORTOBÁGYER-STEPPE MIT RÜCKSICHT AUF IHRE FRUCHTBARMACHUNG.

(Aus dem mikrobiologischen Laboratorium des Botanischen Institutes der königl. ung. Hochschule für Berg- und Forstingenieure in Sopron.)

Von D. FEHÉR und R. BOKOR.

(Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung am 17. Feber 1930.)

Einleitung.

Die forstwirtschaftliche Bedeutung der ungarischen Alkaliböden jetzt, wo infolge der grossen territorialen Verlusten des Landes die landwirtschaftliche und forstwirtschaftliche Nutzbarmachung immer mehr in Vordergrund tritt, gewinnt immer mehr an Wichtigkeit. Die forstlichen Versuche bezüglich der forstwirtschaftlichen Nutzbarmachung dieser Böden wurden dadurch ganz besonders erleichtert, dass das Ackerbauministerium auf die Iniziative des seinerzeitigen Leiters der forstlichen Hauptsektion des Ministeriums des Staatssekretärs K. Kaán, in Püspökladány am westlichen Rande der Hortobágy-Steppe eine spezielle und eigene Szikaufforstungsversuchsstation errichtet hat, wo die diesbezüglichen Versuche seit längerer Zeit im vollen Gange sind.

Die ersten Laboratoriumsversuche zur Frage der forstlichen Nutzbarmachung dieser Böden haben Fehér und Vági (I) im Jahre 1924 durchgeführt. Der Zweck dieser Untersuchungen war den Einfluss jener biologischen Faktoren zu erforschen,

M. T. AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

welche bei der Aufforstung der Alkaliböden abweichend von anderen Kulturböden von der Natur dargeboten werden und den Lebenslauf der Waldbäume am meisten berühren können. Die ersten Versuche wollten vor allem die Wirkung der Nitrite, welche in der Alkaliböden vorkommen, aufklären. P. TREITZ (II) hat seinerzeit behauptet, dass die Nitrite, welche infolge der spezifischen Standortsverhältnissen auf den Alkaliböden in ziemlich beträchtlichen Mengen gebildet werden, das Pflanzenwachstum schädlich beeinflussen. Es musste nach seiner Meinung das überaus pflanzenschädliche Verhalten der meisten Alkaliböden der Anweisenheit der Nitrite zugeschrieben werden. Nach seinen Angaben kann der Nitritgehalt der Alkaliböden ziemlich beträchtliche Werte erreichen. Er fand auf einem Katastraljoch bis zu einer Tiefe von 1·5 m ungefähr 25 kg $NaNO_2$. Diese Menge entspricht 0·00005 Gewichtsprozenten. Nach seinen anderen Angaben fand er in den Monaten Januar, April, Juni und Juli bis zu einer Tiefe von 110 cm 0·27 — 1·64 mg Nitritmengen in je 1 kg der untersuchten Böden.

Auf Grund eigener Untersuchungen ist nun FEHÉR und VÁGI gelungen nachzuweisen, dass selbst das 1000-fache jener Nitritmengen, welche TREITZ in den Alkaliböden ermittelt hat, noch keinen schädlichen Einfluss hervorrufen können.

Im Laufe der darauf folgenden Untersuchungen haben nun FEHÉR und VÁGI (III) auf Grund von Laboratoriumsversuchen das pflanzenphysiologische Verhalten des Na_2CO_3 untersucht. Bei den Nitrituntersuchungen haben die beiden Autoren nur die normalen Getreidepflanzen: Weizen, Roggen, Gerste und Hafer untersucht. Bei den Soda-Versuchen aber haben sie bereits auch das pflanzenphysiologische Verhalten jener Waldbäume, welche bei der Aufforstung dieser Böden in der ersten Reihe in Betracht kommen, untersucht. Da die Resultate dieser Untersuchungen theoretisch und praktisch von grossem Interesse sind, mögen hier kurz in ihren wesentlichen Zügen aufgeführt werden:

1. Die Verbindung Na_2CO_3 ist als Pflanzengift zu betrachten, dessen volle Wirkung bei vollständiger Lösung und der darauf folgenden vollen Ionisation der frei werdenden $NaOH$

zur Geltung kommt. Die Giftwirkung ist daher hauptsächlich dem Vorhandensein von OH-Ionen zuzuschreiben.

2. Entsprechend dem in Punkt 1. gesagten: Sodalösungen, welche die Gewichtskonzentrationen von 0·4 bis 0·5 % überschreiten, können die Keimung und das Pflanzenwachstum praktisch vollkommen verhindern.

3. Im humusarmen Sandboden werden bessere Resultate erreicht, aber bei einem Konzentrationsgrad von 1·5 % hört auch hier das Pflanzenwachstum vollkommen auf.

4. Die untersuchten Holzpflanzen sind weit höher empfindlich, wie die Getreidepflanzen. Im destillierten Wasser bei 0·3 und 0·4 % wird die Keimung ganz verhindert und das Resultat auch im Sandboden nicht merklich besser, so dass bei den obigen Konzentrationsgraden bei Alkaliböden die Aufforstung auf grosse Schwierigkeiten stossen wird.

5. Bei geringerer Konzentration verspricht jedoch die Aufforstung infolge der Humusbereicherung gute Ergebnisse, weil der Humusgehalt die Giftwirkung des Na_2CO_3 bezw. der OH-Ionen stark herabsetzen kann.

Diese Resultate gestatten nun einen tieferen Einblick in den Wirkungsmechanismus der Soda als Pflanzengift.

Durch diese Resultate wurde es klar, dass die Waldbäume gegen den Sodagehalt des Bodens viel empfindlicher sind, als die gewöhnlichen landwirtschaftlichen Getreidepflanzen. Es wurde aber auch gleichzeitig ermittelt, dass die Waldbäume und überhaupt der Wald durch seinen Humusgehalt die alkalische Reaktion der Szikböden allmählich verringert. Gelingt daher einmal auf dem Alkaliboden einen Waldbestand zu ergründen, so wird derselbe ganz bestimmt die physiologische Beschaffenheit des Alkalibodens allmählich verbessern.

Wenn man daher die ersten Schwierigkeiten der Aufforstung durch künstliche Verbesserung der chemischen und physikalischen Eigenschaften, oder bei geringerem Sodagehalt durch entsprechenden Bodenbearbeitungsmethoden überwindet, so wird der Wald durch einen jährlich wiederkehrenden Laubfall den Zustand dieser Böden allmählich auf natürlichem Wege verändern.

Diese Versuche trugen jedoch vorwiegend theoretischen Charakter. Fast parallel mit diesen Untersuchungen hat nun P. Magyar (IV) der Leiter der Versuchsstation in Püspökladány mit J. Galambos andere, mehr praktische Versuche und Untersuchungen begonnen und durchgeführt. Auf Grund dieser Untersuchungen sind in den letzten Jahren drei grundlegende Arbeiten von ihm erschienen. Zunächst hat Magyar im Laufe von mühevollen Untersuchungen die für die Alkaliböden charakteristische Pflanzenassociationen aufgestellt und zwar immer mit Berüchsichtigung des Verhaltens dieser Associationen gegen den Sodagehalt des Bodens.

Magyar unterscheidet zunächts 6 Gruppen von Pflanzen uzw. geordnet nach ihren Resistenz gegen den Sodagehalt des Bodens:

Gruppe 1. Camphorosma ovata.

Gruppe 2. Puccinellia limosa, Artemisia monogyna, Statice Gmelini, Festuca pseudovina, Plantago tenuiflora, Aster pannonicus, Matricaria chamomilla.

Gruppe 3. Festuca pseudovina, Plantago maritima, Scorzonera cana, Pholiurus pannonicus, Hordeum Gussoneanum, Atriplex litorale, Bassia sedoides, Polygonum aviculare, Kochia prostrata, Eragrostis pilosa, Polycnemum arvense, Bupleurum tenuissimum.

Gruppe 4. Festuca pseudovina, Inula britannica, Plantago lanceolata, Achillea setacea und A. collina, Agropyron repens, Centaurea pannonica, Bromus hordeaceus.

Gruppe 5. Festuca pseudovina, Cynodon dactylon, Lotus tenuifolius, Alopecurus pratensis, Trifolium repens, Heleochloa alopecuroides, Euphorbia cyparissias.

Gruppe 6. Poa angustifolia, Lolium perenne, Agrostis tenuis, Trifolium pratense, Ononis spinosa, Potentilla reptans, Cichorium intybus, Eryngium campestre, Thymus, Galium verum, Andropogon ischaemum, Hieracium pilosella. Verbena officinalis, Taraxacum officinale.

Auf Grund dieser Gruppen hat nun Magyar seine Pflanzenassociationen aufgestellt uzw. derart, dass diese Associationen teilweise auch als Wegweiser bei der Bodenklassifikation herangezogen werden können.

I. *Poa angustifolia—Cynodon dactylon* Association. Die Pflanzen der Gruppen 5 u. 6.

II. *Achillea—Inula britannica* Association. Gruppen 4. und 5 (II_1). Übergang von dieser zur nächster Association bildet Gruppe 4 und 3 (II_2).

III. *Festuca pseudovina* Association. Die Pflanzen der Gruppe 3 (III_1). Übergang zur nächsten Association gibt Gruppe 3 und 2 und 1 (III_2).

IV. *Camphorosma ovata* Association. Die Pflanzen der Gruppe 1 u. 2.

Auf den nassen Stellen fand MAGYAR folgende Associationen:

I. *Glyceria poiformis—Alopecurus pratensis* Association. Begleitpflanzen: Lysimachia nummularia, Veronica scutellata, Potentilla reptans, Trifolium repens, Mentha pulegium, Agrostis alba usw.

II. *Agrostis alba—Alopecurus geniculatus* Association. Lotus tenuifolius, Heleochloa alopecuroides, Polygonum aviculare, Mentha pulegium, Heleocharis palustris, Agropyron repens usw.

III. *Beckmannia eruciformis* Association. Begleitpflanzen: Heleocharis, Pholiurus pannonicus, Plantago tenuiflora, Roripa Kerneri, Artemisia monogyna usw.

IV. *Bolboschoenus maritimus—Puccinellia limosa* Association. Begleitpflanzen: Heleocharis, Plantago tenuiflora, Salsola soda usw.

Es ist charakteristisch, dass die letzteren hauptsächlich auf den nassen Stellen der obigen Associationen vorkommen.

Wir müssen hier bemerken, dass wir im Laufe unserer Untersuchungen, nachdem wir den Sodagehalt und den Gesamtsalzgehalt immer pünktlich bestimmt hatten, die Klassifikation unserer Versuchsböden auf Grund der allgemein angenommenen Bodenklassifikationsmethode von 'SIGMOND (V) durchführten. Die Bodenklassifikation von 'SIGMOND ist in grossen Zügen die folgende:

Auf Grund der Gesamtsalzkonzentration:

1. Klasse, wenn der Gesamtsalzgehalt kleiner als 0·1%
2. « « « « 0·1—0·25%
3. « « « « 0·25—0·50%
4. « « « « mehr als 0·50% ist.

Auf Grund der Na_2CO_3-Gehaltes:

1. Klasse, wenn der Na_2CO_3-Gehalt kleiner als 0·05%
2. « « « « « « 0·05—0·10%
3. « « « « « « 0·10—0·20%
4. « « « « « höher als 0·20% ist.

Auf Grund dieser beiden Klassifikationen hat nun 'SIGMOND seine *Vereinigte-Klassifikation* gebildet, welche die folgende ist:

		Klasse auf Grund d. Gesamtsalzgehaltes			Klasse auf Grund d. Na_2CO_3-Gehaltes		
I.	Klasse	1.			1.		
II *A*.	«	2.			1.		
II *B*.	«	2.	3.		2.	1.	
III *A*.	«	3.	2.	4.	2.	3.	1.
III *B*.	«	3.	4.	2.	3.	2.	4.
IV.	«	4.	4.	3.	3.	4.	4.

Ausser den oben erwähnten Untersuchungen hat sich MAGYAR auf dem Versuchsfelde von Püspökladány auch mit praktischen Aufforstungsversuchen befasst. Nach langen mehrjährigen Versuchen hat er die verschiedenen Aufforstungsmethoden für die Alkaliböden ausprobiert. Es ist ihm gelungen zu beweisen, dass wenn die Alkaliböden durch entsprechende, hauptsächlich physikalische Bearbeitungsmethoden entsprechend vorbereitet werden, so kann man auch mit der Aufforstung gute Resultate erreichen. Dies gilt namentlich für jene Alkaliböden, welche nach seiner Klassifizierung der Bodenklassen I, II und III gehören. Die Alkaliböden der Klasse I und II_1 kann man mit gutem Erfolg mit allen Baumarten aufforsten, welche den dortigen klimatischen Verhältnissen angepasst sind. Die Aufforstung gelingt sogar in diesem Falle ohne vorhergehenden Bodenbearbeitung. Es muss jedoch hier gleich bemerkt werden, dass diese Bodenklassen auch für die landwirtschaftliche Benützung

sehr gut geeignet sind. Die Aufforstung kommt daher bei diesen Bodengattungen nur in der zweiten Reihe in Betracht. Auf der Böden der Bodenklasse II_2 kann die Aufforstung ohne mechanische Bearbeitung mit Rabattenkultur erfolgreich mit den folgenden Baumarten versucht werden: Ulmus glabra, U. levis, Fraxinus americana, Pirus piraster, Elaeagnus angustifolia. Bei der Bodenklasse III_1 kommen sodann folgende Baumarten in Betracht: Pirus piraster, Elaeagnus angustifolia, Ulmus glabra, Tamarix tetranda, T. odessana, Amorpha fruticosa oder nur die letzteren; und bei der Bodenklasse III_2 die folgende Arten: Tamarix tetranda und T. odessana. Bei den letzten muss man jedoch den Boden bereits gründlich bearbeiten und chemisch verbessern.

Recht interessant sind die Wurzeluntersuchungen von MAGYAR, welche er mit den verschiedenen Waldbäumen auf den Alkaliböden durchgeführt hat. Diese Untersuchungen lassen nun bereits in den Wasserhaushalt und in die sonstigen biologischen Verhältnisse der verschiedenen auf den Alkaliböden angepflanzten Waldbäume einen ziemlich tiefen Einblick gewinnen. Die wichtigsten Resultate seiner Untersuchungen lassen sich kurz folgenderweise zusammenfassen:

1. Bei günstigen Verhältnissen, auf mehr-minder lockeren Böden (Pflanzengarten) entwickelt jede Holzart ein tiefes Wurzelwerk, wogegen auf stark szikhaltigen Lehm (Kl. III_1) nicht einmal die wertikalen Wurzeln der als tiefwurzelnd bekannten Eiche durchbringen können. Hier können nur Tamarix tetranda und Elaeagnus angustifolia die auftauchenden Schwierigkeiten überwinden. Die Ausbildung des tiefen Wurzelwerkes hängt also in erster Reihe von dem Boden und nur in zweiter Linie von der Holzart ab.

2. Das Wesen der Tiefwurzeligkeit ist in der, den auftauchenden schädlichen Einflüssen und Hindernissen gegenüber bewiesenen Kampf- und Wiederstandsfähigkeit zu suchen. Die ausgesprochen tiefwurzelnden Holzarten können nicht darum allen schädlichen Einflüssen (Dürre, Salzgehalt des Bodens etc.) trotzen, weil sie tiefwurzelnd sind, sondern sind darum tiefwurzelnd, weil ihre Wurzeln wiederstandsfähiger, kräftiger sind.

Die diesbezügliche Fähigkeit der einzelnen Holzarten ist sehr abweichend, wir können die untersuchten Holzarten in Betracht nehmend, provisorisch nachstehende Stufenfolge feststellen:

a) Tamarix tetranda, Elaeagnus angustifolia

b) Tamarix odessana, Pirus piraster, Amorpha fruticosa

c) Ulmus glabra, Ulmus levis, Quercus robur, Sophora japonica

d) Fraximus americana, Fr. excelsior, Populus virginiana, P. alba, Acer negundo.

3. Bei zur Dürre neigenden Verhältnissen spielt sich der Kampf ums Dasein in erster Reihe im Boden ab und in diesem Kampf ist für den Sieg die kräftigere Entwicklung der horizontalen Bewurzelung von wesentlichem Einfluss, ausschlaggebend jedoch ist, ob die vertikalen Wurzeln das Grundwasser erreichen können oder nicht.

4. Somit ist die Frage der Szikaufforstung zur Wurzelfrage geworden und wir können das Problem, eine Szikfläche zu bepflanzen nur dann erfolgreich lösen, wenn wir in der Lage sind auf jeden Boden eine Holzart zu bringen, deren vertikales Wurzelwerk imstande sein wird die kritischen Schichten durchzubrechen, resp. wenn uns die Möglichkeit gegeben ist, bis dahin den Boden zu pflegen und zu kultivieren, was nach Holzarten und Bodenbeschaffenheit diverse Frist beansprucht.

5. Für die empfohlenen Holzarten bedarf es im allgemeinen auf den Böden Klasse I 3, bei Klasse II 4 und bei Klasse III 4—5 Jahre Bodenpflege bis zur Erreichug des Grundwassers.

In den obigen haben wir nun in grossen Zügen die bisherigen theoretischen und praktischen Versuche, welche bezüglich der Alkaliboden-Aufforstung bisher durchgeführt worden, zusammengestellt. Wir haben unsererseits schon ab ovo notwendig gehalten auch die mikrobiologische Tätigkeit der Alkaliböden zum Gegenstand einer eingehenden Untersuchung zu machen. *Denn diese Frage gewinnt bei den Aufforstungsversuchen ganz besonders an Bedeutung. Der Wald unterhält nämlich den Kreislauf seines Stoffwechsels hauptsächlich durch jene Lebensvorgänge, welche sich im Waldboden bei den ver-*

schiedenen Zersetzungsvorgängen abspielen. Durch die Assimilation einerseits und durch die mikrobiologischen Lebensvorgänge im Waldboden anderseits wird das physiologische Gleichgewicht des Waldlebens ohne äusseren Einflüsse selbständig aufrecht erhalten. Bei den Aufforstungsversuchen werden daher die Erforschung und die Kenntnis der mikrobiologischen Lebensvorgänge eine recht wichtige Rolle spielen. Das Ziel und der Zweck dieser Untersuchungen bestand daher darin, die mikrobiologischen Lebensvorgänge der Alkaliböden hauptsächlich dort, wo die Aufforstungsversuche durchgeführt werden, durch eingehende Untersuchungen zu erforschen. Den Gegenstand dieser Untersuchungen bilden daher die solonecartigen Szikböden der Umgebung der Szikaufforstungsversuchsstation in Püspökladány (VI).

Untersuchungsmethodik.

Im Laufe dieser Untersuchungen wurden folgende Standortsfaktoren eingehend untersucht:

1. Die quantitative und qualitative Zusammensetzung der Bodenflora nach verschiedenen Bodentypen und Bodentiefen.
2. Der Na_2CO_3-Gehalt in %-en, bezogen auf lufttrockenen Boden.
3. Der $NaHCO_3$-Gehalt in %-en.
4. Die Gesamtsalzkonzentration in %-en.
5. Der Humusgehalt in %-en.
6. Der Wassergehalt in %-en.
7. Die *ph*-Werte durch elektrometrische Messung.
8. Das Ammonifikationsvermögen.
9. Die Nitrifikation.
10. Der Nitrit- und Nitrat-N-Gehalt.
11. Der Gesamt-N-Gehalt und Nitrat-N-Gehalt dieser Böden.
12. Die CO_2-Produktion des Bodens.

Ad 1. Unter dem Ausdruck Mikroflora verstehen wir die Gesamtheit jener pflanzlichen Mikroorganismen, welche in den untersuchten Böden zusammen leben. Diesen Ausdruck benützen wir um den Unterschied Edaphon zu betönen, welche Benen-

nung sämtliche lebende Organismen des Bodens zusammenfasst. Um die gesamte Mikroflora dieser Böden zu erfassen, haben wir nach dem Verfahren von Bokor (VII) die Plattenmethode mit der elektiven Verdünnungsmethode kombiniert, um auf diese Art und Weise nicht nur die einzelnen Organismengruppen feststellen zu können, sondern auch in ihre Megenverhältnisse einen gewissen Einblick bekommen zu können.

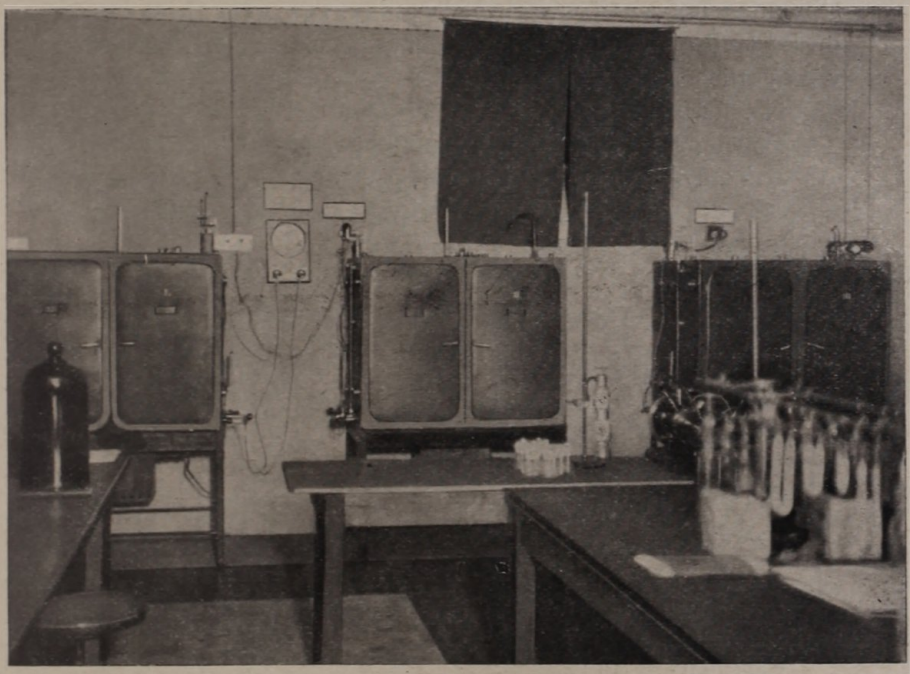


Fig. 1.

Die Zahl der Pilze wurden mit synthetischen Dextroseagar bestimmt, dabei wurde die Azidität des Mediums genau auf $ph=4$ abgestimmt. Bei diesem Reaktionszustand wird nämlich das Wachstum der Bakterien fast vollkommen verhindert und die Bodenpilze kommen ungehindert zur Entwicklung.

Bei der qualitativen Untersuchung der Mikroflora sind wir aus den Bodenextraktagar und Bodenextraktgelatine ausgegangen.

Auf diesen Nährböden kommen nämlich die einzelnen Bakterienkolonien innerhalb von 8—14 Tage fast vollkommen zur Entwicklung, so dass sie bequem abgeimpft und auf bekannter Weise indentifiziert werden können. Diese Bestimmung erfolgte mit der neuen binokularen Lupe von Leitz, welche sich für diese Massenuntersuchungen ganz gut eignet. Die morphologisch verschiedenen und bereits identifiziertem Kolonien haben wir sodann in die verschiedenen für die Charakterisierung und Bestimmung notwendigen Nährböden übertragen. Zur Orientierung dieser Methode wollen wir hier ein Beispiel aus den Protokollen veröffentlichen:

No. der Kultur: 12.

Boden: Nr 11. 250,000 Kolonie.

Gesamtzahl auf der Platte: 1.250,000 Verhältniszahl: 1.

Form der Kolonien: welliger Rand, weiss, glänzend, erhaben mit körniger Struktur und grünen Hof.

Untersuchung in Kulturen:

Bouillon: Trübung, grüne Farbe, auf dem Boden wolkenartig weisser Niederschlag, Reinkultur übergeimpft auf die unten genannten Nährböden.

Gelatineplatte: wie oben.

Gelatinestichkultur: verflüssigt nicht, Wachstum nur an der Oberfläche, wobei die Kolonie sich grün färbt.

Bouillonagar: wie oben.

Bodenextraktagar: weisse, glänzende Kolonien mit grüner Farbe und gutem Wachstum.

Kartoffel: grau erhabene Kolonien, welche das Medium grün färben.

Milch: unverändert, keine Wachstum.

Nitratbouillon: unverändert, keine Reduktion.

Indolbildung keine. Säurebildung keine.

Mikroskopische Untersuchung:

Form: Kurze Stäbchen mit abgerundeten Enden, 1·2 μ lang, 1 μ breit. Grammnegativ. Ohne Sporenbildung. Eigenbewegung fehlt.

Name: Pseudomonas non liquefaciens Bergey et all.

Bekantlich besitzen wir noch immer keine einheitliche Nomenklatur in der Bakteriologie. Dieser bedauerliche Umstand tritt besonders dann hervor, wenn man die amerikanische und europäische Literatur vergleicht. Die amerikanischen Bakteriologen benützen nämlich durchwegs andere Benennungen, als wir in Europa. Sie haben aber ein umfassendes Bestimmungsbuch durch BERGEY im Jahre 1926 ausgeben lassen (VIII), obwohl auch die Daten dieses Buches nicht immer vollkommen einwandfrei sind und das dort dargelegte Material noch einer eingehenden kritischen Durcharbeitung bedarf. Da das deutsche Handbuch LEHMANN und NEUMANN (IX) für die bodenbakteriologische Arbeiten nicht immer ausreichend ist, so waren wir gezwungen hauptsächlich das Buch von BERGEY zu benützen. Dabei haben wir aber auch, wo es möglich war, das Handbuch von LEHMANN und NEUMANN ebenfalls zur Einsicht gezogen.

Um die einzelnen Böden mikrobiologisch charakterisieren zu können, haben wir mit der Hilfe einer Methode, die ebenfalls von BOKOR ausgearbeitet wurde, die Associationsverhältnisse bezw. die Megenverhältnisse der einzelnen Mikroorganismen ermittelt, um eine Basis zu schaffen, welche ermöglicht die infolge der Verbesserungsmethoden eingetretenen mikrobiologischen Veränderungen registrieren zu können.

Es fehlt nämlich in der Bodenbakteriologie an Arbeiten resp. Methoden, in denen man versucht hätte die Mikroflora quantitativ erfassend systematisch durchzuarbeiten, um einen in seinen chemischen und physikalischen Faktoren bekannten Boden mikrofloristisch charakterisieren zu können. Solche Arbeit kann man gewiss nicht mit Böden, die viele Arten aufweisen, anfangen, dazu eignen sich die Mikroflora arme Szikböden. Die hier gewonnene Erfahrungen können später auf andere Böden übertragen werden. Hier möge der erste Schritt getan werden, und wie wir sehen werden, mit einem ziemlich befriedigenden Erfolge.

Die Pflanzenassociationen werden nämlich durch den sogenannten Deckungsgrad und durch die Menge der associierten Pflanzen charakterisiert. Die Methode von BOKOR charakterisiert

nun die Mikrofloraassociation mit der Hilfe der *Verhältniszahl* aus.

Unter Verhältniszahl wird nun der Anteil verstanden, welche die betreffenden Organismen in der Gesamtheit einnehmen. Zum Ausdrucke der Verhältniszahl haben wir folgendes Verhältnis als Grundlage genommen:

5	bedeutet	50	—100	%-iges
4	«	25	— 50	% «
3	«	12·5	— 25	% «
2	«	5	— 12·5	% «
1	«	1	— 5	% «

Verhältnis bezogen auf die Gesamtzahl der Mikroorganismen.

Bei der mikrobiologischen Analyse der Alkaliböden war es noch angezeigt auch die führenden Mikroorganismen der durch die einzelnen Bodenproben vertretenen Bodentypen zu bestimmen. Wir haben angenommen, dass wahrscheinlich für die einzelnen Bodentypen gleicher Abstammung jene Mikroorganismen charakteristisch werden, welche in jeder Probe oder in dem grössten Teil der Probe vorkommen. Jene Zahl, welche das Vorkommen der einzelnen charakteristischen Bakterienarten bezeichnet, wurde *Verbreitungszahl* genannt. Die Verhältniszahl bezieht sich daher auf die einzelnen Bodenproben, die Verbreitungszahl charakterisiert dagegen die verschiedenen, aber zu einer Bodenklasse gehörenden Bodenproben. Die Verbreitungszahl bedeutet nun, in wieviel % der untersuchten, zu einem Typ gehörenden Böden die einzelnen Arten vorkommen. Hier wurden 5 Stufen gebildet:

1— 20% = 1
20— 40% = 2
40— 60% = 3
60— 80% = 4
80—100% = 5

Als Konstanten haber wir nur diejenigen Arten betrachtet, welche eine höhere Verbreitungszahl besitzen. Als Konstanten

wurden daher nur jene Arten bezeichnet, deren Verhältniszahl höher als 3 ausgefallen ist.

Ad 2. Der Na_2CO_3-Gehalt wurde mittels Titration mit $n/10$ $KHSO_4$ bestimmt. Zur Gewinnung der Filtrate haben wir den Hochdruckmembranfilter der Membranfilter A. G. in Göttingen verwendet und gewöhnlich mit einem Überdruck von 25—30 Atmosphären gearbeitet.

Ad 3. Der $NaHCO_3$-Gehalt wurde durch weitere Titration mit Kongorot bestimmt.

Ad 4. Die Gesamtsalzkonzentration wurde mittels der Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit nach der von 'Sigmond ermittelten Methode bestimmt (V).

Ad 5. Der Humusgehalt wurde mit dem Chromsäureverfahren ermittelt (X).

Ad 6. Der Wassergehalt wurde auf üblicher Weise durch Trocknen bis zum konstanten Gewicht gemessen (XI).

Ad 7. Die *ph*-Werte wurden elektrometrisch mit der Apparatur Fehér bestimt (XII). Diese Apparatur arbeitet, wie bekannt, mit dem Chinhydronelektrode. Wie unsere Untersuchungsergebnisse zeigen, kann man auch mit dieser Elektrode die *ph*-Werte ganz gut bestimmen, man muss nur nach Zugabe des Chinhydrons in der kürzesten Zeit, bevor noch die OH-Ionen den Chinhydron angreifen und verändern, ablesen. Bei entsprechender Übung kann man diese Manipulation ohne Schwierigkeiten durchführen.

Ad 8. Das Ammonifikationsvermögen des Bodens wurde folgenderweise bestimmt: Nachdem je 200 g Boden auf 60% der abs. Wasserkapazität gebracht wurde, wurde auf 10 Tage bei 26° C in Thermostaten gehalten und zwar derart, dass die eine Versuchsreihe mit Bodenextrakt und 4 g Blutmehl, die andere Reihe nur mit Blutmehl ohne Impfung gemischt wurde. Eine dritte, unbehandelte Reihe diente dem Zwecke der Kontrolle. Am Ende des Versuches wurde der Ammoniakgehalt in alkalischer Lösung durch Destillierung nach Zugabe von MgO bestimmt.

Ad 9. Zur Bestimmung des Nitrifikationsvermögens des Bodens verfuhren wir auf folgender Weise: Nachdem wieder je

200 g Boden auf 60% der abs. Wasserkapazität gebracht wurde, haben wir aus den derart behandelten Bodenproben 3 Versuchsreihe gebildet. Die erste Serie erhielt 60 mg Stickstoff und Bodenextrakt, die zweite Serie nur Stickstoff und die dritte blieb unberührt als Kontrolle. Der Stickstoff wurde in der Form von $(NH_4)_2SO_4$ zugegeben. Der Bodenextrakt enthielt ausser-

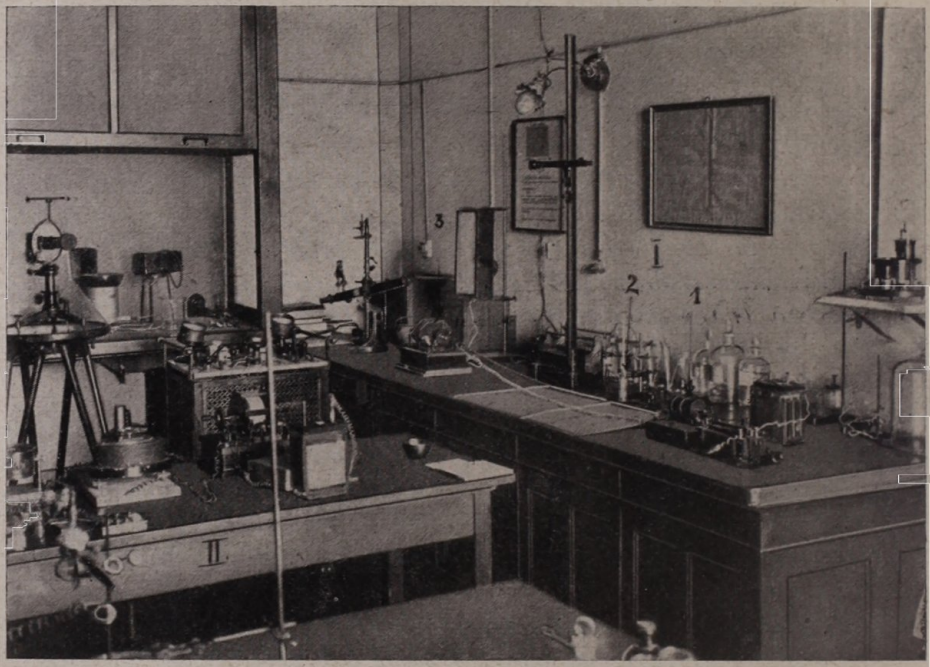


Fig. 2.

dem noch Reinkulturen von nitrifizierenden Organismen, wobei die Bodenimpfung als vollkommen betrachtet werden kann.

Ad 10. Bei diesen Versuchen wurde auch der Nitrat- und Nitrit-*N*-Gehalt der Böden bestimmt. Das hierbei angewandte Verfahren war folgende: 100 g Boden 500 g dest. Wasser wurden mit 5 g *CaO* 15 Minuten lang mit dem Schüttelapparat geschüttelt, hierauf filtriert und das Filtrat auf 2 Teile mit je 200 cm^3 Extraktfiltrat = 40 g Boden geteilt und bis zum Siede-

punkt so lange erhitzt, bis die gesamt Ammoniak ausgetrieben wurde. Diese Manipulation beansprucht cca 15 Minuten. Hierauf wurden die Nitrite und Nitrate mit der Devarda-Legierung zur NH_3 reduziert und durch dem Kjeldahlapparat in $n/10$ H_2SO_4 überdestilliert und das Destillat auf übliche Weise titriert. Das kolorimetrische Verfahren lässt sich hier nicht gut anwenden, weil es in der Anwesenheit von vielen NH_3 keine verlässliche Resultate gibt.

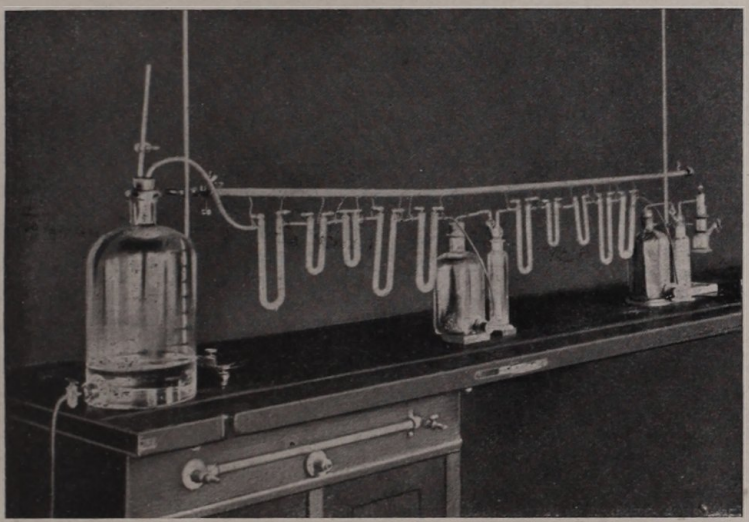


Fig. 3.

Ad 11. Der Gesamt-N-Gehalt wurde mit der Methode von Gunnin-Atterberg und der Nitrat-N-Gehalt mit dem Verfahren von Whiting, Richmond und Schoonower ermittelt. Dieses Verfahren wurden von Fehér bereits ausführlich beschrieben (XIII).

Ad 12. Zur Bestimmung der CO_2-Produktion der Böden konnten wir leider eingehende Untersuchungen nicht durchführen. Um jedoch uns in dieser Frage gewissermassen vorläufig orientieren zu können, haben wir Laboratoriumsversuche angestellt. Die Methodik war die folgende: Die Bodenproben wurden zuerst auf 50 % der abs. Wasserkapazität gebracht und

sodann um den zellulosezersetzenden Mikroorganismen einem entsprechenden Nährboden bieten zu können, mit feingemahlenen Roggenstroh gemischt. Die so behandelten Bodenproben kamen nun in Deville-Flaschen, welche oben und unten Öffnungen besassen. Diese Deville-Flaschen wurden dann Reihenweise aufgestellt (siehe Abb. 3). In den Deville-Flaschen müssten wir zunächst im Interesse des normalen Verlaufes der Zellulosezersetzung und der Bodenatmung, die gute Durchlüftung des Bodens sichern. Dieses Ziel wurde so erreicht, dass der Boden der Flaschen mit 2-mal gewaschenen, reinen Flussgieselsteinen gefüllt wurden. Die obere Glasleitung, welche die Flaschen verbindet, wurde mit einer Reihe von U-Gläsern versehen undzwar derart, dass zu jeder Flasche je ein H_2SO_4, $CaCl_2$ und je 2 Natronkalk enthaltendes U-Glas gehörte. Diese Reihe von U-gläsern wurde gegen die Zurückstromung von Wasserdämpfen mit einem $CaCl_2$ enthaltenden U-Glas geschützt. Die unteren Eintritts-Öffnungen der Flaschen verbindende Leitung wurde sodann mit einer Waschflasche, welche $Ba(OH)_2$ enthielt, verbunden um die Vollkommenheit der CO_2-Absorption kontrollieren zu können. Dadurch wird der Boden auch von der Austrocknung geschützt. Am Ende der Reihe hat ein Natronkalk und Kalilauge enthaltendes Gefäss von der vollständigen Befreiung der Luft-Kohlensäure gesorgt. Die Durchsaugung der Luft wurde mit einem Aspirator besorgt, welcher sehr vorsichtig derart eingestellt wurde, dass durch die Deville-Flaschen in 24 Stunden mit einer ganz ausserordentlich langsamen Ströhmungsgeschwindigkeit nur 8 l Luft passieren konnten.

Bei dieser Versuchsanordnung ist es uns gelungen vollkommen CO_2-freie Luft durch das System saugen zu können, wobei die Zeit und die Temperatur genau abgemessen werden konnten. Dei der Durchsaugung der Luft hat sich natürlich infolge der sich in Boden abspielenden Zersetzungsprozess, CO_2 gebildet. Diese CO_2 wurde sodann mit Hilfe dieser Versuchsanordnung von den Wasserdämpfen befreit, absorbiert und abgewogen. Aus dem Mehrgewicht konnte das Resultat bezv. die CO_2-Produktion des Bodens beziehend auf Bodengewicht und Fläche, auf der üblichen Weise berechnet werden. Die Gefässe

enthielten je 1 kg Boden mit einer freien Bodenfläche von 113 cm^2.

Die Beschreibung der Versuchsflächen.

Wie in der Einleitung betont wurde, gehören diese Versuchsböden zu den hauptsächlichsten Bodentypen der forstlichen Versuchstation in Püspökladány. Diese Bodentypen sind ausnahmslos Struktur aufweisende solonecartigen Alkaliböden. Ihr Soda- und Carbonatgehalt ist im allgemeinen relative gering. Ihr Gesamtsalzkonzentration ist jedoch ziemlich hoch und grossen Schwankungen unterworfen.

Von den Versuchsflächen sind die Versuchsfläche Nr. 1, 2, 3 und 4 solche Bodentypen, wo MAGYAR die Klasssifizierung nach Pflanzenassociationen bereits ermittelt hat. Auf diesen Probeflächen haben wir auch Tiefenproben genommen, um die vertikalen Änderungen des Mikrobenlebens untersuchen zu können. Die Tiefenproben wurden von einer Tiefe von je 0—10 cm, 20—30 cm, 40—50 cm, 90—100 cm und 200—210 cm genommen. Zur Entnahme dieser Proben musste eine Grube aufgehoben werden, weil, wie unsere Erfahrungen zeigen, bei Tiefbohren der Bohrer nicht entsprechend sterilisiert werden kann und daher die so entnommenen Proben keine verlässliche Resultate liefern.

Die untersuchten Versuchsflächen und ihre charakteristische Pflanzen sind die folgende:

1. Festuca-Camphorosma ovata Association (I)[1] (IV).[2]
2. Achillea-Inula britannica Association (I) (IV).[2]
3. Camphorosma ovata Association (III B) (IV).[2]
4. Baumschule (I).
5. Viehweide mit Camphorosma ovata. Stellenweise gänzlich wegetationslose Flächen (II B).
6. Viehweide mit Festuca pseudovina (II A).
7. Viehweide mit Festuca pseudovina und wenig Cynodon dactylon (II A).

---

[1] Bodenklassifikation nach 'SIGMOND.

[2] Bodenklassifikation nach MAGYAR nur bei den ersten vier Böden.

8. Viehweide mit üppiger Bodenvegetation. Leitpflanzen: Festuca pseudovina, Inula britannica, Scorzonera cana (III B).

9. Nasse Niederung bezw. nasse Wiese mit Eisenkonglomerata. Leitpflanzen: Festuca pseudovina, Camphorosma ovata, Statice Gmelini, Artemisia monogyna (I).

10. Wiese (Controllparzelle). Leitpflanzen: Festuca pseudovina, Statice Gmelini, Inula britannica (I).

11. Viehweide mit ärmlicher Bodenvegetation. Leitpflanzen: Festuca pseudovina, Camphorosma ovata, Artemisia monogyna (III A).

12. Viehweide mit üppiger Bodenvegetation. Leitpflanzen: Achillea setacea, Cynodon dactylon, wenig Festuca pseudovina und Statice Gmelini (II A).

13. Die Akkumulationsschicht der Bodenprobe Nr. 8 (III B).

14. Bodenprobe aus der Tiefe 20—40 cm der Versuchsfläche Nr. 7 (II A).

15. Bodenprobe aus der Tiefe 20—40 cm der Versuchsfläche Nr. 12 (II A).

16. Bodenprobe aus der Tiefe 20—40 cm der Versuchsfläche Nr. 5 (II B).

Mit verschiedenen Aufbesserungsmethoden bearbeiteten Alkaliböden:

17. Im Herbst des Jahres 1925 mit Stalldünger reichlich gedüngt und seit dieser Zeit regelrecht bestellt (I).

18. Der gleiche Typ wie Versuchsfläche Nr. 10 oder 12, aber ohne Kalkung und «Digóerde»[1] nur einfach bestellt. Bereits aufgeforstet mit: Elaeagnus angustifolia, Sophora japonica und Fraxinus americana (I).

19. Der gleiche Bodentyp wie Versuchsfläche Nr. 10, jedoch

---

[1] Der Name «Digóerde» ist ein ungarischer Volksausdruck, der sich nicht übersetzen, sondern nur beschreiben lässt. Unter diesem Ausdruck versteht man folgendes Verfahren: Der allgemein nicht über 0·15 % Sodagehalt aufweisender Boden wird mit einem anderen, gewöhnlich in der Nähe in 1—1·5 m Tiefe befindlichen sodafreien, kalk- und tonhaltigen Mergel gründlich vermischt. Hauptsächlich durch den Kalkgehalt wird der Dispersitätsgrad der Sodaböden in günstiger Richtung beeinflusst.

durch 2 Jahre mit Kalk verbessert urd bestellt. Aufgeforstet mit Elaeagnus angustifolia und Fraxinus americana (I).

20. Der gleiche Bodentyp wie Versuchsfläche Nr. 10, jedoch durch das sogenannte «Digózás» behandelt. Aufgeforstet mit Fraxinus americana und Sophora japonica.

21. Der gleiche Bodentyp wie Versuchsfläche Nr. 9, jedoch unter ständiger Bodenbearbeitung. Aufgeforstet mit Quercus pedunculata kombiniert mit landwirtschaftlichem Zwischennutzung.

Vergleichende Erläuterung der Untersuchungsergebnisse.

Die Resultate der Untersuchungen wurden in der Tafel Nr. 1 vergleichend und zusammenfassend dargestellt. Sämtliche Daten sind auf 1 Gramm feuchter Erde bezogen. Tafel 2 zeigt nun die vertikale Verteilung der untersuchten biochemischen und biophysikalischen Standortsfaktoren. Die Verhältniszahl und die Verbreitungszahl der Bodenmikroflora wurden dagegen in der Tafel 3 dargestellt. Dort findet man auch die Associationskonstanten der Bodenmikroflora.

Aus dem Standpunkte der Nutzbarmachung der Alkaliböden ist es besonders lohnend, wenn man die Zusammensetzung der Mikroflora der bereits meliorierten Versuchsflächen 17, 18, 19, 20 und 21 vergleichend betrachtet. Die diesbezüglichen bakteriologischen Daten enthält Tafel 1. Daneben haben wir die spezifische Zusammensetzung der Mikroflora dieser Böden in der Tafel 4 dargestellt. Die Daten der zitierten Tafeln zeigen nun ganz deutlich, dass die Bakterienarten und ihre Konstanten dieselben bleiben, wie auf den nicht meliorierten Versuchsflächen. Wir können daher konstatieren, dass infolge der physikalischen und chemischen Bodenbearbeitung die qualitative Zusammensetzung der Mikroflora der Alkaliböden keine wesentliche Änderung erleidet. Dagegen wird die Entwicklung der Mikroflora durch die einzelnen Meliorationsmethoden gewöhnlich mehr oder weniger deutlich beeinflusst. Wir wollen nun die Wirkung und den Einfluss der einzelnen Bodenbearbeitungsmethoden, welche gewöhnlich für die Bearbeitung der Alkaliböden gegenwärtig angewendet werden, näher betrachten.

Die grösste Wirkung übt zweifelsohne die Kalkung aus. Die Gesamtzahl der Bakterien wird durch diese Behandlung im allgemeinen verdoppelt. Die qualitative Zusammensetzung derselben bleibt jedoch fast vollkommen unberührt. Besonders hervorzuheben ist der Umstand, dass die Kalkung der Anzahl der zellulosezersetzenden Bakterien beinahe verdoppelt, sogar gegenüber den überhaupt nicht meliorierten Böden wird die Anzahl dieser Bakterien auch oft verdreifacht. Es is auffallend, dass die sogenannte «Digóerde» für die quantitative und qualitative Zusammensetzung der Mikroflora fast vollkommen wirkungslos bleibt.

Beide Methode führen aber eine wesentliche Verminderung des Sodagehaltes und der Gesamtsalzkonzentration herbei, wobei meistens auch der Gehalt an organischen Substanz verringert wird. Durch die Überführung der *Na*-zeolithen in *Ca*-zeolithen wird nämlich die Porosität des Bodens gesteigert und infolge dieses Umstandes kommt immer mehr und schärfer das Abwaschungsvermögen des Niederschlagswassers zur Geltung, wodurch die in Wasser lösliche Salze in die tieferen Bodenschichten wandern.

Der gute Wasserhaushalt dieser Böden, namentlich die Verhinderung der Verdunstung der Böden übt einen entscheidenden Einfluss auf die quanitative Entwicklung der Mikroflora. Durch die zweckmässige Anwendung der verschiedenen Bodenbearbeitungsverfahren kann man den Wassergehalt des Bodens, gleiche Verhältnisse hervorgesetzt, mit 4—5% erhöhen. Diese Feststellung ist besonders aus dem Standpunkte der Aufforstung wichtig. Sie zeigt die praktisch ausserordentlich wichtige Tatsache, dass im Falle der Aufforstung die verschiedenen Bodenbearbeitungsmethoden so lange fortgesetzt werden müssen, bis der neue Wald den entsprechenden Bestandesschluss erreicht und die durch den Laubfall entstandene Humusschicht die Umwandlung des Bodens und damit den günstigen Wasserhaushalt des Waldes herbeiführt. Zur Erreichung dieses Zustandes bedarf aber der Wald wohl etliche Jahre. Die genaue Abgrenzung der Zeitdauer dieses Umwandlungsprozesses hängt jedoch sehr stark von den Boden und Baumarten ab.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

Durch die Benützung des Stalldüngers wird die Menge der Bodenbakterien beinahe verdoppelt. Die Zusammensetzung der Arten bleibt jedoch unverändert. Dieses intensive Anwachsen der Bakterienzahl kann aller Wahrscheintlichkeit nach durch jene organischen Substanzmengen erklärt werden, welche mit dem Stalldünger dem Boden reichlich zugeführt werden. Was nun die oben erwähnte Konstanz der Artenzusammensetzung auch nach Düngung mit Stalldünger anbelangt, so kann man diesen Umstand am besten mit der Annahme erklären, dass die spezifische Mikroflora des Stalldüngers in den Alkaliböden keine günstige Lebensbedingungen vorfindet und infolgedessen zugrunde geht.

Die auffallend langsame Zersetzung der Zellulose in den Alkaliböden ist von forstwirtschaftlichem Standpunkte aus besonders wichtig. Wie die diesbezüglichen Arbeiten von Fehér (XII) zeigen, wird dem Walde für seinen wichtigsten Lebensprozess für die Assimilation notwendige Kohlensäure grösstenteils durch die Zersetzung der zellulosehaltigen Abfallstoffe des Waldes geliefert. Für das Wachstum der neu aufgeforsteten Waldbestände ist daher die Zellulosezersetzung von eminenter Wichtigkeit. Wir müssen daher bei der Aufforstung diese Fähigkeit der Alkaliböden genau in Betracht ziehen um eventuelle diesbezüglichen Mengen durch entsprechende Bodenbearbeitung zu beheben. Die Ursache der langsamen Zellulosezersetzung der Alkaliböden scheint nach unserer Ansicht der schlechte chemisch-physikalische Zustand dieser Böden zu sein. Um in dieser Frage Gewissheit zu verschaffen, hat nun Bokor, der sich in der letzten Zeit mit der Biologie der zellulosezersetzenden Bakterien eingehend befasst hat (XIV), seine Untersuchungen auch auf dieses Gebiet ausgedehnt.

Die andere recht eigentümliche mikrobiologische Eigenschaft der Alkaliböden besteht darin, dass in diesen Böden die den freien Stickstoff der Luft bindenden Bakterien und namentlich der wichtige Genus derselben, der *Azotobacter* gewöhnlich fehlen. Wir konnten sie blos in den Böden der Versuchsflächen 9 und 10 nachweisen, jedoch in einer derart niedrigen Menge, dass ihr Vorkommen aus praktischem Gesichtspunkte fast voll-

kommen bedeutungslos ist. Wie die Daten der Tafel 2 ganz einwandfrei zeigen, gibt die Tiefenuntersuchung der einzelnen Bodenprofile ebenfalls negative Resultate. Wir fühlen uns daher auf Grund dieser Massenuntersuchungen berechtigt unsere Vermutung auszusprechen, dass die wichtige stickstoffbindende Azotobacter Genus in den urwachsigen Alkaliböden gewöhnlich nicht vorzufinden ist.

Diese überaus wichtige Feststellung ist für die landwirtschaftliche und forstwirtschaftliche Nutzbarmachung dieser Böden von grundlegender Bedeutung. Wir wollten nun zuerst die Ursachen näher kennen lernen, welche das Fehlen der Azotobacter herbeiführen und zweitens die Frage der Lösung näher zu bringen, ob eine Bodenimpfung mit Azotobacter von Nutzen sein kann. Zu diesem Behufe haben wir zwei Versuchsreihen aufgestellt und zwar folgender Weise:

Bei der ersten Versuchsreihe wollten wir zunächts die Wirkung der Bodenimpfung studieren. Es wurden daher urwächsige und meliorierte Bodenproben unserer Versuchsflächen mit Azotobacter und Bodenextrakt geimpft. Die Detailausführung dieser ersten Versuchsreihe war übrigens kurz die folgende:

Die Bodenproben wurden in NEUBAUER'schen Schalen mit 1% Mannit und 0·5% Laktose gut durchgemischt und auf 60% der abs. Wasserkapazität gebracht. Wir liessen sodann die so behandelten Proben während 24 Stunden stehen. Nach Ablauf dieses Zeitraumes wurde nun die Hälfte der vorbereiteten Bodenproben mit Azotobacter, die andere Hälfte mit Bodenextrakt gemischt. Die Proben kamen dann in grosse elektrisch geheitzten Thermostate, wo sie unter dem ständigen Temperatur von 26° C gehalten wurden. Der Wasserverlust wurde am jeden dritten Tage ersetzt. Am Ende des Versuches haben wir den Gesamt-*N*-Gehalt der Boden bestimmt und in %-en des Gesamt-Stickstoff-Gehaltes der Kontrollprobe ausgedrückt.

Bei der zweiten Versuchsserie haben wir die Wirkung der steigenden Sodamengen auf das Wachstum des Azotobacters in Reinkulturen unter Anwendung von Nährlösungen untersucht. Zu diesem Behufe nahmen wir Erlenmayer-Kolben mit 500 cm^3 Inhalt. Jeder dieser Kolben bekam 50 cm^3 Azotobac-

ter-Nährlösung. Bei dieser Nährlösungsmenge bedeckt eben die Flüssigkeitsschicht den Boden des Gefässes, so dass die Zuführung von Luft in genügenden Menge gesichert erscheint. Die Nährlösung wurde sodann in Sodamengen in gleichmässig steigenden Mengen versetzt und wurden auch mit je einer Platinöse Azotobacter geimpft. Die Kulturen kamen nachher ebenfalls in Thermostaten, welche mit Hilfe von elektrischer Regulatoren auf 28° C gehalten wurden. Die Zusammensetzung des Nährbodens war die folgende: 1000 cm^3 dest. Wasser, 20 g Mannit, 1 g K_2HPO_4, 0·2 g $MgCl_2$, 0·5 g $CaCO_3$ 0·2 g $NaCl$, 0·1 g $FeSO_4$, 0·1 g $Al_2(SO_4)_3$, 0·01 g $MnCl_2$, 0·001 g $ZnSO_4$. Das *ph* dieser Nährlösung wurde mit elektrometrischer Titration mittels $NaOH$ genau auf $ph=6·8$ eingestellt. Die Resultate der beiden Versuchsreihen zeigen nun die Tafeln 5 und 6.

Diese Versuche haben nun das interessante Resultat geliefert, dass die normale Entwicklung des Azotobacters noch bei einem Sodagehalt von 0·2% vollkommen normal verläuft. Das gleiche gilt auch für eine Gesamtsalzkonzentration von 0·5 %. Die ungenügende Entwicklung des Azotobacters der Alkaliböden wird wahrscheinlich durch die schlechten physikalischen Eigenschaften dieser Böden hervorgerufen; dass die ungünstigen Bodenfeuchtigkeitsverhältnisse und der niedrige Humusgehalt ebenfalls eine wichtige Rolle spielen, steht ja ausser Zweifel. Der Mangel an organischen Substanzen wird hier dadurch besonders fühlbar, dass, wie bekannt, die stickstoffbindenden Bakterien zu der Stickstoffbindung grosse Energiemengen benötigen, welche sie durch die Zersetzung der kohlenhydrathaltigen org. Substanzen gewinnen. Da diese Substanzen in den Alkaliböden in minimalen Mengen vorhanden sind, falls sie vorkommen, so ist warscheinlich, dass ihre Zusammensetzung den speziellen Ansprüchen des Azotobacters nicht entspricht, so ist es klar, dass die Lebensbedingungen des Azotobacters auf den Alkaliböden gewöhnlich recht ungünstig sind. Die Alkaliböden müssen daher in diesem Belange auch bei der landwirtschaftlichen Nutzbarmachung gründlich geändert werden. *Die Versuhe zeigen, dass es sehr zweckmässig scheint dieAzotobacter in diese Böden nach erfolgter chemisch-physikalischen Verbesserung durch*

Bodenimpfung einzuführen. Die Aufforstung der Alkaliböden wird die nötigen Bedingungen für das günstige Gedeihen der stickstoffbindenden Mikroorganismen sich allmählich selbst durch die Humusbildung verschaffen. Dass die Impfung auch hier mit Erfolg angewendet werden kann, versteht sich von selbst.

Die CO_2-Produktion der Alkaliböden.

Wie die Untersuchungen von FEHÉR und seiner Mitarbeiter (XII) in den letzten Jahren klar erwiesen, so spielt das quantitative und qualitative Verhalten der Mikroflora des Waldbodens für die Kohlensäureerzeugung und somit für die Kohlensäureproduktion des Waldes eine ausserordentlich wichtige Rolle. Die Kohlensäureproduktion des Waldbodens liefert einen grossen Teil jener Kohlensäure, welche durch die Waldbäume im Laufe der Assimilation verbraucht wird. Die hohe Kohlensäureproduktion, wie die oben erwähnten Untersuchungen gezeigt haben, deutet immer auf eine recht intensive Tätigkeit der Bakterien hin. Dass die gute und intensive Bakterientätigkeit mit dem guten chemischen und physikalischen Zustand des Bodens gewöhnlich immer eng zusammenhängt, braucht vielleicht nicht näher erörtert werden.

Die Kohlensäureproduktion des Bodens wird in der ersten Reihe durch die speziellen zellulosezersetzenden Mikroorganismen beeinflusst. Diese sind die zellulosezersetzenden Bakterien und Pilze. Wie diese Untersuchungen nun klar hervorbringen, ist die Zahl der zellulosezersetzenden Bakterien in den Alkaliböden gewöhnlich sehr niedrig. Trotz diesem Umstand findet man in den Alkaliböden, wie diese Tatsache die Laboratoriumsversuche beweisen, immer eine verhältnismässig hohe Kohlensäureproduktion. Wir müssen daher annehmen, dass die Pilze bei der Zellulosezersetzung in den Alkaliböden eine recht wichtige Rolle spielen. Durch diese Feststellung scheint aber die Frage noch nicht gelöst zu sein. Die Pilze bevorzugen nämlich bekanntlich immer die sauere Reaktion des Bodens. Man trennt sie ja in den Reinkulturen durch künstlich hervorgerufenen niedrigen *ph*-Werte von den Bakterien, welchen jene Aziditäts-

grad, bei dem die Pilze noch gut gedeihen, nicht mehr gut vertragen. Es ist nicht ausgeschlossen, dass in diesem Falle um Pilzarten handelt, welche biologisch dem alkalischen Reaktionszustand sich angepasst haben.

Da uns aus technischen Gründen es nicht möglich gewesen war die Kohlensäureproduktion der Alkaliböden an Ort und Stelle zu untersuchen, so mussten wir auch hier den Weg der Laboratoriumsversuche einschlagen. Die diesbezügliche Methode wurde bereits bei der Untersuchungsmethodik auf Seite 95 erörtert. Die Resultate dieser Untersuchungen zeigt Tafel 7 vergleichend mit der Resultate der von FEHÉR untersuchten schweren lehmigen und leichten sandigen Waldböden.

Wenn wir nur auf Grund dieser Tafel die Atmungsintensität der Sodaböden mit der der Waldböden vergleichen, so stellt sich heraus, dass die Atmung der Sodaböden die Kohlensäureproduktion der im guten Zustande befindlichen Waldböden fast erreicht und im allgemeinen der CO_2-Atmung der landwirtschaftlich bebauten Böden gleichgestellt werden kann. Wir bemerken aber, dass die Ergebnisse dieser Untersuchungen durch Laboratoriumsversuche unter optimalen Bedingungen gewonnen wurden und es ist sehr fraglich, ob sich diese Werte auch im Freien in der ursprünglichen Lagerung so gestalten werden. Die Sodaböden weisen sehr schlechte physikalische Eigenschaften auf, sind sehr schlecht durchlüftet, die Faktoren, die die aerobe Atmung beeinflussen: Porosität, Krümelstruktur sich in verschlechtertem Zustande befinden. Aus finanziellen Gründen wird uns erst im diesem Jahre möglich die Atmungsverhältnisse der Sodaböden in natürlich gelagerten Böden an Ort und Stelle durch direkte Messungen studieren zu können. Die ergebnisse dieser Untersuchungen werden sich dann, mit unseren auf natürlich gelagerten Waldböden mehrere Jahre hindurch mit eigenen Methoden (XII) gewonnenen Feststellungen besser vergleichen lassen.

Die Intensität der biologischen Tätigkeit der Böden steht mit ihrem Humusgehalt im engen Zusammenhang, daher muss für die Erhöhung des Humusgehaltes durch organische Düngung so lange Sorge getragen werden, bis der Humusgehalt,

infolge der gelungenen Aufforstung von sich selbst allmählich steigt. Da, wie unsere Untersuchungen zeigen, die Mikroorganismen des Stallmistes in Sodaböden nicht gedeihen und bald zugrunde gehen, es ist sogar sehr wahrscheinlich, dass dieselben die autochtonen Mikroorganismen der Sodaböden im Kampfe ums Dasein teilweise vernichten, so scheint es uns am zweckmässigsten statt Stallmist künstlich zubereitete Strohdünger oder die sogenannte Keimarme «Edelmist» für diesen Zweck zu verwenden. Bei der Versuchsfläche No. 17 ist nachgewiesen worden, dass die Flora der Mikroorganismen sich nach erfolgter Stallmistdüngung qualitativ durch Auftreten von neuen Arten nicht vermehrt, sogar ihre Zahl im ersten Jahre quantitativ abnimmt und erst später wieder steigt, nachdem sich das physiologische Gleichgewicht zwischen den autochtonen Arten wieder eingestellt hat.

Der *N*-gehalt und die nitrifizierende Tätigkeit der Sodaböden.

Der Stickstoff-Gehalt der Alkaliböden ist im allgemeinen relative recht gering. Es ist bereits in der Einleitung einiges über den Nitritgehalt der Alkaliböden und deren Einwirkung auf die Wurzeltätigkeit vorausgeschickt worden. Wie Tafel 8 zeigt weist der Gesamt-Stickstoff- und der Nitrat-Stickstoff-Gehalt der untersuchten Alkaliböden sehr geringe Werte auf und sie erreichen nicht einmal die jährlichen Durchschnittswerte der untersuchten Waldböden, die — wie bekannt — unter dem Niveau der Ackerböden stehen.

Sehr auffallend ist die Armut der Alkaliböden an Nitratstickstoff, welcher Umstand mit den biologischen Eigenschaften dieser Böden vollkommen im Einklage steht. Ein bedeutender Teil des Stickstoffgehaltes fällt auf die Nitrite, deren Grösse besonders in den nassen Perioden stark steigt, aber erreicht niemals die untere Schwelle jener Grösse, welche — wie Fehér und Vági (I) zeigten — auf das Pflanzenwachstum schädigend auswirken könnte. Die Auswirkung der Aufforstung wird sich ohne Zweifel in der Bereicherung des Bodens an Gesamt- und Nitrat-Stickstoff merken lassen.

Nach den Angaben der Tafel 8 bleibt der Gesamtstickstoffgehalt der untersuchten Alkaliböden im allgemeinen weit unter dem Stickstoffgehalt der tonhaltigen Waldböden in dem Masse, dass er nur ein zehntel, manchmal ein hundertstel Teil desselben der Waldböden ausmacht. Auch der in Form von Nitraten anwesende Stickstoffgehalt sinkt auf 0·1—0·01 Teil derjenigen Menge, die die Waldböden im Durchschnitt aufweisen. Die in nächster Nähe der Alkaliböden befindlichen Sandböden enthalten ebenfals eine erheblich grössere Menge an Gesamt- und Nitratstickstoff.

Es ist bemerkenswert, dass der Boden der Camphorosma ovata Association keinen Stickstoff in Form von Nitraten enthält, dagegen den grössten Gehalt von Nitraten der Achillea-Inula britannica Association aufweist. Die Nitrifikation wird bei einem höheren Sodagehalt an der Nitritstufe unterbunden. Aus diesem Umstande erfolgt, dass in den Alkaliböden die Lebensbedingungen des Nitrobacters fehlen, dagegen die Tätigkeit des Nitrosomonas von den chemischen und physikalischen Eigenschaften der Alkaliböden nicht beeinflusst wird. Nach der Tafel 2 und 8 finden wir in den einzelnen Profilen sehr hohen Nitritgehalt, dennoch niergends in jener Konzentration, welche die Tätigkeit der nitrifizierenden Bakterien beeinflussen könnte. Es bestände die Möglichkeit die Nitritkonzentration weiter zu steigern, bis die Konzentration bereits auf das Wachstum der höheren Pflanzen schädigend wirkte, wenn keine denitritifizierende Bakterien anwesend wären. Diese sind in jeder Probe in grosser Zahl aufzufinden und es ist sehr wahrscheinlich, dass deren Tätigkeit die übergrosse Anhäufung der Nitriten in diesen Böden verhindert. Man kann vielleicht diesen Fall als alleinstehend in der landwirtschaftlichen Bakteriologie hinstellen, wo wir der *Denitrifikation* eine *ausgleichende Rolle zumuten können*. Diesbezügliche weitere Untersuchungen sind im Gange. Die Tiefenverteilung des Gesamtstickstoffes nimmt nach den tieferen Schichten allmählich ab, in 40—50 cm Tiefe steigt sie ein wenig wieder (Akkumulationsschicht), dann fällt sie rasch nach abwärts gegen *O*.

Nach den Angaben der Tafeln enthalten die solonecartigen

Alkaliböden alle in den oberen Schichten nitrifizierende Organismen, deren Zahl nach den tieferen Schichten rasch abnimmt und in der Tiefe von 40—50 cm verschwinden sie meistens gänzlich. Nach erfolgter Kalkung (Bildung von Calciumzeolithkomplexen aus den Natriumzeolithen) steigt ihre Zahl auf das zehnfache, sogar auf das hundertfache, dagegen wird ihre Zahl durch eine intensive Bodenbearbeitung bloss verdoppelt und eine Stallmistdüngung weist überhaupt keinen namhaften Einfluss auf.

Um den Verlauf der Nitrifikation in den Alkaliböden zu studieren, haben wir einige Versuche durchgeführt. Die Methoden wurdenebei der Untersuchungsmethodik bereits erörtert. Die diesbezüglichen Versuchsergebnisse enthält die Tafel 9, deren Angaben einen tieferen Einblick in die Oekologie der Nitrifikation gestatten. Der Gesamtsalzkonzentration der Bodenlösung bis 0·5% übt auf die Nitrifikation keine schädigende Wirkung aus, dagegen wirkt der Sodagehalt bei höherer Konzentration hemmend, in niedrigeren Konzentrationen (bis 0·2%) stimulierend, wie das bei den meisten Pflanzengiften der Fall zu sein pfegt. Dass die Alkaliböden *keine spezielle nitrifizierende Organismen besitzen*, zeigten uns die Impfversuche in sterilisiertem und unsterilisierten Boden, bei welchen die Ergebnisse stark positiv ausfielen. Die Zugabe von $(NH_4)_2SO_4$ fördert die Nitrifikation in allen Fällen uzw. bei wenig Soda enthaltenden Böden besser, als dort, wo überhaupt kein Soda im Boden vorhanden war. Nach den bakteriologischen Untersuchungen ist anzunehmen, dass die nitrifizierenden Organismen aus keinen Alkaliböden fehlen, daher die Verbesserung dieser Böden bezw. jede Art und Zuführung von Stoffen, die nitrifiziert werden können, die Intensität der Lebenstätigkeit dieser höchst wichtigen Organismen erheblich fördert.

Die Ergebnisse unserer Untersuchungen können im allgemeinen auf folgender Weise kurz zusammengefasst werden: Die Verbesserungsmethode durch Kalkung erhöht die nitrifizierende Kraft der Alkaliböden auf die 15—16-fache, die Stalldüngung auf die 10—12-fache und endlich die sogenannte «Digóerde» auf die 2-fache Grösse der Kontrollparzellen.

Die Impfversuche sind ebenfalls sehr interessant. Die Nitratbildung steigt in einem, durch Digóerde verbesserten und geimpften Boden auf das 30-fache, dieselbe bei einem gekalkten und geimpften Boden nur auf das 4-fache im Vergleich zu den Kontrollen. Die Digóerde ist also die beste Verbesserungsmethode, wenn man nur die Erhöhung der nitrifizierenden Tätigkeit der Alkaliböden vor Auge hält.

Die Ammonifikation der Alkaliböden.

Zur Beurteilung des biologischen Zustandes eines Bodens gehört die Kenntnis der Ammonifikationsfähigkeit, die man in Szikböden sehr wenig kennt. Nach diesbezüglichen Untersuchungen (Prianisnikow) können die Ammoniumsalze direkt zur Ernährung der Pflanzen dienen, es bleibt aber als Tatsache hingestellt, dass die höheren Pflanzen mit Nitraten, obwohl sie dieselbe erst reduzieren müssen um die Eiweisstoffe aufzubauen, grössere Ernte produzieren. Besonders im Waldboden ist es sehr wichtig die Abbauvorgänge der stickstoffhaltigen organischen Stoffen im Gange zu halten. Die meisten Waldbäume sind nämlich Mykorrhizapflanzen und — wie bekannt — die Pilze assimilieren sehr leicht die Ammonverbindungen. Auch der intensiven Nitrifikation muss eine lebhafte Ammonifikation vorangehen.

Bei den Ammonifikationsvermögen der Szikböden sind in lang- und forstwirtschaftlicher Hinsicht drei Hauptprobleme zu untersuchen, die wir bei der Beschreibung der Untersuchungsmethoden bereits besprochen haben. Die Tafel 10 enthält die Ergebnisse, die in grossen Zügen die folgende sind:

Die zur Ammonifikation fähige Mikroorganismen sind in den untersuchten Alkaliböden in genügender Zahl vorhanden, trotz diesem Umstande ist hingegen der Abbau der Eiweisstoffe sehr langsam und die Bildung von Ammoniak sehr gering. Der ursprüngliche Gehalt an Ammoniak dieser Naturböden ist ebenfalls sehr gering, da das ammonifizierende Material fehlt. Steigender Sodagehalt hemmt proportionell die Ammonifikation. Nach unseren Untersuchungen ohne vorherigen physikalischen oder chemischen

Verbesserung dieser Böden führt man fast umsonst organische stickstoffhaltige Substanz zu. Die mechanische Bodenbearbeitung mit Stalldüngung kombiniert erhöht die Ammonifikation auf das 14-fache, die Kalkung auf das 12-fache, die Digóerde auf das 6-fache vergleichend mit den Kontrollparzellen. Zuführung von organischen Stoffen ist notwendig um diese Böden biologisch zu verbessern. Die grosse Masse der mit der Stalldüngung den Böden zugeführten Mikroorganismen gehen grösstenteils zugrunde und nur sehr wenige Arten vermögen sich den neuen Verhältnissen anzupassen. Ebenso übt die Zuführung von fremden, aus anderen Böden herangezüchteten ammonifizierenden Mikroorganismen keinen Einfluss auf die Ammonifikation aus, woraus gefolgert werden kann, dass eine Steigerung der Ammonifikation durch die Erhöhung der Tätigkeit der autochtonen Mikroorganismen herbeigeführt wird. Es ist notwendig zu bemerken, dass die Böden No. 9 und 21, die keinen Sodagehalt aufweisen und bei welchen die Gesamtsalzkonzentration 0·03% nicht übersteigt, einen normalen Ammonifikationsverlauf zeigen.

Die Zusammenfassung der Resultate.

1. Die Resultate dieser Untersuchungen haben ganz einwandfrei erwiesen, dass die solonecartigen Alkaliböden eine ganz eigene und spezifische Mikroflora besitzen, welche eine eigene quantitative und qualitative Zusammensetzung aufweist. Zwischen diesen Mikroorganismen kommen die Actinomyceten in ziemlich grosser Anzahl vor. Die verschiedenen Aufbesserungsmethoden, die bis jetzt chemischer Art waren, können an der qualitativen Zusammensetzung dieser Mikroflora kaum etwas ändern. Mit Rücksicht auf den Umstand, dass bei der biologischen Tätigkeit der Mikroflora die qualitative Änderungen derselben fast so grosse Rolle spielen, wie die quantitativen, können wir ohne weiteres feststellen, dass die Mikroflora der Alkaliböden bei der landwirtschaftlichen oder forstwirtschaftlichen Nutzbarmachung derselben unbedingt eine entsprechende Besserung benötigt. Wir müssen aber schon jetzt ganz ausdrücklich betonen, dass die Aufforstung und die darauf folgende Humusbildung auch die

mikrobiologischen Eigenschaften dieser Böden günstig beeinflussen wird. Gelingt daher einmal dem Walde auf dem Alkaliboden Fuss zu fassen, so wird er durch seinen Laubfall und Beschattung die Entwicklung einer biologisch günstigeren und besseren Mikroflora hervorziehen.

2. In quantitativer Hinsicht kann man jedoch mit den verschiedenen Bodenmeliorationsmethoden auch die Entwicklung der Mikroflora günstig beeinflussen. In dieser Hinsicht kann man als die wirkungsvollste Methode die Kalkung bezeichnen.

3. Um die Szikböden mikrofloristisch charakterisieren und die durch die verschiedene Meliorationsmethode hervorgerufene Veränderungen feststellen zu können, wird eine neue Methode eingeführt, die sich in diesen mikrofloraarmen Böden gut bewährt hat.

4. Für die gute quantitative und qualitative Entwicklung der Mikroflora ist der optimale Wasserhaushalt dieser Böden von ganz ausserordentlicher Bedeutung. Wir müssen daher durch entsprechende physikalische Bearbeitung die Austrocknung dieser Böden auf ein minimales Mass reduzieren. Wir müssen daher schon jetzt bemerken, dass im Anfangsstadium der Aufforstung unbedingt dafür Sorge getragen werden muss, dass durch entsprechende Bearbeitung des Bodens die Lebensbedingungen des jungen Waldes verbessert werden. Der Gebrauch des Stalldüngers beeinflusst ziemlich bedeutend die quantitative Entwicklung der Bodenflora. Für die qualitative Zusammensetzung bleibt jedoch diese Methode wirkungslos. Die wesentliche Vermehrung der Bakterienflora durch diese Düngung kann einfach mit dem Umstand erklärt werden, dass mit dem Stalldünger ziemlich viele organische Substanzen in den Boden gebracht werden, welche für die Entwicklung der Bakterienflora ganz besonders gute physiologische Bedingungen schaffen. Wir müssen jedoch bemerken, dass die spezifische Mikroflora des Stalldüngers in den Alkaliböden wahrscheinlich infolge des Mangels der entsprechenden Lebensbedingungen zugrunde geht. Die quantitative Änderung der Bakterienflora wird nach allein durch die gesteigerte Vermehrung und erhöhtes Wachstum der ursprünglichen Bodenmikroflora hervorgerufen.

5. Es ist ganz besonders charakteristich für die Alkaliböden der vollständige Mangel an *N*-bindende Mikroorganismen. Die Vertreter des wichtigen Azotobacter-Genus fehlen fast vollkommen. In den meliorierten Böden kommen sie erst nach Jahren vor, durch künstliche Impfung kann der Vorgang beschleunigt werden. Das Fehlen der *N*-bindenden Mikroorganismen ist wahrscheinlich ebenfalls auf die schlechten physikalischen Eigenschaften der Alkaliböden zurückzuführen. Der Sodagehalt als biologischer Faktor, kann die Entwicklung des Azotobacters erst dann beeinflussen, wenn die Sodakonzentration 0·2% überschritten hat. Die gleiche Wirkung übt die Gesamtsalzkonzentration erst dann aus, wenn ihre Werte 0·5% erreicht haben. Es ist warscheinlich, dass die auffallende Armut an organische Substanz der Alkaliböden ebenfalls sehr stark das Wachstum der stickstoffbindenden Mikroorganismen hemmt. Diese bedürfen nämlich zu der Stickstoffbindung ziemlich grosser Mengen von organischen Substanzen. Wenn diese fehlt, so werden sie von ihrer Energiequelle beraubt und kommen nicht zur Entwicklung. Da die Aufforstung den Humusgehalt dieser Böden in kurzer Zeit bedeutend erhöhen wird, so wird sie auch in dieser Hinsicht einen günstigen Einfluss ausüben.

6. Es ist eine recht bemerkenswerte Tatsache, dass die Zellulosezersetzung auf den Alkaliböden ganz besonders langsam von statten geht. Diese Tatsache ist wahrscheinlich durch den Umstand zu erklären, dass der schlechte chemische und physikalische Zustand der Alkaliböden der zellulosezersetzenden Mikroorganismen keine günstigen Lebensbedingungen bieten kann.

7. Die CO_2-Produktion der Alkaliböden, wenn man diese Erscheinung im Laboratorium unter optimalischen Bedingungen untersucht, zeigt ungefähr die gleichen quantitativen Werte, wie die guten Wald- und landwirtschaftlichen Böden. Es ist zwar sicher, dass unter natürlichen Bedingungen die CO_2-Produktion dieser Böden sich nicht so optimal gestaltet, aber wir müssen es als sehr warscheinlich bezeichnen, dass wenn durch entsprechende physikalische Bearbeitung die Durchlüftungsverhältnisse dieser Böden entsprechend gebessert werden, so wird man auch die CO_2-Produktion dieser Böden recht günstig beeinflussen

können. Dass die Aufforstung auch durch die Erhöhung des Humusgehaltes die CO_2-Produktion günstig beeinflussen wird, steht ausser Zweifel,

8. Der Stickstoffgehalt der Alkaliböden ist auffallend gering. Desgleichen finden wir einen sehr kleinen Nitrit-Stickstoff-Gehalt. Vom biologischen Standpunkte ist jedoch das wichtigste, dass diese Böden an Nitrat-Stickstoff ganz besonders arm sind. Es ist recht interessant, dass in dieser Hinsicht nicht nur die schweren lehmigen, sondern auch die leichten, sandigen Waldböden die Alkaliböden weit übertreffen.

9. Zwischen den untersuchten Bodentypen fanden wir den grössten Nitrat-Stickstoff-Gehalt unter der Achillea-Inula britannica Association. Bei dem vorwiegend mit Camphorosma ovata Association bedeckten Bodentyp konnten wir überhaupt keinen Nitrat-N nachweisen. Auch dieser Befund zeigt auf die schlechte Standortsqualität jener Alkaliböden, welche mit den Pflanzen der Camphorosma ovata Association bedeckt sind. Der Boden des Kampes hat ebenfalls einen sehr geringen Nitrat-N-gehalt aufgewiesen. Diese Tatsache kann aller Wahrscheinlichkeit nach damit erklärt werden, dass die jungen Pflanzen im Kampe den ohnedies geringen Nitrat-Stickstoff-Gehalt dieses Bodens stark ausnützen. Hier ist daher die Düngung unbedingt geboten.

10. Der Gesamt-Stickstoff-Gehalt nimmt nach den unteren Bodenschichten gerechnet successive ab.

11. Die untersuchten Alkaliböden enthalten in ihren oberen Niveaus nitrifizierende Organismen in genügender Anzahl. Diese Zahl nimmt jedoch in den unteren Bodenshichten allmählich ab. Die nitratbildende Organismen sind gegen den Sodagehalt viel empfindlicher, als die Nitritbildner. In manchen Böden wird die Nitrifikation auf der Nitritstufe unterbunden. Der Grund, dass keine pflanzenschädliche Anhäufung von Nitriten eintreten kann, ist noch näher zu untersuchen. Die quantitative Entwicklung der nitrifizierenden Mikroorganismen wird besonders durch Kalkung günstig beeinflusst. Mit dieser Methode steigt oft ihre Zahl auf das 100-fache. Durch rein mechanische Bearbeitung wird ihre Zahl kaum beeinflusst. Düngung mit Stalldünger bleibt wirkungslos.

12. Der Gang der Nitrifikation wird durch die Gesamtsalzkonzentration, wenn ihre Werte 0·5% nicht überschreiten, nicht beeinflusst. Es ist aber recht charakteristisch, dass in Alkaliböden, welche ca 0·2 % Soda enthalten, durch Zugabe von $(NH_4)_2SO_4$ die Nitrifikation bedeutend beschleunigt wird. Dagegen ist die Wirkung des $(NH_4)_2SO_4$ in jenen Alkaliböden, welche nur sehr wenig Soda enthalten, äusserst gering.

13. Durch Bodenimpfung wird die Intensität der Nitrifikation sehr günstig beeinflusst.

14. Obwohl die Alkaliböden eine ganz eigene und spezifische Mikroflora aufweisen, scheinen sie keine besondere nitrifizierende Mikroorganismen zu haben. Diese Mikroorganismen der Alkaliböden sind wahrscheinlich mit den gleichen Organismen der anderen nicht Alkaliböden vollkommen identisch. Wir müssen jedoch ausdrücklich betonen, dass wenn durch entsprechende Aufbesserungsmethoden die Lebensbedingungen dieser Mikroorganismen günstiger gestalten werden und namentlich, wenn für die gute Durchlüftung dieser Böden Sorge getragen wird, so wird die Intensität ihrer biologischen Tätigkeit wesentlich erhöht.

15. Wie auch diese Untersuchungen zeigen, der Nitrit-Gehalt dieser Böden erreicht nie diese Werte, welche nach den Untersuchungen Fehér und Vági auf das Pflanzenwachstum schädigend einwirken. Der Nitrit-Gehalt dieser Alkaliböden kann daher für die schlechten biologischen Eigenschaften dieser Böden nicht zur Verantwortung gezogen werden.

16. In den Alkaliböden ist der Anzahl der denitrifizierenden Bakterien in der Regel immer grösser als die Zahl der nitrifizierenden Bakterien.

17. Die Resultate dieser Untersuchungen haben einwandfrei erwiesen, dass jene Mikroorganismen, welche die Zersetzungsvorgängen der stickstoffhaltigen organischen Substanzen hervorrufen, darunter natürlich auch die ammonifizierenden Bakterien, in den Alkaliböden in genügender Anzahl vertreten sind. Trotz diesem Umstande, vollzieht sich in diesen Böden die Zersetzung der eiweisshaltigen organischen Substanzen äusserst langsam und infolgedessen wird die Bildung von Ammoniak

ebenfalls recht gering. Die Ursache dieser Erscheinung ist in der ersten Reihe darin zu suchen, dass die Alkaliböden bekanntlich äusserst wenig organischen Substanzen enthalten. Bei der Nutzbarmachung dieser Böden müssen wir daher in dieser Erlangung erfolgreich eingreifen. Die beste Wirkung erreicht man durch mechanische Bodenbearbeitung und durch Düngung mit Stalldünger. Die einfache mechanische Bearbeitung des Bodens ohne Kalkung und Digóerde, bleibt fast wirkungslos. Dagegen das gleiche Verfahren mit Kalkung und Digóerde ebenfalls von guter Wirkung ist. Die Impfung mit Bodenextrakt übt ebenfalls keine Wirkung aus. In dieser Hinsicht müssen wir als die wirkungsvollste Aufbesserungsmethode nach erfolgter entsprechenden Kalkung die Stalldüngung bezeichnen.

18. Der Soda- und Gesamtsalzgehalt beeinflusst das Ammonifikationsvermögen dieser Böden ebenfalls recht ungünstig. Jene Alkaliböden, welche keinen Sodagehalt aufweisen und deren Gesamtsalzkonzentration 0·03% nicht übersteigt, verfügen über ein sehr gutes Ammonifikationsvermögen.

19. Zum Schlusse möchten wir noch auf den Umstand hinweisen, dass für die günstige Gestaltung der mikrobiologischen Lebensvorgänge der Alkaliböden und überhaupt für die Verbesserung der allgemeinen biologischen Eigenschaften dieser Böden der wichtigste Faktor bleibt nach erfolgter Melioration die entsprechende Regulierung des Wasserhaushaltes.

Hierzu eignet sich am besten in der ersten Reihe nach erfolgter chemisch-physikalischen Verbesserung, die Düngung mit organischen Düngemitteln gepaart mit entsprechender (durchs Jahr 4—5-maligen) mechanischen Bodenbearbeitung, wodurch nicht nur die entsprechende Regulierung des Wasserhaushaltes erreicht wird, sondern auch die organische Substanz dieser humusarmen Böden erhöht wird, wodurch sich eine lebhafte mikrobiologische Tätigkeit der Böden entfalten kann. Die Aufforstung der Alkaliböden, wenn diese durch entsprechende künstliche Eingriffe über die Anfangsschwierigkeiten geholfen werden, wird auch in dieser Hinsicht ganz besonders günstige Wirkung ausüben.

Tafel 1.

Nr. des Bodens	1	2	3
Klasse des Bodens nach 'Sigmond	I	I	III B
	Daten der chemisch-		
Wassergehalt in %	—	—	—
Reaktion des Bodens in ph	7·2	8·5	8·7
Na_2CO_3-Gehalt in %	0·0	0·0	0·17
Gesamtsalzkonzentration des Bodens %	0·10	0·03	0·42
Humusgehalt in %	1·7	1·5	0·7
Gesamt N-Gehalt in *mg N/g* Boden	0·14963	0·95690	0·30737
Nitrat- und Nitritgehalt *mg N/g* Boden	0·03152	0·03479	0·05314
Nitrat N-Gehalt *mg N/g* Boden	0·00398	0·00462	0·00000
	Daten der bakteriolo-		
Auf Erdextraktagarplatte gedeihend	3.100,000	4.700,000	2.100,000
Auf Fleischgelatineplatte gedeihend	2.400,000	3.000,000	850,000
Aerob Bakterien zusammen	5.500,000	7.700,000	2.950,000
Anaerob Zuckeragar hoher Schicht	1.200,000	1.750,000	200,000
Zahl der Bodenpilze	—	—	—
Aerob N-bindende Bakterien	0	0	0
Anaerob N-bindende Bakterien	0	0	0
Nitrifizierende Bakterien	100	10,000	10,000
Denitrifizierende Bakterien	1,000	10,000	100
Eiweiszersetzende Bakterien	—	—	—
Anaerob zellulosezersetzende Bakterien	0	10	0
Aerobe zellulosezersetzende Bakterien	100	100	100
Harnstoffzersetzende Bakterien	10,000	10,000	10,000
Anaerob Buttersäurebazillen	0	100	10

[1] Pro Gramm feuchter Erde.

Tafel 1.

4	5	6	7	8	9	10
I	II B	II A	II A	III B	I	I
physikalischen Bodenuntersuchung						
—	5·76	4·13	—	—	7·56	4·36
8·2	9·2	8·7	8·6	8·1	8·1	8·0
0·0	0·013	0·0	0·01	0·12	0·0	0·0
0·03	0·42	0·15	0·17	0·37	0·03	0·08
2·6	0·35	0·42	0·92	1·94	2·03	0·74
0·33869	—	—	—	—	—	—
0·02871	0·01000	0·07020	0·08937	0·06000	0·01600	0·04000
0·00064	—	—	—	—	—	—
gischen Untersuchung [1]						
3.000,000	1.100,000	3.500,000	2.500,000	2.500,000	1.000,000	4.000,000
3.000,000	800,000	2.000,000	700,000	800,000	400,000	2.500,000
6.000,000	1.900,000	5.500,000	3.200,000	3.300,000	1.400,000	6.500,000
350,000	80,000	10,000	300,000	800,000	80,000	10,000
—	100,000	40,000	140,000	300,000	10,000	30,000
0	0	0	0	0	10	0
0	50,000	1,000	0	0	100	1,000
1,000	1,000	10	10	100	1,000	10
1,000	10,000	100,000	1,000	10,000	10,000	10,000
—	100,000	50,000	10,000	300,000	10,000	100,000
100	100	100	2,000	100	1,000	100
100	1,000	1,000	400	1,000	1,000	300
100,000	1,000	100,000	10,000	10,000	100	10,000
10,000	1,000	10,000	1,000	10,000	100	1,000

Fortsetzung

Nr. des Bodens	11	12	13
Klasse des Bodens nach 'Sigmond	III A	II A	III B
	Daten der chemisch-		
Wassergehalt in %	—	—	—
Reaktion des Bodens in ph	9·6	7·9	8·5
Na_2CO_3-Gehalt in %	0·03	0·0	0·18
Gesamtsalzkonzentration des Bodens %	0·56	0·14	0·40
Humusgehalt in %	1·30	1·12	—
Gesamt N-Gehalt in *mg N/g* Boden	—	—	—
Nitrat- und Nitritgehalt *mg N/g* Boden	0·03326	0·06066	0·04458
Nitrat N-Gehalt *mg N/g* Boden	—	—	—
	Daten der bakteriolo-		
Auf Erdextraktagarplatte gedeihend	1.250,000	3.500.000	500,000
Auf Fleischgelatineplatte gedeihend	1.300,000	2.100,000	100,000
Aerob Bakterien zusammen	2.550,000	5.600,000	600,000
Anaerob Zuckeragar hoher Schicht	100,000	250,000	80,000
Zahl der Bodenpilze	20,000	20,000	20,000
Aerob N-bindende Bakterien	0	0	0
Anaerob N-bindende Bakterien	100	0	0
Nitrifizierende Bakterien	1,000	1,000	0
Denitrifizierende Bakterien	100,000	10,000	0
Eiweiszersetzende Bakterien	100,000	300,000	0
Anaerob zellulosezersetzende Bakterien	10,000	1,000	100
Aerobe zellulosezersetzende Bakterien	10,000	40,000	0
Harnstoffzersetzende Bakterien	1,000	100,000	0
Anaerob Buttersäurebazillen	100	10,000	0

[1] Pro Gramm feuchter Erde.

der Tafel 1.

14	15	16	17	18	19	20	21
IIA	IIA	IIB	I	I	I	I	I
physikalischen Bodenuntersuchung							
—	—	7·47	9·25	11·10	10·77	9·90	8·12
8·9	8·0	9·9	7·4	8·2	7·5	8·0	8·0
0·02	0·01	0·02	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
0·20	0·20	0·50	0·03	0·05	0·05	0·05	0·03
—	0·10	—	2·06	0·75	0·64	0·47	1·97
—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	0·06920	0·05120	0·16410	0·10120	0·04800
—	—	—	—	—	—	—	—
gischen Untersuchung[1]							
200,000	500,000	40,000	15.000,000	4.800,000	9.300,000	4.600,000	2.400,000
100,000	300,000	20,000	12.000,000	3.500,000	9.000,000	4.800,000	1.500,000
300,000	800,000	60,000	27.600,000	8.300,000	18.300,000	9.400,000	3.900,000
10,000	1,000	10,000	1.000,000	10,000	6,000	30,000	200,000
1,000	2,000	50,000	50,000	1,000	1,000	1,000	20,000
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	100	100	1,000	100	10
0	0	0	100	100	1,000	10	1
0	10	0	1,000	1,000	10,000	10,000	1,000
0	1,000	0	100,000	1,000	200,000	50,000	20,000
1,000	2,000	1	10,000	100	10,000	100	1,000
0	400	10	100,000	1,000	30,000	1,000	10,000
0	10,000	10	100,000	10,000	100,000	10,000	10,000
0	1,000	0	10,000	10,000	1,000	1,000	1,000

Tafel 2.

	Boden		
	0—10	20—30	40—50
	cm Tiefe		
	Daten der chemisch-		
Reaktion des Bodens in ph	7·2	8·7	8·62
Sodagehalt in %	0·0	0·12	0·02
Gesamtsalzkonzentration der Bodenlösung %	0·10	0·172	0·28
Humusgehalt in %	1·7	1·7	0·16
Gesamt N-Gehalt in *mg N/g* Boden	0·14963	0·12870	0·08400
Nitrat N-Gehalt in *mg N/g* Boden	0·00398	0·000398	0
	Daten der bakteriolo-		
Auf Erdextraktagarplatte gedeihend	3.100,000	2.800,000	1.400,000
Auf Fleischgelatineplatte gedeihend	2.400,000	450,000	350,000
Aerob Bakterien zusammen	5.500,000	3.250,000	1.750,000
Anaerob Zuckeragar hoher Schicht	1.200,000	180,000	100,000
Aerob N-bindende Bakterien	0	0	0
Anaerob N-bindende Bakterien	0	0	0
Nitrifizierende Bakterien	100	100	0
Denitrifizierende Bakterien	1,000	1,000	0
Anaerob cellulosezersetzende Bakterien	0	0	0
Aerob zellulosezersetzende Bakterien	100	100	0
Harnstoffzersetzende Bakterien	10,000	10,000	100
Anaerob Buttersäurebazillen	0	0	0

[1] Pro Gramm feuchter Erde.

Tafel 2.

Nr. 1.		Boden Nr. 2.				
90—100	200—210	0—10	20—30	40—50	90—100	200—210
		cm Tiefe				
physikalischen Bodenuntersuchung						
9·0	9·2	8·5	8·3	8·1	8·5	8·8
0·01	0·13	0·0	0·0	—	0·10	0·0
0·25	0·102	weniger als 0·03				
0·06	0·00	1·5	3·2	1·9	1·2	0·5
0·14003	0·01553	0·95690	0·90212	0·65499	0·33985	0·32471
0	0	0·00462	0	0	0	0
gischen Untersuchung [1]						
450,000	0	4.700,000	4.000,000	2.000,000	220,000	20,000
15,000	10,000	3.000,000	2.500,000	1.200,000	500,000	25,000
465,000	10,000	7.700,000	6.500,000	3.200,000	720,000	45,000
50,000	40,000	1.750,000	1.500,000	850,000	25,000	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	10,000	10,000	100	0	0
0	0	10,000	10,000	100	0	0
0	0	10	0	0	0	0
0	0	100	100	0	0	0
0	0	10,000	1,000	1,000	0	0
0	0	100	0	0	0	0

Fortsetzung

	Boden		
	0—10	20—30	40—50
	cm Tiefe		
	Daten der chemisch-		
Reaktion des Bodens in ph	8·7	8·9	9·1
Sodagehalt in %	0·168	0·14	0·14
Gesamtsalzkonzentration der Bodenlösung %	0·42	0·53	0·38
Humusgehalt in %	0·7	1·1	0·95
Gesamt N-Gehalt in *mg N/g* Boden	0·30737	0·28214	0·32473
Nitrat N-Gehalt *mg N/g* Boden	0	0	0
	Daten der bakteriolo-		
Auf Erdextraktagarplatte gedeihend	2.100,000	1.200,000	750,000
Auf Fleischgelatineplatte gedeihend	850,000	250,000	175,000
Aerob Bakterien zusammen	2.950,000	1.450,000	925,000
Anaerob Zuckeragar hoher Schicht	200,000	200,000	95,000
Aerob N-bindende Bakterien	0	0	0
Anaerob N-bindende Bakterien	0	0	0
Nitrifizierende Bakterien	10,000	10,000	1,000
Denitrifizierende Bakterien	100	10	0
Anaerob zellulosezersetzende Bakterien	0	0	0
Aerob zellulosezersetzende Bakterien	100	0	0
Harnstoffzersetzende Bakterien	10,000	1,000	0
Anaerob Buttersäurebazillen	10	0	0

[1] Pro Gramm feuchter Erde.

der Tafel 3.

Nr. 3.		Boden Nr. 4.				
90—100	200—210	0—10	20—30	40—50	90—100	200—210
		cm Tiefe				
physikalischen Bodenuntersuchung						
9·0	9·0	8·2	7·5	7·7	7·8	8·0
0·14	0·05	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
0·15	0·07	weniger als 0·03				
0·9	0·01	2·6	2·2	1·6	1·6	0·5
0·22690	0·12709	0·33869	0·11717	0·18356	0·07062	0·04238
0	0	0·00064	0	0	0	0
gischen Untersuchung[1]						
420,000	30,000	3.000,000	2.700,000	2.000,000	850,000	90,000
25,000	0	3.000,000	900,000	700,000	350,000	120,000
445,000	30,000	6.000,000	3.600,000	2.700,000	1.200,000	210,000
55,000	0	350,000	30,000	130,000	100,000	35,000
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1,000	1,000	0	0	0
0	0	1,000	10,000	100	0	0
0	0	100	100	0	0	0
0	0	100	100	0	0	0
0	0	100,000	10,000	1,000	0	0
0	0	10,000	1,000	0	0	0

Tafel 3.

Nr.	Name	Verhältniszahl	Verbreitungszahl	Konstante
1	Achromobacter liquefaciens	1	3	1
2	Actinomyces bobili	3	1	—
3	Actinomyces flavochromogenus	5	5	1
4	Actinomyces microflavus	4	2	—
5	Actinomyces olivochromogenus	2	1	—
6	Actinomyces pheochromogenus	4	5	1
7	Bacillus concentricus	+	0	—
8	Bacillus mesentericus vulgatus	2	1	—
9	Bacillus mycoides	+	0	—
10	Bacillus tumescens	+	0	—
11	Cellulomonas ferruginea	+	0	—
12	Clostridium multifermentans	1	2	—
13	Clostridium sporogenes	2	5	1
14	Flavobacterium flavescens	1	1	—
15	Micrococcus candicans	2	1	—
16	Micrococcus candidus	1	2	—
17	Micrococcus varians	1	1	—
18	Pseudomonas fluorescens	2	2	—
19	Pseudomonas non liquefaciens	1	1	—

Tafel 4.

Name	Verhältniszahl
Boden Nr. 17.	
Actinomyces flavochromogenus	3
Actinomyces pheochromogenus	3
Achromobacter liquefaciens	3
Bacillus cohaerens Gotth.	+
Bacillus graveolens Gotth.	+
Bacillus mycoides	1
Cellulosezersetzer	1
Clostridium multifermentans	1
Clostridium sporogenes	2
Micrococcus candidus	+
Nitrifizierende	+
N-bindende	0
Pseudomonas non liquefaciens	1
Boden Nr. 18.	
Actinomyces flavochromogenus	5
Actinomyces pheochromogenus	5
Achromobacter liquefaciens	2
Cellulosezersetzer	+
Clostridium sporogenes	+
Clostridium multifermentans	+
Micrococcus candicans	2
Nitrifizierende	+
N-bindende	0
Pseudomonas fluorescens	+

Name	Verhältniszahl
Boden Nr. 19.	
Actinomyces pheochromogenus	4
Achromobacter liquefaciens	1
Cellulosezersetzer	+
Clostridium sporogenes	+
Nitrifizierende	+
N-bindende	0
Pseudomonas fluorescens	1
Pseudomonas non liquefaciens	2
Boden Nr. 20.	
Actinomyces flavochromogenus	5
Actinomyces pheochromogenus	4
Achromobacter liquefaciens	1
Actinomyces microflavus	4
Cellulosezersetzer	1
Clostridium sporogenes	1
Nitrifizierende	+
N-bindende	0
Pseudomonas non liquefaciens	2

Tafel 5.

Nr. des Bodens	Na_2CO_3-Gehalt %	Gesamt Salzgehalt in %	ph	Bodentrocken-gewicht g	Laktose Düngung	Geimpft		Gesamt-N in g	N-Bindung in % ±
						chroococcum	Erdextrakt		
8.	0·12	0·37	8·1	100	+	+	0	0·153	+ 2·7
				100	+	0	+	0·149	± 0·0
				100	0	0	0	0·149	—
11.	0·03	0·56	9·6	100	+	+	0	0·112	+ 16·8
				100	+	0	+	0·096	± 0·0
				100	0	0	0	0·096	—
12.	0·00	0·14	7·9	100	+	+	0	0·222	+ 4·7
				100	+	0	+	0·175	— 21·1
				100	0	0	0	0·212	—
13.	0·18	0·40	8·5	100	+	+	0	0·090	+ 13·9
				100	+	0	+	0·080	+ 1·2
					0	0	0	0·079	—
17.	0·01	0·17	8·6	100	+	+	0	0·188	+ 10·5
				100	+	0	+	0·174	+ 2·2
				100	0	0	0	0·170	—

Beobachtungszeit 15 Tage.

Tafel 6.

Nr.	Na_2CO_3-Gehalt in %	Azotobacter chroococcum	Azotobacter agile
0	0·000	Starkes Wachstum mit zusammenhängender braunen Haut, Bakterienform normal	Starkes Wachstum, Trübung ohne Haut, grüne Farbe, Form normal
1.	0·002	Starkes Wachstum, Trübung ohne Haut	Starke Trübung, grüne Farbe, Form normal
2.	0·005	Starkes Wachstum, Trübung ohne Haut	Starke Trübung, grüne Farbe, Form normal
3.	0·010	Schwaches Wachstum, ohne Haut	Starke Trübung, grüne Farbe, Form wird kleiner
4.	0·020	Schwaches Wachstum, ohne Haut	Schwache, grüne Trübung, Form kleine Kugeln oft fadenförmig zusammengeklebt
5.	0·050	Schwaches Wachstum, Bakterienform dünne, kleine Stäbchen	Grüne Farbe bleibt weg, Form kleine Kugeln oft fadenförmig zusammengeklebt
6.	0·075	Sehr schwache Trübung, Bakterienform dünne, kleine Stäbchen	Einige Individuen, Bakterienform wie oben
7.	0·100	Die Flüssigkeit bleibt rein, wenige Individuen, Bakterienform wie oben	Kein Wachstum
8.	0·150	Dasselbe, Form kleine Stäbchen linsenförmig zusammenhängend	Kein Wachstum
9.	0·200	Kein Wachstum	Kein Wachstum
10.	0·250	Kein Wachstum	Kein Wachstum

Beobachtungszeit 15 Tage.

Tafel 7.

Versuchsfläche	Bakterien pro gr feuchter Erde			CO_2-Produktion pro Stunde und m² in Grammen (Durchschnittswerte)	Humusgehalt %	ph	Beobachtungszeit Tag*
	Aerob	Anaerob	Zusammen				
Szikboden Nr. 5	1.900,000	80,000	1.980,000	0·281	0·35	9·2	14
« « 6	5.500,000	10,000	5.510,000	0·574	0·42	8·7	14
« « 9	1.400,000	80,000	1.480,000	0·467	2·03	8·1	14
« « 17	27.000,000	1.000,000	28.000,000	0·730	2·06	7·4	14
« « 19	18.300,000	6,000	18.306,000	1·182	0·64	7·5	14
« « 20	9.400,000	30,000	9.430,000	0·972	0·47	8·0	14
« « 21	3.900,000	200,000	4.100,000	0·708	1·97	8·0	14
Kiskomárom, Eichenwald	36.000,000	8.800,000	44.800,000	1·057	0·73	5·2	10
Kiskomárom, Kiefernwald	9.000,000	2.000,000	11.000,000	0·878	0·81	5·4	12
Ágfalva, Fichtenwald	4.971,000	1.208,330	6.179,330	0·562	2·81	6·12	9
Ágfalva, Niederwald	5.786,710	870.000	6.656,710	0·555	2·68	5·73	2
Fichtenwald in der Hochschule	4.825,000	877,000	5.702,000	0·597	1·67	6·24	11
Hallands-Väderö, Buchenwald	11.500,000	3.000,000	14.500,000	0·87	4·2	5·2	20
Hallands-Väderö, Kiefernwald	2.950,000	500,000	3.450,000	0·298	0·5	4·2	14
Hallands-Väderö, Erlenwald	5.700,000	5.000,000	10.700,000	0·237	8·6	4·1	28

* Bezüglich der CO_2 Messungen.

Tafel 8.

Versuchsfläche	Gesamt-N-Gehalt gr pro gr	Nitrat-N-Gehalt gr pro gr	Nitrat- und Nitrit-N-Gehalt gr pro gr
Szikboden 1	0·000,149,63	0·000,003,98	0·000,031,523 [1]
« 2	0·000,956,90	0·000,004,62	0·000,034,788 [2]
« 3	0·000,367,37	0	0·000,053,142 [3]
« 4	0·000,338,69	0·000,000,64	0·000,028,713 [4]
« 5	—	—	0·000,010,00
« 6	—	—	0·000,070,20
« 7	—	—	0·000,089,37
« 8	—	—	0·000,060,00
« 9	—	—	0·000,016,00
« 10	—	—	0·000·040,00
« 11	0.000,960	—	0·000,033,26
« 12	—	—	0·000,060,66
« 13	0.000,790	—	0·000,044,58
« 17	0.001,700	—	0·000,069,20
« 18	—	—	0·000,051,20
« 19	—	—	0·000,164,10
« 20	—	—	0·000,101,20
« 21	—	—	0·000,048,00
Kecskemét I. Robinie *	0·001,450,0	0·000,047,80	—
Kecskemét II. « *	0·000,734,0	0·000,075,80	—
Szeged I. « *	0·000,303,0	0·000,097,50	—
Szeged II. Schwarzkiefer *	0·000,516,0	0·000,061,70	—
Kiskomárom, Eichenwald	0·003,300,0	0·000,027,00	—
Kiskomárom, Kiefernwald	0·001,940,0	0·000,018,20	—
Fichtenwald an der Hochschule	0·002,200,0	0·000,030,00	—
Ágfalva, Niederwald	0·002,000,0	0·000,030,00	—
Ágfalva, Erlenwald	0·002,000,0	0·000,030,00	—

* Sandböden.

[1] Nitritgehalt 0·000,027,543 g
[2] « 0·000,030,168 «
[3] « 0·000,053,142 «
[4] « 0·000,028,073 «

Tafel 9.

Nr. des Bodens	ph	Sodagehalt in %	Gesamt Salzgehalt in %	Gewicht des Bodens in g	Düngung N als $(NH_4)_2SO_4$	Mit nitrifizierenden Organismen geimpft ja: + nein: 0	Nitrat- und Nitrit-Gehalt in N Aequivalent in g	Also mehr in %
5.	9·3	0·013	0·42	200	0·060 g	+	0·003674	+ 83·7
				200	0·060 «	0	0·003468	+ 17·1
				200	0	0	0·002000	—
6.	8·7	0·00	0·15	«	0·060 g	+	0·015060	+ 7·5
				«	0·060 «	0	0·014040	+ 0·0
				«	0	0	0·014040	—
7.	8·6	0·01	0·17	«	0·060 g	+	0·026558	+ 48·7
				«	0·060 «	0	0·019284	+ 7·9
				«	0	0	0·017874	—
8.	8·1	0·12	0·37	«	0·060 g	+	0·016240	+ 35·3
				«	0·060 «	0	0·012080	+ 0·6
				«	0	0	0·012000	—
9.	8·1	0·00	weniger 0·03	«	0·060 g	+	0·005220	+ 62·0
				«	0·060 «	0	0·005200	+ 62·0
				«	0	0	0·003200	—
10.	8·0	0·00	0·08	«	0·060 g	+	0·008248	+ 3·1
				«	0·060 «	0	0·008200	+ 2·5
				«	0	0	0·008000	—
11.	9·6	0·03	0·56	«	0·060 g	+	0·013364	+ 100·1
				«	0·060 «	0	0·012718	+ 91·1
				«	0	0	0·006652	—

Versuchsdauer 21 Tage. Temperatur 26° C.

Fortsetzung der Tafel 9.

Nr. des Bodens	ph	Sodagehalt in %	Gesamt Salzgehalt in %	Gewicht des Bodens in g	Düngung *N* als $(NH_4)_2SO_4$	Mit nitrifizierenden Organismen geimpft ja: + nein: 0	Nitrat- und Nitrit-Gehalt in N Aequivalent in g	Also mehr in %
12.	7·9	0·00	0·14	200	0·060 g	+	0·021308	+ 76·1
				200	0·060 «	0	0·012848	+ 7·0
				200	0	0	0·012132	—
13.	8·5	0·18	0·30	«	0·060 g	+	0·035968	+ 307·4
				«	0·060 «	0	0·011264	+ 26·0
				«	0	0	0·008916	—
17.	7·4	0·00	weniger 0·03	«	0·060 g	+	0·019440	+ 40·0
				«	0·060 «	0	0·018840	+ 35·7
				«	0	0	0·013840	—
18.	8·2	0·00	0·05	«	0·060 g	+	0·013448	+ 32·0
				«	0·060 «	0	0·011440	+ 12·0
				«	0	0	0·010240	—
19.	7·5	0·00	0·05	«	0·060 g	+	0·077732	+ 140·4
				«	0·060 «	0	0·045000	+ 38·1
				«	0	0	0·032820	—
20.	8·0	0·00	0·05	«	0·060 g	+	0·044240	+ 120·0
				«	0·060 «	0	0·021040	+ 4·0
				«	0	0	0·020240	—
21.	8·0	0·00	weniger 0·03	«	0·060 g	+	0·013600	+ 41·7
				«	0·060 «	0	0·009600	+ 0·0
				«	0	0	0·009600	—

Versuchsdauer 21 Tage. Temperatur 26° C.

Tafel 10.

Nr. des Bodens	ph	Sodagehalt in %	Gesamt Salzgehalt in %	Bodengewicht in g	Düngung mit Blutmehl in g	Geimpft mit Erdextrakt ja : + nein : 0	NH_3 Gehalt des Bodens als N Aequivalentgewicht in g	Also mehr in %
5.	9·3	0·013	0·42	200	4	+	0·04840	+ 245
				200	4	0	0·02060	+ 43
				200	0	0	0·01408	—
6.	8·7	0·00	0·15	«	4	+	0·01450	+ 170
				«	4	0	0·01080	+ 107
				«	0	0	0·00536	—
7.	8·6	0·01	0·17	«	4	+	0·18080	+ 245
				«	4	0	0·20200	+ 325
				«	0	0	0·05290	—
8.	8·1	0·12	0·37	«	4	+	0·05768	+ 86
				«	4	0	0·04604	+ 43
				«	0	0	0·03176	—
9.	8·1	0·00	weniger 0·03	«	4	+	0·16800	+ 8400
				«	4	0	0·15000	+ 7500
				«	0	0	0·00200	—
10.	8·0	0·00	0·08	«	4	+	0·10664	+ 650
				«	4	0	0·05770	+ 400
				«	0	0	0·01426	—
11.	9·6	0·03	0·56	«	4	+	0·12468	+ 345
				«	4	0	0·11146	+ 320
				«	0	0	0·02794	—

Versuchsdauer 10 Tage.

Temperatur 26° C.

Fortsetzung der Tafel 10.

Nr. des Bodens	ph	Sodagehalt in %	Gesamt Salzgehalt in %	Bodengewicht in g	Düngung mit Blutmehl in g	Geimpft mit Erdextrakt ja: + nein: 0	NH_3 Gehalt des Bodens als N Aequivalentgewicht in g	Also mehr in %
13.	8·5	0·18	0·30	200	4	+	0·12722	+ 200
				200	4	0	0·11200	+ 150
				200	0	0	0·04396	—
17.	7·4	0·00	weniger 0·03	«	4	+	0·09190	+ 4400
				«	4	0	0·12220	+ 6000
				«	0	0	0·00254	—
18.	8·2	0·00	0·05	«	4	+	1·11238	+ 330
				«	4	0	1·12344	+ 370
				«	0	0	0·02632	—
19.	7·5	0·00	0·05	«	4	+	0·08648	+ 4200
				«	4	0	0·10982	+ 5300
				«	0	0	0·00220	—
20.	8·0	0·00	0·05	«	4	+	0·05496	+ 2700
				«	4	0	0·05296	+ 2600
				«	0	0	0·00020	—
21.	8·0	0·00	weniger 0·03	«	4	+	0·18020	+ 2470
				«	4	0	0·17954	+ 2460
				«	0	0	0·00690	+

Versuchsdauer 10 Tage.

Temperatur 26° C.

Literatur.

I. Fehér und Vági: Untersuchungen über die Einwirkung von Nitriten auf das Wachstum der Pflanzen I. und II. (Biochemische Zeitschrift Bd. 153, H. 1—2, 1924. und Bd. 174, H. 4—6, 1926.)

II. Zsilinszky und Treitz: A szikes talajok javítása. (Budapest 1924.)

III. Fehér und Vági: Untersuchungen über die Einwirkung von Na_2CO_3 auf Keimung und Wachstum der Pflanzen I. und II. (Biochemische Zeitschrift Bd. 158, H. 4—6, 1925. und Bd. 175, H. 103, 1928.)

IV. Paul Magyar: Beiträge zu den pflanzenphysiologischen und geobotanischen Verhältnissen der Hortobágy-Steppe. (Forstliche Versuche XXX, H. 1—2, 1928. Sopron.)

Paul Magyar: Szikaufforstungsversuche auf dem Versuchsfelde zu Püspökladány. (Forstliche Versuche Bd. XXXI, H. 1, 1929.)

Paul Magyar: Wurzelstudien in Pflanzengarten und auf Szikböden. (Forstliche Versuche Bd. XXX, H. 2, 1929.)

V. 'Sigmond: A szikes talajok helyszíni felvételekor használt talajvizsgálati eljárásokról. (Budapest, 1909.)

VI. 'Sigmond: A hazai szikesek és megjavítási módjaik. (Budapest, 1923.)

VII. Bokor: Untersuchungen über die Mikroflora der Waldböden. (Forstliche Versuche Bd. XXVIII, H. 1—2. 1926. Sopron.)

Bokor: Ein Beitrag zur Mikrobiologie des Waldbodens. (Biochemische Zeitschrift, Bd. 181, H. 4—6, 1927.)

VIII. Bergey's Manuel of Determinative Bacteriology. (Thindall and Cox, London.)

IX. Lehmann und Neumann: Bakteriologische Untersuchungsmethoden I. und II. (Lehmann'-sche Verlag, München, 1926.)

X. Vági: Die Elemente der Bodenkunde. (Sopron, 1928.)

XI. Wiesmann: Agrikulturchemisches Praktikum.

XII. Fehér: Untersuchungen über den zeitlichen Verlauf der Bodenatmung und der Mikrobentätigkeit des Waldbodens. (Biochemische Zeitschrift Bd. 206, H. 4—6, 1929.) (Siehe hier die vollständige Literatur.)

XIII. Fehér: Untersuchungen über den *N*-Stoffwechsel des Waldbodens. (Biochemische Zeitschrift Bd. 207, H. 4—6, 1929.) (Siehe hier die vollständige Literatur.)

XIV. Bokor: Mycococcus cytophagus n. sp. 1929. (Archiv f. Mikrobiologie Bd. I, H. 1, 1930. Berlin.)

XV. Die zusammenfassende Besprechung der Mikrolora der Alkaliböden siehe:

Telegdy—Kováts: Referat über Besprechung der Mikroflora der Alkaliböden. (Verhandlungen der Alkali-Subkommission der Internationalen Bodenkundlichen Gesellschaft. Budapest, Teil A. 1929.)

OLIGOKLASGESTEINE AUS DER BERGGEGEND VON SZARVASKŐ.

Von S. v. SZENTPÉTERY (aus Szeged).

(Mit 5 Textfiguren und 3 Tafeln.)

Vorgelegt der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in der Sitzung vom 14. April 1930.

Die Szarvaskőer Oligoklasgesteine bestehen grösstenteils aus Oligoklas-Feldspat. Ausser dem Feldspat besitzen sie kein wesentliches Mineral. Die Menge der femischen Bestandteile ist — die Randfazien ausgenommen — immer sehr gering; am beständigsten ist der Biotit, seltener der Amphibol und der Augit. Der Diallag kommt etwas häufiger vor, man kann aber immer nachweisen, dass er aus den durchgebrochenen gabbroidalen Gesteinen stammt. Die Menge des Eisenerzes ist oft bedeutend. Der Quarz ist sehr selten. Orthoklas habe ich in gar keinem Falle gefunden. Die laut der Analyse in ihnen enthaltene geringe Menge Kali gehört wahrscheinlich zum Oligoklas.

Vorkommensverhältnisse.

Im südlichen Teile des Bükkgebirges, in den Gegenden der Gemeinden Szarvaskő, Mónosbél und Bélapátfalva liegt ein beträchtliches mesozoisches (triadisches?) gabbroidales Gebiet, welches sozusagen eine unerschöpfliche Fundstätte der verschiedenen Gesteinsarten darstellt. Aus den petrologischen Verhältnissen folgt, dass dieser, hauptsächlich in NO—SW-licher Kluftlinie aufgebaute Zug sich im Grossen gleichzeitig bildete; grössere Zeitunterschiede

in der Bildung der einzelnen Gesteinsarten können wir nicht annehmen.[1]

Die Oligoklasgesteine stehen überall im engsten Zusammenhange mit der gabbroidalen Masse. Ihre Menge ist aber sehr untergeordnet, weshalb man sie geologisch vielleicht nicht wesentlich nennen kann, umso interessanter sind sie aber aus petrologischem Gesichtspunkte und eine besondere Wichtigkeit besitzen sie in petrogenetischer Hinsicht. Sie erscheinen teils in einzelnen Gängen, teils in Schlieren.

Wenn wir die Erscheinungsverhältnisse der Gänge untersuchen, so ergiebt sich, wie ich auch von sämtlichen hierortigen zahlreichen Gängen sagen kann, dass ihre Bildung nur teilweise nach der vollständigen Erstarrung der Magmaoberfläche erfolgen konnte. Ihre Grenzen sind nämlich gegen das Nebengestein sehr abwechselnd scharf und übergehen häufig auch in dasselbe. Besonders die mächtigen Gänge sind derart entwickelt. Die Mächtigkeit ist ebenfalls sehr verschieden. Es giebt darunter auch einen halben Meter mächtige, aber auch solche, die nur einige Millimeter dünn sind und die man kaum mehr Gänge nennen kann. Diese sehr häufigen dünnen Adern bestehen meist beinahe oder ganz nur aus Natronfeldspaten und werden fast immer von Prehnitadern und Gängen begleitet.

In diesen Gängen finden wir die aplitisch und pegmatitisch ausgebildeten Oligoklasgesteine mit allen möglichen Übergängen; manchmal unterscheiden sie sich nur durch die Korngrösse. Spärlich kommen auch granitoporphyrische Gänge vor.

Der wichtigste Fundort liegt O-lich von Szarvaskő, in dem mannigfaltigen *Aufschluss von Ujhatár-Tal.* Schon am Unterteil des Baches, zwischen der Siroker Grube und Tólápa sehen wir an vielen Orten dünne und kleine Äderchen, deren einzelne hauptsäch-

[1] Die geologischen, petrogenetischen und petrochemischen Verhältnisse der gabbroidalen Masse habe ich bereits in mehreren Abhandlungen besprochen: Jahresberichte d. k. ung. Geolog. Anstalt für 1917—1919, p. 75—88. Acta . . . Sectio Nat. Tom. I, p. 113—114. — Földt. Közl. Bd. LVI, p. 200—216 und Bd. LVIII, p. 216—222. Betreffs der einzelnen Details berufe ich mich auf jene Daten, die an den angegebenen Stellen angeführt sind.

lich aus Oligoklas bestehen. Etwas mächtigere Gänge erscheinen zuerst ober Tólápa in einer Entfernung von zirka 200 m im Hauptgraben, wo das Muttergestein Hypersthenamphibolgabbro ist. Spärlich finden wir aber solche sowohl in der Siroker Grube, als auch im oberen Teil der Tólápa. Ungefähr 400 m aufwärts von der Tólápa findet sich ein wahrhaftiger Gangschwarm, in welchem Oligoklasaplite-Pegmatite, Albitgranitaplite-Pegmatite, Gabbrodioritaplite, Gabbropegmatite und Aplite in solcher Mannigfaltigkeit vorkommen, dass man sie kaum folgen kann; stellenweise finden sich mächtige Prehnitadern. Das Nebengestein ist Hypersthendiallaggabbro, der hier ebenso zersetzt ist, wie in der Gegend des Gangnetzes beim Eingang des Határlápa. Solche Gänge sind etwas weiter oben im Amphibolpyroxengabbro, noch weiter oben im Gabbropyroxenit ebenfalls häufig. Weiter N-lich, in der Gegend des von Magasverő ablaufenden Ikerlápa befindet sich ebenfalls eine breite Gangzone, sowie auch unter dem Gratweg, nahe zum Ursprung des Baches. In der Gegend von Ikerlápa und etwas weiter oben, kann man unter glücklichen Umständen die typischesten und frischesten Oligoklasaplite sammeln.

SO-lich von Szarvaskő, im Vorraume des *Peridotitrandes von Vaskapu*, sowie auch in *Majorlápa* kommen auch im Gabbroperidotit sehr spärlich Plagiaplitgänge mit Prehnit zusammen vor, meist aber in sehr zersetztem Zustande.

Es scheint ein wichtiger Umstand zu sein, dass, während die grossen Diabasgänge der Gegend und auch der ganze Eruptivzug eine NO—SW-liche Richtung besitzen, die erwähnten leukokraten Gänge diese Hauptrichtung schiefwinkelig durchkreuzen. Häufig bilden sie ein wahrhaftiges Netz. Prehnit- und Calcitadern durchquären auch diese Gänge in allen Richtungen.

Das Auftreten dieser Gänge ist also ganz normal. Infolge der Auskühlung der oberflächlichen Teile der Hauptmasse entstanden Klüfte, die ganz unregelmässig verliefen. In diese Spalten war der sauere Magmarest eingedrungen und zwar das Material einzelner mächtigeren Gänge noch in jener Phase der Erstarrung, als es sich noch mit dem plastischen Material des Nebengesteins mischen konnte. Deshalb ist die Grenze so unregelmässig. Die dünneren Gänge sind etwas später entstanden; das Nebengestein war schon

fast oder teilweise ganz starr. Basische, melanokrate Gänge kommen nur sehr selten vor.

Interessante Gänge finden wir auch in den grossen Steinbrüchen längs des Egerbaches (Szarvaskőer Haupttal). Südlich von Mónosbél, im *Bergwerke «Agrár»*, welches der Mündung des Bocsibaches gegenüberliegt, hatte ich solche zuerst (1917) nachgewiesen; daselbst treten im Ophitdiabas und Gabbrodiabas bis 12 cm mächtige Oligoklasaplitgänge auf. Die Richtung dieser Gänge ist ganz unregelmässig. Es ist möglich, dass auch die zuerst entstandenen Klüfte sich in Richtung und Mächtigkeit veränderten; sie konnten auch mehrfach gekrümmt sein; sicher ist es aber, dass die Gänge nachträglich starke Deformationen erlitten, dafür sprechen die sehr gut sichtbaren Verwerfungen. Aber auch sonst ist die Richtungsänderung sehr launenhaft; an manchen Stellen keilen sie sich aus und bald treten sie nach einer kürzeren oder längeren Strecke wieder hervor. Selbst die Fläche der Ganglamellen ist oft gebogen.

Die Zusammensetzung der Gänge ist ebenfalls sehr mannigfaltig. An manchen Stellen bestehen sie fast vollständig aus Feldspat, an anderen Stellen kommt auch Amphibol und Biotit in abwechselnden Mengen hinzu. Die Rolle des Eisenerzes ist verschieden. An manchen Stellen ist es nur in Spuren nachzuweisen, an anderen hingegen häuft es sich sehr an. Aber auch die Korngrösse, ja sogar die Textur verändert sich manchmal in ein und demselben Gange; bald ist sie pegmatitisch, bald sehr fein aplitisch, oder sie neigt sich ins porphyrische.

Abgesehen von den spärlichen Vorkommen, verdient unsere grösste Aufmerksamkeit der *«Forgalmi»-Steinbruch*, O-lich von Szarvaskő, am unteren Teile des Tóbérc-Berges. Der vor einigen Jahren mächtig betriebene Steinbruch zeigt sehr mannigfaltige Verhältnisse, da er auf jenem Teile der eruptiven Masse liegt, wo die magmatische Spaltung in Gabbro und Gabbrodiorit bereits im Laufe gewesen ist, aber infolge der Erstarrung nicht beendet wurde. Dies kann teilweise die Ursache davon sein, dass die durch die Differentiation hervorgerufene Formen so unregelmässig sind. Nur selten kann man sie z. B. schlierig, gangartig usw. nennen. Aber in dieser Unregelmässigkeit spielen sowohl die nachträgliche Zerklüftung, als auch die häufig glänzende Oberflächen hervorbrin-

gende Verwerfungen eine grosse Rolle. In der senkrechten Wand des Steinbruches erscheinen die sehr verschiedenen pegmatitische und granitoporphyrische Gesteine enthaltenden Schliergänge, ferner die dünnen, verschiedene aplitische Gesteine enthaltenden eigentlichen Gänge in einem chaotischen Durcheinander. Die leukokraten Ausschwitzungen, Schliere und Schlierengänge erscheinen im dünkler gefärbten Nebengestein meist als unregelmässige, hellere grosse Puzten oder als in die Länge gezogene, hie und da spitzig werdende Nester. Der Übergang in das Nebengestein ist aber an den meisten Stellen nachweisbar.

Der grösste Teil der Konstitutionsschliere ist gabbrodioritisch, unter den Schlierengängen und eigentlichen Gängen herrschen die dioritischen vor, doch findet man auch echte gabbroidale (Gabbropegmatit, Gabbroaplit, Gabbroporphyrit) Gänge. In untergeordneter Menge erscheinen auch Oligoklasgesteine und zwar sowohl in aplitischer, als auch in pegmatitischer und sehr selten in gleichmässig grosskörniger Ausbildung.

Von der grossen Mannigfaltigkeit können wir ein Bild erhalten, wenn wir Gelegenheit haben, die schnell vorwärts gehenden Steinbruchsarbeiten dauernd zu beobachten. In dieser Lage bin ich im Jahre 1929 gewesen. Unter anderen verfolgte ich aufmerksam einen 1—2 dm mächtigen Plagiaplitgang auf der östlichen Seite des Steinbruches. Der mittlere verzweigte Teil dieses sich teilweise in Gabbro, teilweise in Gabbrodiorit hinziehenden, mehrfach verworfenen Ganges von verschiedener Mächtigkeit ist stark verquarzt; nahe zum Boden des Steinbruches wurde der Gang durch Quarzadern, ganz oben aber durch Calcitadern und Nester begleitet. Stellenweise keilte sich der Gang auf eine kurze Strecke aus, einige Meter weiter kam er wieder zum Vorschein. Unweit fand sich ein granathältiger Gabbrodioritpegmatitgang, neben welchem ein viel Granat enthaltender Plagiaplitgang beobachtet wurde. Die in der Wand des Steinbruchs vereinzelt auftretenden schlierartigen, aber unregelmässigen helleren Gebilde sind manchmal durch dünne Gangäste verbunden. Besonders bei den hysterogenetischen Schlieren beobachten wir solche Erscheinungen.

Eine ziemlich regelmässige schlierartige Oligoklasgesteinausscheidung habe ich im Jahre 1926 in der NNO-lichen Wand des

Agrársteinbruches wahrgenommen. Der oberste Teil dieses Schliers bestand aus dünnen Plagiaplitgängen, die weiter unten sich zur schlierartigen Gebilden vereinigten. Das Material dieses Schliers war nicht mehr Aplit, sondern ein ziemlich gleichmässig grosskörnigere Plagioklasit, in dem der vorherrschende Feldspat Andesinoligoklas und Andesin ist. Zu dieser Zeit und auch bedeutend früher, im Jahre 1917 und 1922 habe ich im Gabbrodiabase des Agrársteinbruches auch solche Gänge, richtiger Injektionsschliere (Schlierengänge) mit etwas verwaschenen Grenzlinien gefunden, deren Gestein aus granitoporphyrischem Oligoklasit bestand.[1]

Eine solche schlierige Ausbildung kann man in dem verhältnismässig stark bedeckten *Ujhatárvölgy* auf Grund der sich immer verändernden Gabbroarten an den meisten Stellen nur vermuten, aber selten wirklich wahrnehmen. In einigen Fällen hatte ich in solcher Ausbildung auch Plagioklasgesteine gefunden, z. B. Oligoklasit in schlierigen Ausbildung am Abhange der Határlápa in Gabbro, bei der Öffnung der Cseresznyefalápa ebenfalls in Gabbro, etwas weiter oben in Gabbropyroxenit und endlich zirka 80 m höher im Gabbrodiorit. Daselbst kommt auch ein basischeres anorthositisches Gestein vor, mit vorherrschendem Andesin. Die häufigen Ufereinstürze, die Holzabfälle erschweren die Untersuchung und das Sammeln in diesem engen Graben.

Petrographische Beschreibung.

Äussere Form und Struktur. Grösse, Form und Verwebungsart der Feldspatkristalle bestimmen die Struktur der Oligoklasgesteine. Die femischen Bestandteile kommen kaum in Betracht. Die normalen Oligoklasgesteine besitzen im allgemeinen graulichweisse oder lichtgraue Farbe.

Die körnigen Arten: die Oligoklasite, besitzen durchschnittlich eine Korngrösse von 2—4 mm. Sie enthalten in der Nähe der Kontakte reichlichere farbige Bestandteile, deshalb wird die

[1] In meinem vorigen Berichte hatte ich denselben unter dem Namen Dioritporphyrit besprochen. K. Ung. Geol. Inst. Jahresberichte f. 1917, p. 83 und Földtani Közlöny LVI, p. 214—215.

hellere Farbe gegen den Schlierrand zu immer dunkler. Der Übergang in das Nebengestein erfolgt in den Schlieren und Schlierengängen oft stufenweise. Der Feldspat ist gewöhnlich in der Richtung der Kristallachse *a* etwas gestreckt, die darauf senkrechte Schnitte sind beinahe isometrisch. Die Oligoklasite gehen an mehreren Stellen in basischere Plagioklasite über. Die Farbe dieser Glieder ist bedeutend dunkler; mit dem Steigen der Basizität steigt auch die Korngrösse.

Die Korngrösse der Oligoklaspegmatite erreicht 15 mm, verändert sich aber binnen weiten Grenzen. Die Form der Feldspate ist ebenfalls mannigfaltig. Es kommen solche längliche Prismen vor, die sich der automorphen Ausbildung nähern, aber es gibt auch ganz xenomorphe Körner. Allgemein charakteristisch ist die drusige Struktur. Die Drusen werden manchmal mit Limonit oder schwärzlich-grünem Chlorit, seltener mit Calcit fein überzogen oder sogar ganz ausgefüllt. Die Pegmatite erscheinen immer in Gängen, deren Grenzlinien unscharf sind, und in Schlieren.

Die verschieden mächtigen Gänge der Oligoklasaplite besitzen fast immer scharfe Grenzlinien. Dünne Gänge sind manchmal gröber körnig (mit 1 mm Korngrösse), während mächtige Gänge feinkörniger, mit einer Korngrösse von 0·3 mm (z. B. der erwähnte mächtige Gang im Forgalmi-Steinbruch). In vielen Fällen sind sie drusig, die ausgefüllten Poren sind aber oft so klein, dass sie selbst mit der Lupe nur selten sichtbar werden. Die Aplite sind im allgemeinen die hellsten Oligoklasgesteine, nur der erwähnte granathältige Aplit des Forgalmisteinbruchs ist vom reichlichen Granat blassrosa.

In diese sehr einheitliche leukokrate Gruppe kann jener granitoporphyrischer Oligoklasit, der im Agrársteinbruche einen durchschnittlich 50 cm mächtigen Schliergang bildet, nur nebenbei eingereiht werden. Er besteht wesentlich aus leistenförmigen, oft 8 mm grossen Feldspatkristallen, zwischen denen die dunkle, kleinkörnige Grundmasse sehr untergeordnet ist. Dieses Gestein geht abwärts in einen solchen grobkörnigen Andesinoligoklasit über, dessen Gewebe charakteristisch *diabasisch* ist. Eine ebensolche divergent-lamellige Struktur besitzt im Agrársteinbruche auch jener Andesinoligoklasit-Schlier, von

welchem ich erwähnte, dass er nach oben zu in aplitische Gänge übergeht.

Die *mikroskopische Struktur* entspricht dem Obigen. Die Oligoklasite sind *panallotriomorph-körnig*. Im allgemeinen sind sie den mit ihnen gemeinsam vorkommenden Gabbrogesteine ähnlich, nur spielt hier das femische Mineral eine unwesentliche Rolle. Die einzelnen, gewöhnlich isometrischen, seltener länglichen Feldspatkristalle berühren sich mit sehr unregelmässigen Oberflächen. Die *kataklastische* Struktur ist bei diesen Tiefentypen nicht allgemein. Der oben erwähnte Andesinit von Cseresznyefalápa zeigt eine mehr diabasische Textur.

Die Struktur der Oligoklasaplite ist *miarolithisch*, aber häufig der des Oligoklasites ähnlich, nur die isometrische Ausbildung ist allgemeiner, die Kataklase ist eine weitverbreitete Erscheinung. Die Struktur des granathältigen Aplites ist *ozellar*, die Kataklase minimal.

In den Pegmatiten ist die Kataklase wahrhaft spärlich. Die Form des Feldspates ist mannigfaltig, im allgemeinen xenomorph. Die in die Drusen eindringenden Kristallenden sind automorph, in der Richtung der Drusen gestreckt; diese dünnen, langen Feldspatprismen durchgreifen oft die ganze Druse. Häufig kommen feine Verwebungen vor, die man meist als *perthitische* Verwachsungen identifizieren kann; man kann aber auch typische *pegmatitische Verwachsungen* beobachten. Der Feldspat verwebt sich auch mit den die Drusen teilweise oder ganz ausfüllenden Quarz oder Calcitkristallen.

In den granitoporphyrischen Oligoklasiten besteht das kleinkörnige Grundgewebe vorherrschend aus Feldspat, untergeordnet aus femischen Mineralien. Die porphyrischen, resp. grossen Feldspatlamellen sind niemals ganz automorph, sie sind oft sogar gegen die Feldspate der Grundmasse xenomorph. Es besteht kaum ein Zeitunterschied in der Bildung, höchstens kann man annehmen, dass die Ausscheidung der grossen Kristalle früher begonnen hat. Im Grundgewebe ist die pegmatitische Verwachsung der einzelnen Mineralien häufig.

In den mächtigen Gangen, lokal auch in den Schlieren und Ausschwitzungen, haben sich speziale Strukturen ausgebildet. Es

kommt z. B. vor, dass einzelne breite Feldspatlamellen strahlig, manchmal sogar *radialstrahlig* miteinander verwachsen sind. In solchen Fällen bildet den Mittelpunkt ein kleineres Feldspatkriställchen. Bei der isometrisch-körnigen Ausbildung kommt manchmal auch der Fall vor, dass sich um ein grösseres Feldspatkristall kleinere Feldspatkörnchen in *kugelschaliger* Form lagern.

Mineralische Zusammensetzung. In den normalen Oligoklasgesteinen treffen wir jeden Übergang vom reinen Albit bis zum Oligoklasandesin (Ab_{100}—Ab_{64}), während in den basischeren Varietäten auch reiner Andesin vorkommt. In den Vorigen herrscht beinahe überall der *Oligoklas* vor und nur hie und da vertritt ihn der *Oligoklasalbit*. In den basischeren Typen spielt auch der *Andesinoligoklas* eine wichtige Rolle. Im Gebirgszuge sind aber auch solche Feldspatgesteine, in denen der Andesin, ja auch solche, in denen der Labrador vorherrscht. Von diesen wird aber jetzt nicht die Rede sein.

Die Form des Feldspates ist überall xenomorph, höchstens nähert er sich manchmal der automorphen Gestalt. Die allgemeine Ausbildungsform ist wechselvoll, bald ein Körnchen, bald eine Lamelle, bald ein Leistchen, je nach dem Ausbildungsstadium des Gesteines.

Die Zwillingsbildung ist nicht allgemein; besonders in den keine dynamischen Wirkungen zeigenden Gesteinen kommen einfache, nicht zwillingsgestreifte Kristalle vor, während in den kataklastischen Gesteinen beinahe jedes Korn vielfach verzwillingt ist. In den Vorigen kommt der Karlsbader und der aus wenigen Individuen bestehende Albitzwilling vor, während in den Letzteren die aus vielen und feinen Zwillingsleisten bestehenden Albit- und Periklinzwillinge vorherrschen. Diese dünnen Zwillingsleistchen durchziehen häufig nicht das ganze Kristall, sondern sind nur auf der einen Seite sichtbar, während der andere Teil des Kristalles entweder einheitlich, oder nach anderen Gesetzen verzwillingt ist. Oft zeigt die Struktur ein solches Bild, als ob diese Zwillingsbildungen infolge dynamischer Wirkungen entstanden wären. Neben der drei erwähnten Zwillingen kommt noch das Bavenoer und sehr selten auch das Manebacher Gesetz vor. Nun gibt es auch andere Zwillinge: In mehreren Fällen habe ich polysynthetische Zwillings-

bildung nach der Querfläche (1 0 0), ferner nach einer Domafläche (0 1 1?) gefunden, und einen, dessen Zwillingsebene sowohl auf die Bavenoer Zwillingsebene, als auch auf die Längsfläche (0 1 0) schief steht.

Die Anzahl der übrigen Verwachsungen ist ebenfalls sehr gross. In den porphyrischen Arten kommen unorientierte kreuzförmige oder schiefkreuzförmige *Verwachsungen* vor, deren Schiefe sich aber fortwährend verändert, so, dass man kaum zwei gleichgestaltete finden kann. Bei solchen Verwachsungen ist die Berührungsfläche gewöhnlich an allen drei oder vier sich berührenden Individuen unregelmässig. Es kommt aber auch die kreuzförmige oder schiefkreuzförmige *Durchwachsung* vor, bei welcher die Verwachsungsfläche häufig gerade ist. In den porphyrischen Arten ist jener Fall häufig, dass einzelne Feldspatkristalle ineinander wachsen: der Körper einzelner kleinerer Kristalle wächst aus dem mittleren Teile grösserer Kristalle automorph aus, aber aus diesem herausgewachsen wird er einem andern Feldspat gegenüber xenomorph. Unter den einander perthitisch durchwebenden Feldspaten ist meist einer vorherrschend und dieser Grundfeldspat ist gewöhnlich Oligoklas, die übrigen Feldspate sind aber entweder ebenfalls Oligooklas, oder sie gehören in die Albitreihe. Die *zonare Struktur* ist sehr selten und auch dann sehr schwach ausgeprägt. Die Zonen (höchstens 3) sind fast gleich beschaffen; nur in einzelnen Fällen wird die Grenze schärfer, da der innere Teil nur wenig oder überhaupt nicht, während der äussere Teil dicht zwillingsgestreift ist.

Die Feldspate verraten jedes Zeichen der dynamischen Wirkungen. Besonders die Feldspate der dünneren Gänge haben sehr viel gelitten. Mit dem Wachsen der Pressung verbogen sich die Zwillingsstreifen, es entstanden neue Zwillingsrichtungen, endlich sind sie in Teile bizarrer Formen zerfallen. Die Zerstückelung hat an den Berührungsflächen der Kristalle begonnen und breitete sich in einzelnen bestimmten Richtungen aus. Das ganze Material mancher Gänge wurde zermalmt. Das entstandene Gebrösel ist manchmal sehr fein. Der kataklastische Charakter lässt an manchen Stellen auf Pressung, an anderen auf Reibung schliessen. Längs der reibungsbrecciösen Linien erscheinen oft auch Prehnitadern.

Es ist eine auffallende Erscheinung, dass die chemische Um-

wandlung der Feldspate auch in den zusammengepressten Gesteinen, ja sogar in den Quetschzonen gering, manchmal geradezu minimal ist. Die Prehnitadern laufen in mehreren Fällen zwischen ziemlich frischen Feldspatschwärmen, ein Zeichen, dass die Prehnitsubstanz nicht aus diesen Feldspaten stammt. Es gibt aber auch solche Prehnitadern, in deren unmittelbaren Nähe die Feldspate tatsächlich zersetzt sind, aber einige Zehntel mm von den Adern entfernt sind sie wieder frisch. Bei beginnender Zersetzung werden die wasserklaren Kristalle trüb und es entstehen einzelne kleine dunklere Flecken, die sich manchmal in Reihen ordnen. Es bedeutet schon eine höhere Stufe der Zersetzung, falls in diesen Fleckchen sich einzelne winzige Punkte und unregelmässige Teilchen absondern, welche den in den Feldspaten häufig vorkommenden Farbstoffen ähnlich sind, deren Verteilung aber ganz ungleichmässig ist. Man kann sie am ehesten für tonige Ausscheidungen halten. In einigen Apliten und auch in Pegmatiten kann man eine schwache Glimmerisierung und Kaolinbildung beobachten: mit den erwähnten tonigen Teilen zusammen erscheint auch Serizit und Kaolinit. Vollständig glimmerisierte Kristalle habe ich nicht beobachtet. Auch in den pyrithältigen Gesteinen ist die Zersetzung der Feldspate nicht weit verbreitet (Cseresznyefalápa, Agrársteinbruch).

Der *Quarz* ist sehr spährlich und teils ein Infiltrationsprodukt, teilweise kann er aber, schon auf Grund seiner Verwachsung mit den übrigen Mineralien, auch als primär betrachtet werden. Die Form ist immer xenomorph; den grössten Kristall (0·8 mm) habe ich in einem Pegmatit (Forgalmi-Steinbruch) gefunden, woselbst er in einer Druse sich automorph ausgebildet hatte, im Gestein war er mit Feldspat pegmatitisch verwoben. An den meisten Stellen bildet er aber Zwischenräume ausfüllende sehr kleine Körnchen.

Die immer spärlichen farbigen Bestandteile sind stellenweise umgewandelt, so dass wir in solchen Gesteinen nur auf Grund der sich hie und da zeigenden geringen Umwandlungsprodukten auf femische Gemengteile schliessen können. In den basischeren Typen sind sie reichlicher, aber auch in diesen unwesentlich.

Der braune *Biotit* wurde am frischesten als Einschluss des

Quarzes und des Feldspates erhalten; die mit dem Ilmenit zusammenwobenen Lamellen sind stellenweise auch vollständig frisch. Der Pleochroïsmus: n_g und n_m dunkler oder heller, lebhaft rostbraun, manchmal mit einer kräftigeren roten Schattierung, n_p sehr blassgelb, manchmal beinahe farblos. Die optischen Achsen öffnen sich manchmal auf max. 10°, aber zwischen der Absorption des n_g und n_m ist kein Unterschied. Bei der Zersetzung wird er zuerst grünlichbraun, dann grün, die Doppelbrechung wird schwächer und zuletzt wandelt sich das Mineral in lebhaft pleochroitischen Pennin, der verworrene lamellige Aggregate bildet. Die Umwandlung ist oft nur eine teilweise.

Wie der Diallag, so sind auch Amphibol und Augit in mehreren Fällen fremde Einschlüsse. In dem stellenweise porphyrischen Plagioklasit des Agrársteinbruches, so wie im ähnlichen basischeren Gestein vom Újhatártal kommt aber der *braune Amphibol* unter solchen Umständen vor, dass wir ihn als zum Gestein gehörig betrachten müssen. Derselbe bildet immer xenomorphe kleinere Kristalle, die die normalen optischen Eigenschaften (n_g: dunkelbraun, n_m: lichter braun, n_p: sehr blass bräunlichgelb, $n_g : c = 8°$ etc.) zeigen. Im Grundgewebe des Plagioklasits des Agrársteinbruches kommt auch sehr hellgefärbter *Augit* vor, meist mit Amphibol, selten mit Quarz verwachsen.

Im Aplit und im Pegmatit ist immer *Turmalin* vorhanden. Seine teilweise automorphen, manchmal 2 mm grossen Kristalle (ω: dunkelbraun, braun, ε: lichtbraun, manchmal blass gelblichbraun) besitzen in den meisten Fällen eine zonare Ausbildung. Gewöhnlich kommen zwei Zonen vor, von den entweder die innere oder die äussere tiefer gefärbt ist. Die ε-Absorption ist häufig in beiden Zonen ganz gleich. *Fluorit* ist sehr selten, seine winzigen Körner habe ich in miarolithischen Räumen und in der Umgebung derselben gefunden.

Der beständigste akzessorische Bestandteil ist das Eisenerz, und zwar meist *Titanomagnetit*, *Ilmenit*, seltener *Magnetit*. Die Form des Titanomagnetits ist dieselbe, wie die des Magnetits, von dem der vorige sich nur durch den beständigen Titanitkranz unterscheidet. Ein rein in *Limonit* oder *Hämatit* zersetztes Eisenerz ist sehr selten. Die breiten, aber gewöhnlich dünnen Lamellen des

Ilmenits charakterisiert ein trübes Leukoxen (Titanomorphit)-Gebilde. Der ebenfalls ständige *Titanit* stammt aus den Eisenerzen; derselbe bildet nicht immer ein einheitliches Korn, sondern oft nur ein Haufen von strahligen Körnchen und Lamellen. Es kommen aber auch, besonders in den Pegmatiten, bis 0·8 mm grosse einheitliche Körner vor. Sie enthalten beinahe immer winzige Eisenerzrelikte. Die meisten Körner sind farblos, an manchen Stellen (Cseresznyefalápa), hauptsächlich in den grösseren Kristallen ist die Farbe des n_g gelblichbraun; n_m und n_p sind aber farblos.

Jedes Oligoklasgestein enthält *Zirkon*, besonders reichlich die Pegmatite und die hysterogenetischen Schlieren; die automorphen Kristalle erreichen ausnahmsweise eine Grösse bis 0·7 mm; gewöhnlich sind sie aber sehr klein. Habitus der Kristalle verschieden: gedrungene oder isometrische Körner, es gibt aber auch langgestreckte, manchmal sehr dünne Prismen. Unter den mächtigeren gibt es auch hohle. Einige sind schwach zonar. Um den in Biotit und Chlorit eingeschlossenen Zirkon zeigt sich häufig ein pleochroitischer Hof. Der *Apatit* kommt in grösserer Menge hauptsächlich in den Pegmatiten vor; die oft sehr langen Prismen (bis 0·6 mm) sind manchmal sogar nadelförmig. Die mächtigeren Prismen zeigen oft einen zentralen Kanal. So wie der Zirkon, so ist auch der Apatit häufig zerstückelt. *Rutil* kommt nur im Biotit und in dem daraus stammenden Chlorit in kleinen nadelförmigen Kristallen und Aggregaten vor.

In einigen Pegmatiten spielt auch der *Calcit* eine Rolle und zwar unter solchen Verhältnissen, dass wir ihn für ein primäres Mineral halten müssen. Seine wasserklaren, sehr fein und dicht zwillingsgestreiften Kristalle sind mit dem Quarz, sowie auch mit dem Feldspat pegmatitisch verwachsen. Den Drusenraum füllt oft sein einziges reines Kristall aus, welches am Drusenrand manchmal auch mit den anderen Mineralien sich verwebt. Der *Pyrit* kommt in erwähnenswerter Menge im granitoporphyrischen Oligoklasit der Agrársteinbruches vor, doch fanden sich einige Körner auch in einem Pegmatit von Cseresznyefalápa; die kleinen Kristalle, Aggregate und dünnen schnurförmigen Gebilde begannen oft sich zu limonitisieren. Der *Prehnit* ist, wie bereits erwähnt, in diesen Gesteinen eine fremde Substanz. Er entstand wahrscheinlich aus

der Zersetzung der Gabbrogesteine und gelangte erst nachträglich in die Spalten der Oligoklasgesteine. In den Prehnitadern finden wir öfter auch frische Oligoklasfragmente, also es wandelten nicht einmal diese abgesonderte Teile um. Häufig vereint sich der Prehnit mit Quarz, so dass der Quarz die Kittsubstanz der verschieden geformten Kristallgruppen bildet. Die Prehnitlamellen lagern sich oft strahlig und bilden auch radialstrahlige Gruppen. In einer Druse habe ich auch Zeolithlamellen gefunden, deren optischen Eigenschaften auf *Desmin* weisen.

Auch im Forgalmisteinbruch ist der *Granat* nur ein lokales Mineral. Er bildet automorphe, durchschnittlich 0·5 mm grosse rosafarbene Kristalle, die nur selten rein, meist mit Einschlüssen vollfüllt sind. Die Einschlüsse bestehen aus Apatit, aus einem glimmerartigen Mineral (Serizit), Magnetit oder Titanmagnetit; selten sind auch grosse Körner von Titanit vorhanden. Stellenweise enthalten sie noch Chlorit, wenig Calcit, sehr spärlich Rutil. Ebenfalls als Rutil können wir jene ungemein feine, scheinbar opake Nadeln bezeichnen, die in manchen Granaten ein wahrhaftes Netz bilden. Biotit fand ich nur einmal im Granat. Die Einschlüsse sind manchmal zonar gelagert. In einzelnen hohlen Kristallen kann man auch Feldspat und Quarz erkennen. Um den Chlorit ist die Granatsubstanz gewöhnlich trüb und einzelne ganz unregelmässige Granatkörnchen sind von grösseren Chlorithaufen umgeben; diese Ausbildungsweise zeigt auf Zersetzung. Längs der Sprünge zieht sich der Chlorit auch in das Innere der Kristalle.

Die Zusammensetzung des granathältigen Aplits weicht vom normalen Typus ab: neben dem Oligoklasandesin und dem Oligoklas spielt in diesem Falle auch der Quarz eine Rolle; letzterer enthält immer viele Flüssigkeitseinschlüsse, manchmal mit einer sich lebhaft bewegenden Libelle. Ausser den auch Biotit in sich schliessenden Chlorithaufen enthält das Gestein auch unreine tonige, sehr feinkörnige Calcitaggregate, die vielleicht Relikte der ursprünglichen Granatsubstanz sind. In der Nähe dieses Aplites habe ich im Gabbrodiorit auch grössere tonige Kalkstein- und kalkige Toneinschlüsse gefunden.

In Verbindung mit der mineralischen Zusammensetzung kann ich auch erwähnen, dass *jene basischeren Plagioklasgesteine, in*

welche die normalen Oligoklasgesteine übergehen, sich schon stark dem gabbrodioritischen oder dem gabbroidalen Charakter nähern, und zwar infolge der Anhäufung des femischen Minerals; sie sind also nur selten typische Feldspatgesteine. Den normalen Oligoklasgesteinstypen ähnliche reine Andesinfelsen konnte ich bisher im Zuge nur spärlich auffinden; ganz reine Labradorfelsen fand ich aber überhaupt nicht.

Petrochemische Angaben.

Fünf Analysen der normalen Oligoklasgesteinen stehen mir zur Verfügung: zwei der körnigen Oligoklasiten, zwei der Apliten und eine Pegmatitanalyse. Ich füge noch bei die quantitative Analyse des einen granitoporphyrischen Oligoklasites, ferner diejenige eines basischeren Plagioklasites vom Újhatártal. Betrachten wir zuerst die normalen Oligoklasgesteine:

1. *Oligoklasit*, Újhatártal, Seite von Határlápa. Graulichweisses Gestein mit mittelgrossen (3—4 mm) Körnern, in dem der Oligoklas und Oligoklasalbit vorherrschend, der Titanmagnetit, Biotit, Quarz, Titanit, Apatit, Rutil und Zirkon sehr untergeordnet sind. Spezifisches Gewicht 2·642. Analysiert von Ing. chem. E. Polner, 1929.

2. *Oligoklasit*, Tóbérc, Forgalmisteinbruch. Dunklergraueres Gestein als das Vorige, mit einer bis 5 mm erreichenden Korngrösse; vorherrschend ist der Oligoklas, neben welchem auch Oligoklasalbit und Oligoklasandesin vorkommt. Der grösstenteils chloritisierte Amphibol ist minimal. Unter den akzessorischen Bestandteilen findet man ziemlich viel Titanmagnetit und Ilmenit; übrige Gemengteile wie im Vorigen. Spez. Gew.: 2·658. Analys. v. E. Polner 1929.

3. *Oligoklasaplit*, Forgalmisteinbruch, Hauptgang, O-Seite. Weisses dichtes Gestein mit einer durchschn. Korngrösse von 0·3 mm. Oligoklasalbit und Oligoklas herrschen vor, aber es enthält auch reinen Albit. Nebensächlich enthält das Gestein Chlorit (Biotit), Titanmagnetit, Titanit, Turmalin, Zirkon. Spez. Gew. 2·630. Analysiert v. E. Polner 1930.

4. *Oligoklasaplit*, Újhatárvölgy, unter Magasverő, Ikerlápa. Grau gefärbt und feinkörnig, mit einer durchschn. Korngrösse von 0·5 mm. Mineralogische Zusammensetzung der des Vorigen

identisch, nur enthält das Gestein keinen reinen Albit, hingegen sehr wenig Quarz und einige Fluoritkörner. Spez. Gew. 2·640. Analysiert v. Dr. K. Emszt, k. ung. Obergeolog, 1926.

5. *Oligoklaspegmatit*, Újhatártal, oberhalb Cseresznyefalápa. Ein grobkörniges drusiges Gestein, dessen Korngrösse 15 mm erreicht. Oligoklasalbit herrscht vor, aber das Gestein enthält auch genügend Oligoklas und Albit, verhältnismässig viel Titanmagnetit, Magnetit, Titanit, Limonit, Apatit und sehr wenig Biotit (Chlorit), Turmalin, Rutil, Zirkon, Fluorit. Spez. Gew. 2·649. Analys. v. K. Emszt 1926.

Originalanalysen:

	Oligoklasite		Oligoklasaplite		Pegmatit
	1.	2.	3.	4.	5.
SiO_2	63·55	59·45	65·20	64·70	58·66
TiO_2	0·84	1·34	0·44	0·21	0·90
Al_2O_3	18·46	19·61	19·36	19·08	19·79
Fe_2O_3	1·69	2·11	0·26	1·51	2·50
FeO	2·28	3·45	0·77	0·52	4·39
MnO	0·14	Spur	—	—	0·11
MgO	0·52	1·12	0·55	0·30	0·95
CaO	3·15	2·73	3·57	5·13	1·08
Na_2O	8·05	8·11	8·76	8·16	9·12
K_2O	0·42	0·75	0·30	0·33	0·30
P_2O_5	0·05	0·34	Spur	—	0·37
$+H_2O$	0·80	1·19	0·73	0·44	1·65
$-H_2O$	0·18	0·18	0·14	—	0·29
Summe:	100·13	100·38	100·08	100·38	100·11

Molekularprozente:

	1.	2.	3.	4.	5.
SiO_2	70·27	66·40	71·59	70·56	66·40
TiO_2	0·55	1·12	0·36	0·17	0·76
Al_2O_3	11·98	12·89	12·51	12·24	13·16
FeO	3·64	4·98	0·92	1·71	6·36
MgO	0·86	1·88	0·90	0·49	1·61
CaO	3·72	3·27	4·20	5·99	1·32
Na_2O	8·59	8·77	9·31	8·61	10·00
K_2O	·36	0·54	0·21	0·23	0·22
P_2O_5	·03	0·15	—	—	0·17
Summe:	100·00	100·00	100·00	100·00	100·00

Neutrale Gesteine. Der Kieselsäuregehalt schwankt trotz der variablen Ausbildung nur zwischen kleinen Grenzen. Charakteristische Züge der chemischen Zusammensetzung sind: das beständige Vorhandensein der Titansäure und ihre oft verhältnismässig grosse Menge, die sehr grosse Menge des Na_2O und die sehr geringe Menge des K_2O, die beträchtliche Rolle des CaO und — die Aplite ausgenommen — der Eisenoxyde. Das Extrem vertritt der Oligoklaspegmatit, und zwar wegen seines sehr grossen *Na*-Oxyd-, grossen Eisenoxyd- und kleinen Kalkoxydgehalt. Diese Züge treten noch besser hervor, wenn wir die Molekularprozente miteinander vergleichen:

	Basen : SiO_2	CaO : *Alk*	CaO : Na_2O	K_2O : Na_2O	*Alk* : Al_2O_3	Na_2O : Al_2O_3
1. Oligoklasit	1 : 2·4	1 : 2·4	1 : 2·3	1 : 23	1 : 1·34	1 : 1·39
2. Oligoklasit	1 : 2	1 : 2·8	1 : 2·7	1 : 16	1 : 1·41	1 : 1·45
3. Olig. aplit	1 : 2·5	1 : 2·3	1 : 2·3	1 : 44	1 : 1·31	1 : 1·34
4. Olig. aplit	1 : 2·4	1 : 1·5	1 : 1·5	1 : 37	1 : 1·38	1 : 1·42
5. Olig. pegmati	1 : 2	1 : 7·7	1 : 7·5	1 : 45	1 : 1·28	1 : 1·31

Aus der Reihe sondert sich nur der Oligoklaspegmatit ab und zwar infolge des geringen Kalkoxydgehaltes; die übrigen Werte stimmen gut überein. Wichtig ist es somit 1. *dass die Menge der Kieselsäure 2—2·5-mal so gross ist, als die Summe der Basen;* das entspricht dem Charakter der an feldspatreichen neutralen Gesteinen; 2. *die Menge des Na_2O übertrifft vielfach diejenige des K_2O;* 3. *der grösste Teil der Tonerde wird zur Sättigung des Na_2O verbraucht,* das einesteils aus den Verhältnissen des CaO : $(Na, K)_2O$ und CaO : Na_2O ersichtlich wird. Die beiden letzteren Werte weichen bei den einzelnen Typen kaum voneinander ab; das Maximum der Abweichung beträgt 0·5, es kommt also kaum in Betracht. Hieraus ist auch ersichtlich, dass *die Menge der Alkalien, resp. des Na_2O durchschnittlich 2·5-mal grösser ist, als die des Kalkoxydes; letzterer wird hier grösstenteils zur Bildung der Anorthitmoleküle verbraucht.* Eine Ausnahme bildet der Oligoklaspegmatit, in dem weniger CaO_2 und der basischere (4) Oligoklasaplit, in dem mehr CaO vorhanden ist. Werte nach A. Osann:[1]

[1] Abhandl. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. 8—9. Abh. Heidelberg, 1919—1920.

	s	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f'*	*n*	Reihe
1. Oligoklasit	70·82	8·95	3·03	5·19	15·5	5·5	9	9·5	*α*
Ol. porphyrit, Savós	70·92	8·42	3·48	5·20	15	6	9	9·7	*α*
2. Oligoklasit	67·52	9·31	3·27	6·86	14·5	5	10·5	9·4	*α*
3. Olig. aplit	71·95	9·52	2·99	3·03	18	6	6	9·7	*α*
4. Olig. aplit	70·73	8·84	3·40	4·79	15·5	6	8·5	9·7	*α*
5. Olig. pegmatit	67·46	10·32	1·32	7·98	15·5	2	12·5	9·7	*α*
226. Natronsyenit	65·18	10·63	1·52	10·52	14	2	14	8·0	*α*

Ein grösserer Tonerdeüberschuss zeigt sich nur im Oligoklaspegmatit (1·62 %), trotzdem dass die Umbildung desselben nicht beträchtlich weiter vorgeschritten ist, als in den anderen Gesteinen. Übrigens kann man die Verwandtschaft auf Grund der OSANNschen *Typenwerte* sofort erkennen. Hier ist neben der Summe der Alkalien (*A*) der grosse Wert des Alkaliverhältnisses (*n*) zu betonen, dass das Vorherrschen des Na_2O zeigt. Ein jeder Typus stellt einen Grenztypus dar, wie die Oligoklasgesteine im allgemeinen. Von den OSANNschen Typen kann ich nur den in den Bradyville-Typus gereihten 226. Natronsyenit (Laupstadeid, Lofoten) erwähnen, der mit dem (von der Reihe unserer Gesteine wenig abweichenden) Oligoklaspegmatit übereinstimmt. Die anderen Typen kann man in das OSANNsche System überhaupt nicht einreihen, da in diesem solche Gesteine kaum vorkommen. Das grösste Hindernis bietet der *n*-Wert, der bei den OSANNschen Gesteinen immer auf an *Or*-Molekül reiche Gesteine hinweist. Abweichend von diesen zeigen sie eine sehr nahe Verwandtschaft mit den Oligoklasgesteinen anderer Gebiete und stimmen sogar mit einzelnen genau überein. Von letzteren soll der Oligoklasporphyrit von Savós (Lillafüred) zum Vergleich genommen werden:

	s	A_6C_2F	$A_6 : s$	$A_6C_2 : s$	*k*
1. Oligoklasit	70·82	64·95	1 : 1·3	1 : 1·2	1·09
Olig. porphyrit, Savós	70·92	62·68	1 : 1·3	1 : 1·2	1·13
2. Oligoklasit	67·52	69·33	1 : 1·2	1 : 1·06	0·97
Oligoklasit, Torockó	68·42	68·00	1 : 1·2	1 : 1·1	1·00
3. Oligoklasaplit	71·95	66·13	1 : 1·25	1 : 1·14	1·08
4. Oligoklasaplit	70·73	64·63	1 : 1·33	1 : 1·18	1·09
5. Oligoklaspegmatit	67·16	72·00	1 : 1·1	1 : 1·05	0·93

Auf Grund dieser *Familienwerte* würden die Gesteine zweifellos den Porphyren entsprechen, aber in diese Gruppe kann man sie

infolge ihrer chemischen Eigenschaften, sowie ihrer mineralischen Zusammensetzung nicht einreihen; die Osannschen Typenwerte sind ebenfalls widersprechend. Auf Grund der Gruppen (*A*, *C*, *F*) und des Kieselsäurekoeffizienten (*k*) können wir nur auf Oligoklasgesteine denken. Die Gesteine von Savós und Torockó enthalten ebenfalls keinen freien Quarz. Dasselbe erkennen wir, wenn wir die höchst silifizierten Moleküle (*A* und *AC*) mit der Gesammtkieselsäure (*s*) vergleichen.

	S	*Al*	*F*	*Al*	*C*	*Alk*	*NK*	
1. Oligoklasit	23·5	4	2·5	14·5	4·5	11	9·5	1·9
Oligoklasporphyrit, Savós	23·5	4	2·5	15	4·5	10·5	9·7	1·3
2. Oligoklasit	22·5	4	3·5	15	4	11	9·4	3·6
637. Andesit, Butte	22·5	4	3·5	15·5	7·5	7	8·6	3·1
1155. Plagiaplit, Koswa	22·5	5	2·5	15·5	6·5	8	9·7	0·5
3. Oligoklasaplit	24	4	2	14·5	4·5	11	9·7	1·7
4. Oligoklasaplit	23·5	4	2·5	13·5	6·5	10	9·7	0·7
314. Oligoklasit Presten	23·5	4	2·5	15·5	5·5	9·5	8·2	1·6
5. Oligoklaspegmatit	22·5	4·5	3	16·5	1·5	12·5	9·7	5·4

Diese *Parameter*[1] weisen auf Oligoklasgesteine. Wichtig ist der *NK*-Wert, welcher diese Gruppe von sämtlichen übrigen Gesteinsgruppen trennt, weiterhin das *AlCAlk*-Verhältnis, das auf die Osannsche schwach-alkalische Gruppe weist. Ein sehr beständiger Wert ist aber auch das *SAlF*-Verhältnis, welches sich nur zwischen sehr engen Grenzen verändert. Als extreme Glieder können wir den 3. Oligoklasaplit und den 5. Oligoklaspegmatit bezeichnen.

Das *MC*-Verhältnis besitzt — den Pegmatit ausgenommen — einen sehr geringen Wert. So geringe Werte finden wir hauptsächlich bei den ebenfalls vorherrschend, aus Feldspat bestehenden Anorthositen, obzwar es auch unter den sauren Alkaligesteinen solche Glieder gibt. Wenn wir aber z. B. sämtliche Granite betrachten, so sehen wir, dass das Mittelwert von *MC* bedeutend grösser ist.

[1] Abhandl. d. Heidelberger Akad. d. Wiss. Math. Nat. Kl. 2. Abh. Heidelberg, 1913.

Werte nach P. Niggli: [1]

	si	*qz*	*al*	*fm*	*c*	*alk*	*k*	*mg*	*m*
1. Oligoklasit	240	+ 18	41	15·5	13	30·5	·04	·19	5
Olig. porph., Savós	243	+ 27	41	17	13	29	·02	·11	5
2. Oligoklasit	206	— 10	40	21	10	29	·06	·27	4
Oligoklasit, Torockó	215	+ 2	42	18	11	29	·10	·25	4
3. Oligoklasaplit	254	+ 18	44·5	6·5	15	34	·02	·49	7
11. Trondhjemit	358	+102	46·5	5·5	9	39	·18	·42	7
4. Oligoklasaplit	241	+ 20	42	7·5	20·5	30	·02	·22	8
5. Olig. pegmatit	199	— 25	40·5	24·5	4	31	·02	·20	2
10. Albitgranitaplit	363	+137	43·5	21·5	3·5	31·5	·05	·45	2

Charakteristisch ist der hohe und ziemlich übereinstimmende Wert der *alk*- und *al*-Zahlen. Das Verhältnis der *c*- und *fm*-Zahlen ist veränderlich. In den meisten Fällen, wie bei den Magmatypen der Alkalikalkreihe im allgemeinen, herrscht das *fm* vor, während im 2. Oligoklasaplit, ähnlich den basischeren Anorthositen, die *c*-Zahl über *fm* vorherrscht. Der Wert *k* ist beständig sehr gering, der Wert *mg* aber veränderlich, was bei solchen Differentiationsprodukten ganz gut verständlich ist. Dasselbe finden wir auch bei den angeführten verwandten Oligoklasgesteinen.

Wenn wir diese Gesteine mit den Nigglischen Magmentypen vergleichen, dann finden wir, dass sie am besten mit dem Magma des Prestener Oligoklasit übereinstimmen; doch finden wir auch mehrere ähnliche Gesteine unter den in die dioritische Reihe gehörenden trondhjemitischen Magmen. Vom Typus dieser Magmen unterscheiden sich diese Gesteine sozusagen nur in der Zahl *si* (und natürlich im Wert *qz*). Dasselbe ist auch verständlich, da diese Szarvaskőer Gesteine quarzfreie Arten sind. Von den verwandten Gesteinen sind angeführt: 10. Albitaplit (Cobalt, Ontario) und den 11. Trondhjemit (Kvikne, Norw). Einen ähnlichen Chemismus finden wir auch bei den natronsyenitischen Magmen, doch ist bei diesen ein grosser Unterschied zwischen den Werten *fm* und *k*. Diese Ähnlichkeiten resp. Unterschiede werden noch mehr auffallend, wenn wir die einzelnen Molekularwerte miteinander vergleichen:

[1] P. Niggli: Gesteins- und Mineralprovinzen. Bd. I, Berlin, 1913.

	c : fm	*c : alk*	*c : al*	*fm : al*	*fm : alk*	*alk : al*	*6 alk : si*
1. Oligoklasit	1 : 1·22	1 : 2·3	1 : 3·1	1 : 2·6	1 : 1·9	1 : 1·13	1 : 1·31
Olig. porph., Savós	1 : 1 3	1 : 2·2	1 : 3·1	1 : 2·4	1 : 1·7	1 : 1·4	1 : 1·39
2. Oligoklasit	1 : 2·11	1 : 2·9	1 : 4	1 : 1·9	1 : 1·4	1 : 1·3	1 : 1·18
Oligoklasit, Torockó	1 : 1·6	1 : 2·7	: 3·7	1 : 2·3	1 : 1·6	1 : 1·4	1 : 1·2
3. Oligoklasaplit	2·3 : 1	1 : 2·2	: 3	1 : 6·8	1 : 5·2	1 : 1·3	1 : 1·24
4. Oligoklasaplit	2 7 : 1	1 : 1·4	: 2	1 : 5·6	1 : 4	1 : 1·4	1 : 1·3
5 Olig. pegmatit	1 : 6·1	1 : 7	1 : 10	1 : 1·6	1 : 1·2	1 : 1·3	1 : 1·07
10. Albitgranitaplit	1 : 6·1	1 : 9	1 : 12	1 : 2	1 : 1·4	1 : 1·3	1 : 1·9

Wir sehen, dass *die Unterschiede der Szarvaskőer Oligoklasgesteine in erster Linie Folgen der verschiedenen Ausbildung sind: eine ganz separate Serie bilden die körnigen Oligoklasite, sowie auch die Aplite und Pegmatite.* Auf Grund der Verhältniszahlen *c : fm, fm : al* und *fm : alk* sind also drei verschiedene Serien zu unterscheiden. Von den verwandten Gesteinen hätte ich sämtliche bisher analysierte Oligoklasgesteine des Siebenbürgischen Erzgebirges und von Lillafüred anführen können; die Übereinstimmung ist vollkommen. Aus der Nigglischen Serie konnte ich als Beispiel nur den ins trondhjemitische Magma gehörenden 10. Albitgranitaplit (Cobalt, Ontario) anführen, bei welchem quarzreichen Gestein der *6 Alk : si* Wert ganz abweichend ist.

Ich bemerke, dass bei den Szarvaskőer Oligoklasapliten der Wert des *c : fm* Verhältnisses auf typische Anortosite weist; dieser Wert vergrössert sich bei den basischeren Gliedern, obzwar auch Rücksprünge vorkommen:

		sic : fm
3. Oligoklasaplit, Szarvaskő	251	2·3 : 1
4. Oligoklasaplit, Szarvaskő	241	2·7 : 1
2. Andesin Gestein (Niggli), Forse	186	4·2 : 1
Labrador Gesteinsgruppe (Niggli)	145	4·7 : 1

Auch die Plagiaplite des Urals [1] besitzen meist eine solche Natur.

*

Von den basischeren Oligoklasgesteinen stehen mir zwei Analysen zur Verfügung.

6. *Granitoporphyrischer Oligoklasit*, Agrársteinbruch. Gemengteile: Oligoklas, Oligoklasandesin, Augit, Amphibol, Biotit, Ilmenit,

[1] Bulletin d. l. Soc. Mineral, d. France. XXXIII, 1910, Paris.

Titanmagnetit, Titanit, Apatit, Zirkon, Pyrit. Neben den Feldspaten ist viel Eisenerz und Apatit vorhanden, die übrigen Gemengteile sind spärlich. Sp. Gew. 2·712. Analysiert von Dr. K. Emszt 1930.

7. *Oligoklasit*, Újhatárvölgy. Die Zusammensetzung ist dem vorigen Gestein ähnlich, nur enthält dasselbe ziemlich viel Oligoklasalbit. Apatit ist spärlich; Pyrit fehlt vollkommen. Sp. Gew. 2·710. Analysiert von K. Emszt, 1930.

Originalanalysen:

	6.	7.
SiO_2	59·01	56·71
TiO_2	1·42	2·04
Al_2O_3	14·74	15·41
Fe_2O_3	3·52	1·63
FeO	5·14	7·93
MnO	0·05	Spur
MgO	1·56	0·30
CaO	3·92	4·45
SrO	0·02	—
Na_2O	6·01	7·71
K_2O	0·12	Spur
P_2O_5	0·37	Spur
$+H_2O$	3·17	2·80
$-H_2O$	0·22	0·31
S	0·10	—
	99·37	99·29

Der Oligoklasgesteinscharakter prägt sich auch bei Zunahme der Basizität aus; die verhältnismässig grosse Menge der Eisenoxyde entspricht ebenfalls demselben; die übrigen verwandten Gesteine enthalten diese Oxyde auch in grosser Menge.

Vergleichen wir die *Molekularprozente:*

Basen:	SiO_2	CaO:Alk	CaO:Na_2O	K_2O:Na_2O	Na_2O:Al_2O_3	Alk:Al_2O_3
6. Porph. Oligoklasit	1 : 2	1 : 1·4	1 : 1·38	1 : 7·3	1 : 1·49	1 : 1·47
7. Oligoklasit	1 : 1·8	1 : 1·5	1 : 1·5	—	1 : 1·21	2 : 1·21

Der Oligoklasitcharakter ist auch hier auffallend; nämlich aus dem Na_2O: Al_2O_3 Verhältnis sieht man, dass zur Sättigung des Kalkoxydes dieselbe Menge Tonerde vorhanden war, wie das bei den normalen Oligoklasgesteinen der Fall ist, obzwar die Kalkoxydmenge ziemlich hoch war. Wenn wir aber das $(MgFe)O$ mit der Summe des $CaO + Alk$ in Verhältnis bringen, dann erkennen wir,

dass der Feldspatgesteinscharakter nicht so stark ausgeprägt ist; besonders wenn wir in Betracht ziehen, dass in diesen basischeren Oligoklasgesteinen ein Teil des Kalkoxydes zur Bildung der femischen Mineralien dient. Das Verhältnis ist in den vorigen Oligoklasgesteinen durchschnittlich 1 : 4, in den letzteren aber 1 : 1·5, resp. 1 : 1·1. Der Charakter nähert sich also einigermassen dem dioritischen Typus.

Osannsche Werte:

	s	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f*	*n*	Reihe
6. Porph. Oligoklasit	68·05	6·67	3·14	12·16	9·5	4	16·5	8·8	α
Ol. porph. Tuff., Savós	67·56	7·19	3·25	11·56	10	4·5	15·5	8	α
7. Oligoklasit	66·41	8·48	1·82	12·99	11	2·5	16·5	10	α
Ol. porphyrit, Savós	69·81	7·29	2·79	10·03	11	4	1 5	8·7	α

Diese *Typenwerte* bekräftigen noch die obigen Angaben. Auf Grund des *n*-Wertes sind diese Gesteine noch Oligoklasgesteine; ähnliche finden wir als gepresste und nicht gepresste Oligoklasgesteine im nördlichen Bükkgebirge. Die im Osannschen System befindlichen Dioritporphyrittypen (z. B. 32. Dioritporphyrit, Steamboat Mt. Mt.[1]) und Syeniten (z. B. 232. Natronsyenit, Kilimandscharo[2]) unterscheiden sich von diesen Gesteinen nur im Werte *n*.

	S	*Al*	*F*	*Al*	*C*	*Alk*	*NK*	*MC*
6. Porph. Oligoklasit	22	3	5	14	6·5	9·5	9·8	3·5
1116. Dioritporph. (Osann)	22	3·5	4·5	13·5	7	9·5	6·0	5·3
Olig. porphyrit, Savós	22	3·5	4·5	14	6	10	8·7	4·1
7. Oligoklasit	21·5	3	5·5	13	6·5	10·5	10	0·5
1188. Gladkait (Osann)	21·5	4	4·5	14·5	9	6·5	8·7	2·4

Diese *Parameter* weisen ebenfalls auf den Oligoklasgesteinscharakter. Der 1116. Dioritporphyrit (Steamboat Mt. Mt.) weicht eben im wichtigsten Werte, im *NK*-Verhältnis so sehr ab, dass die Verwandtschaft fast verschwindet. Aber mit dem Gestein 1188. Gladkait (Gladkaia Sopka, Ural) kann man die Verwandtschaft erkennen.

---

[1] A. Osann: Versuch etc. etc. Tschermak Min. Petr. Mitt. XXI, p. 378.

[2] Abhandl. d. Heidelberg. Akad. d. Wiss. M. Nat. Kl. 2. Abh. Heidelberg, 1913.

Werte nach P. NIGGLI:

	si	*qz*	*al*	*fm*	*c*	*alk*	*k*	*mg*	*m*
6. Porph. Oligoklasit	211	+27	31	33	15	21	·01	·27	4
7. Oligoklasit	192	—10	30·5	28	16	25·5	·00	·05	4

Unter den NIGGLIschen Magmen finden wir in der quarzdioritischen Reihe einigermassen verwandte Gesteine, nur ist die Kalizahl (*k*) sehr gering; sie erreicht sogar bei den normalen Oligoklasgesteinen grössere Werte, bei den Quarzdioritmagmen erreicht sie sogar den Wert 0·25.

Die Werte der basischeren Oligoklasgesteine stimmen also mit den Werten der übrigen Oligoklasgesteine überein.

Auch vom *granathältigen Oligoklasaplit* besitze ich eine quantitative Analyse, da aber die Analyse des Granates, der zirka die Hälfte des Gesteins bildet, noch nicht vollendet ist, gebe ich nur die ursprünglichen Daten der Analyse: $SiO_2 = 46{\cdot}15$, $TiO_2 = 1{\cdot}65$, $Al_2O_3 = 18{\cdot}56$, $Fe_2O_3 = 1{\cdot}60$, $FeO = 16{\cdot}95$, $MnO = 3{\cdot}76$, $MgO = 1{\cdot}75$, $CaO = 3{\cdot}04$, $Na_2O = 5{\cdot}17$, $K_2O = 0{\cdot}15$, $P_2O_5 = 1{\cdot}04$, $+H_2O = 0{\cdot}60$, $-H_2O = 0{\cdot}12$. Summe $= 100{\cdot}54\,\%$. Der Oligoklasgesteinscharakter ist auch hier offenbar.

*

Um eine allgemeine Übersicht über sämtliche Oligoklasgesteine von Szarvaskő zu erhalten, wollen wir die OSANNschen und die NIGGLI—BECKEschen Projektionen betrachten. Die Projektionswerte sind folgende:

	a	*c*		*si*	*ξ*	*η*	*ζ*	ϑ_{011}	*k*	*ck*	*cn*
1. Oligoklasit	15·5	5·5	9	240	71	54	43	7·4	·04	·25	·26
2. Oligoklasit	14·5	5	10·5	206	69	50	39	7·8	·06	·26	·27
3. Olig. aplit	18	6	6	254	78	59	49	7·4	·02	·23	·24
4. Olig. aplit	15·	6	8·5	241	72	62	50	8·5	·02	·23	·23
5. Ol pegmatit	15·5	2	12·5	199	71	44	35	6·0	·02	·11	·11
6. Porph. Oligoklasit	9·5	4	16·5	211	52	46	36	7·1	·01	·32	·32
7. Bas. Oligoklasit	11	2·5	16·5	192	56	46	41	3·5	·00	·18	·18

Im OSANNschen *ACF*-Dreieck fällt jedes Gestein in das Gebiet der Oligoklasgesteine,[1] also hauptsächlich an die Grenze der Granit-

[1] Acta chem. mineralog. et phys. Tom. I, p. 124, Szeged, 1929.

Syenitfelder, bezw. gegen die Diorit-Anorthositfelder. Nächst den Anorthositen liegen die Oligoklasaplite No. 3 und 4, den Dioriten nähern sich die Oligoklasite Nr. 6 und 7, während der Oligoklaspegmatit Nr. 5 entfernt von ihnen auf die gegen die *A—F* Linie liegende Grenze des Granites und des Syenites kommt.

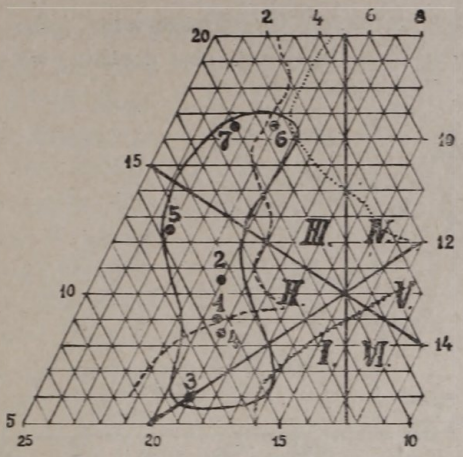


Fig. 1. Dreieck nach Osann.
——— = Grenze d. Oligoklasgesteine.
-------- = Grenze d. Syenite u. Trachyte.
..... = Grenze d. Diorite u. Porphyrite.
..... = Grenze d. Anorthosite.

Im Niggli'schen Konzentrationstetraeder teilen sich die Oligoklasaplite nach der Becke'schen Würfelprojektion [1] sowohl im Kreuz-, als auch im Grundriss, sowie im Kieselsäurefeld in zwei Gruppen. Die Projektionspunkte der Glieder der einen Gruppe,

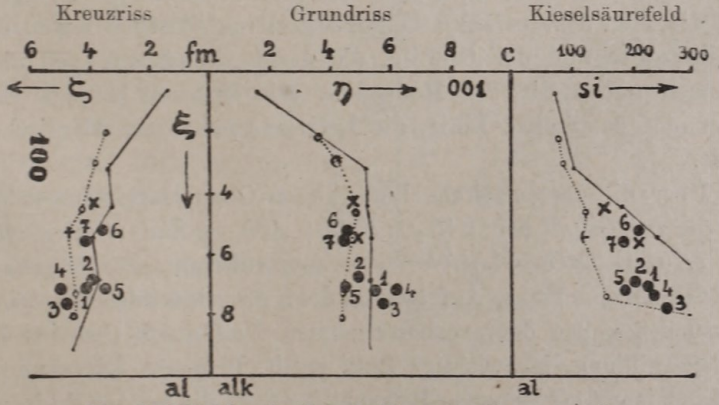


Fig. 2. Würfelprojection d. Konzentrationstetraëder.
——— = pazifische Reihe. ..... = atlantische Reihe.

[1] F. Becke: Graphische Darstellung von Gesteinsanalysen. Tsch. Min. Petr. Mitt. Bd. 37, p. 27—56.

der normalen Oligoklasgesteine fallen zwischen den Granit und den Nephelinsyenit, also dorthin, wo z. B. der Projektionspunkt des Oligoklasporphyrites von Savós (Lillafüred) liegt. Die Projektionspunkte der Glieder der basischeren Gruppe fallen im Kreuzriss zwischen denen der Anorthosite und der Syenite, im Grundriss und im Kieselsäurefeld aber zwischen denen der Anorthosite und der Monzonite, wo z. B. die Projektionspunkte der gepressten Oligoklasgesteine von Savós zu finden sind. Beide Gruppen reihen sich, entsprechend den einzelnen Schnitten, bald näher zur pazifischen, bald näher zur atlantischen Schwarmlinie.

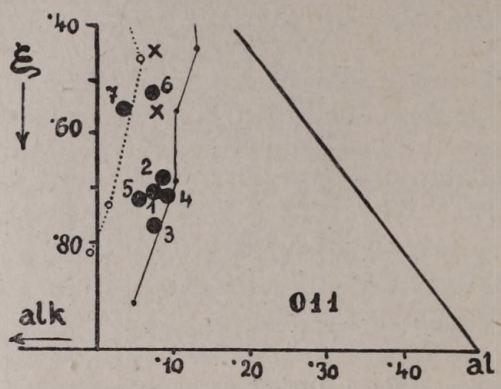


Fig. 3. Dodekaëderprojektion.
——— = pazifische Reiche.
..... = atlantische Reiche.

In der Dokedaëderprojektion auf der 011-Fläche (ξ—ϑ) lagern sich die Pole der normalen Oligoklasgesteine zwischen denen der Alkaligranite und der Granite, die der basischeren Typen aber gelangen neben die der Monzonite. Die Ersteren befinden sich neben der pazifischen Linie, die Letzteren näher zur atlantischen Linie.

Über die systematische Lage dieser Oligoklasgesteine geben uns die auf Grund der $k\,(K_2O : K_2O + Alk)$, $ck\,(CaO : CaO + Alk)$ und $cn\,(CaO : CaO + Na_2O)$ [1] Werte konstruierten rechtwinkeligen Diagramme eine rechte Aufklärung, denn dies sind solche Gesteine, in welchen neben dem vorherrschenden Na_2O auch CaO bei der Feldspatbildung eine wichtige Rolle spielt. In diesen Diagrammen wird nur jene CaO-Menge in Betracht gezogen, die bei der Feldspatbildung zur Sättigung der Tonerde notwendig ist.

[1] Acta chem. mineralogica et phys. Tom. I, p. 127 und Tom. II, p. 24—46, Szeged, 1929—1930.

Im *k—ck Diagramme* findet man nahestehende Glieder nur im trondhjemitischen Magma, die Pole des Albitgranitaplites von Cobalt (Ontario) (*d*) und des Dragaasener Trondhjemites (*a*) wurden in Diagramm eingetragen. Letztere sind aber kieselsäurereichere, ja sogar quarzreiche Gesteine, die man mit den vorigen Gesteinen nicht vereinigen kann, obzwar ihr Chemismus *teilweise* gut übereinstimmt. Mit den Gesteinen des natronsyenitischen Magmas kann man sie überhaupt nicht vergleichen, weil diese keinen anorthositischen Charakter besitzen. So sind sie nur mit den anderen Oligoklasgesteinen verwandt, von denen ich die Pole des Oligoklasites (*b*), Oligoklasporphyrits (*c*) und Oligoklasaplits (*e*) von Torockó, sowie auch den Pol des Oligoklasporphyrits (*f*) von Savós eingetragen habe. Mit diesen stimmen sie wirklich überein.

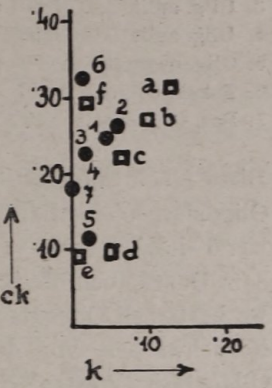


Fig. 4. *k—ck* Diagramm.

Für den *ck—cn Diagramm* ist charakteristisch, dass die Projektionspunkte sich in der Diagonale des Dreiecks befinden, da infolge des geringen Wertes von K_2O die *ck*- und *cn*-Werte beinahe identisch sind. Manche Projektionspunkte fallen fast zusammen.

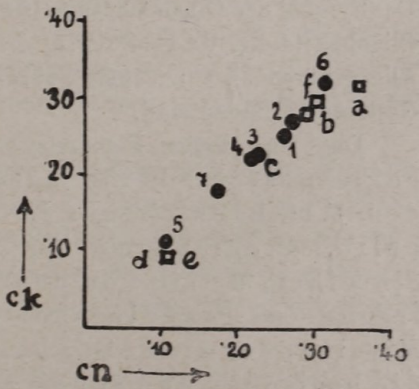


Fig. 5. *ck—cn* Diagramm.

Zuletzt teile ich mit die *Amerikanischen Normen*[1] der besprochenen Gesteine:

[1] Cross, Iddings, Pirsson, Washington: Quant. Class. of igneous Rocks. Chicago, 1903 und Washington H. St.: Chemical Analyses of Igneous Rocks. Wash., 1917.

	qu	*or*	*ab*	*an*	*hy*	*di*	*mt*	*ilm*	*ap*	Sonst
1. Oligoklasit	7·40	3·06	68·01	12·43	2·60	1·30	2·46	1·60	·14	—
2. Oligoklasit	1·82	4·45	68·54	11·10	2·42	—	3·06	2·54	·79	C=1·29
3. Olig. aplit	5·60	1·78	74·04	12·59	·83	3·16	·37	·84	—	—
4. Olig. aplit	6·99	1·95	68·96	14·46	—	5·34	1·06	·39	—	hm=·76
5. Olig. pegmatit	—	1·78	77·07	2·88	5·99	—	3·62	1·70	·86	C=3·37
6. Porph. Oligokl.	13·07	·72	50·78	12·87	6·26	3·31	5·10	2·89	·85	pr=·54
7. Bas. Oligoklasit	·64	—	65·19	7·42	9·83	6·37	2·37	3·87	—	—

Diese ideale mineralische Zusammensetzung zeigt am besten den Oligoklasgesteinscharakter, der nur im porphyrischen Oligoklasit Nr. 6 einigermassen verschwommen ist, da in diesem Gestein neben dem Quarz auch die femischen Mineralien zu einer Rolle gelangen. Im basischen Oligoklasit Nr. 7 wird wieder der leukokrate Charakter schwächer. Von den Niggli'schen Magmatypen zeigt nur der Oligoklasit (Presten) eine ähnliche Zusammensetzung. Im amerikanischen System ist das Symbol der zwei Oligoklasiten und der zwei Oligoklasapliten: I.5.2.5, also jener Subrang, in den auch der grösste Teil der Oligoklasgesteine von Torockó gehört; das Albitmolekül erreicht in diesen Gesteinen einen Wert von rund 70 %. Das Symbol des Oligoklaspegmatits Nr. 5 ist I/II.5.1.5, des porph. Oligoklasits Nr. 6: II.4/5.2.5, des Oligoklasits Nr. 7: II.5.2.5. Alle gehören also in solche Subrange, in denen nahe verwandte Gesteine zu finden sind.

Diese chemischen Eigenschaften beweisen, dass diese Oligoklasgesteine eine selbständige Gruppe bilden. Man kann sie nur in die Plagioklasit-, Plagiaplit-, Plagiopegmatit-, Plagiophyrit-Gruppen einreihen, da sie von den anderen Gruppen durch irgendeine grundlegende Eigenschaft abweichen. Miteinander sind sie aber nahe verwandt; sogar die basischen und saueren Endglieder zeigenden eigenartigen Oligoklasgesteinscharakter gut. Oligoklas gesteine vom effusiven Charakter sind in der Serie von Szarvaskő nicht bekannt, aber in anderen Gegenden gibt es solche reichlich, die die Serie der Oligoklasgesteine vervollständigen.

Verhältnis der Oligoklasgesteine zur Gabbroidalen Masse.

Wir haben die Frage zu beantworten, in welchem Verhältnis die Oligoklasgesteine mit der gabbroidalen Masse von Szarvaskő stehen und ob sie von derselben Magma herkommen.

Diese Frage kann schon auf Grund der petrologischen Verhältnisse beantwortet werden. Es wurde schon bei dem Beschreiben der schlierigen Gebilden erwähnt, dass sie mit den Muttergesteinen eng zusammenhängen. Das beweist auch der stufenweise Übergang aller bisher bekannter Gesteine der gabbroidalen Masse und auch ihre mineralische Zusammensetzung; doch wird diese Tatsache durch die petrochemischen Verhältnisse noch mehr bekräftigt.

Die vorherrschenden Gesteine der Gegend von Szarvaskő sind der Diabas und der Gabbro. Der dichte Spilitdiabas übergeht abwärts stufenweise in körnigen Ophitdiabas, dann dieser durch Gabbrodiabas in Gabbro; dadurch wurde ein Reichtum der Abarten hervorgebracht, eine grössere Mannigfaltigkeit wurde durch die Differentiation verursacht.

Die Ergebnisse der magmatischen Spaltung sind: einesteils die beträchtlichen Massen eines ultrabasischen Peridotitrandes, spärliche randliche Pyroxenitvorkommen; beide mit stufenweisen Übergängen in Gabbro (Gabbroperidotit, Gabbropyroxenit) anderenteils die Schlieren und leukokraten Gänge, die die Masse durchspinnen.

In mineralogischer Beziehung charakteristisch ist für die Masse, dass sie keinen Orthoklas enthält und ihr Plagioklas in der Ab-Molekülverhältnismässig reich ist (in den Spilitdiabasen steigt sie manchmal bis Ab_{70}), *ferner, dass sie gewöhnlich viel Ti-Eisenerz enthält und dass der Biotit, Amphibol und Pyrozen beinahe überall von derselben Art ist.*

Wenn wir sämtliche chemische Analysen betrachten, so *ist vor allem auffallend das Vorherrschen von Na_2O über K_2O bei durchschnittlich ziemlich geringen Kieselsäuregehalt; weiterhin ist charakteristisch die beständige Gegenwart und beträchtliche Menge der Titansäure und der grosse Gehalt an Eisenoxyden. Eine interessante gemeinsame Eigenschaft ist, dass das MgO sogar in den olivinhältigen Gliedern gering ist und nur im Peridotit bedeutend wird.*

Diese gemeinsamen Charakterzüge sind dann gut zu übersehen, wenn wir die Haupttypen der gabbroidalen Gesteine, sowie die Haupttypen der Differentiationsprodukte getrennt gruppieren. Es werden zuerst die Angaben der *Originalanalysen* mitgeteilt, der besseren Übersicht wegen sämtliche Eisenoxyde als Ferrooxyd angeführt.

Vorherrschende Gesteinsarten:

	SiO_2	Na_2O	K_2O	TiO_2	FeO	MgO	CaO
Gabbrodiorit, Forgalmistbr.[1]	51·31	6·12	·53	2·68	14·36	3·20	6·11
Spilitdiabas, Homonna	51·10	4·04	·37	1·19	10·10	5·40	7·55
Ophitdiabas, Agrárstbr.	48·58	3·44	·14	2·31	12·97	5·41	9·46
Gabbrodiabas, Tardos	47·16	3·93	·33	2·21	10·47	5·64	9·66
Normalgabbro, Újhatártal[2]	44·39	2·91	·14	4·40	12·99	7·48	10·15
Olivingabbro, Újhatártal	43·26	2·05	·08	4·28	17·39	6·06	8·42
Gabbroperidotit, Tiszttartó	38·79	1·50	·14	4·29	28·66	7·53	10·90
Diallagperidotit, Vaskapu	32·58	·45	·00	6·07	36·94	14·46	5·60

Wichtigste Differentiationstypen:

	SiO_2	Na_2O	K_2O	TiO_2	FeO	MgO	CaO
Quarzdioritporphyrit, Vaskapu	65·87	6·77	·14	1·08	6·05	2·36	1·77
Dioritaplit, Tóbérc	64·64	4·83	·60	1·17	6·32	1·23	3·11
Gabbrodioritpegmatit, Tóbérc	59·47	5·22	·28	1·10	7·50	1·36	5·10
Gabbrodioritaplit, Újhatártal	57·01	6·24	·26	·84	8·95	1·35	4·12
Gabrboaplit, Tóbérc	55·24	6·22	·60	1·08	8·92	2·32	4·24
Gabbropegmatit, Siroker Gr.	54·24	6·05	·19	1·59	9·92	2·31	8·37
Oligoklasgesteine, II. Gruppe	57·96	6·86	·06	1·73	8·85	·93	4·18
Oligoklasgesteine, I. Gruppe	62·31	8·44	·42	·75	3·74	·68	3·13

Alle speziellen Eigenschaften, welche die gabbroidalen Gesteine von Szarvaskő im allgemeinen charakterisieren, spiegeln sich in den Oligoklasgesteinen wieder. Allgemeine Schlüsse können wir nur dann ziehen, wenn wir sämtliche uns zur Verfügung stehenden

---

[1] Zweifellos ist der Gabbrodiorit ebenfalls ein Differentiationsprodukt, aber wegen seiner manchmal grossen Masse kann er nicht unter den in den Schlieren vorkommenden Gebilden genannt werden, weil in diesem Falle sowohl der Pyroxen- oder Olivingabbro, als auch der Peridotit unter den Differenzierungsprodukten besprochen werden müsste.

[2] Der «Normalgabbro von Szarvaskő» ist ein Diallaghypersthen-amphibolgabbro; ich habe ihn so genannt, weil derselbe an Masse unter den Gabbrotypen von Szarvaskő vorherrschend ist. (Acta etc. Sectio Scient. Nat. Tom. I, p. 117. Szeged, 1923.)

Analysen in Betracht ziehen.[1] So erhalten wir aus den *Bauschanalysen* folgendes Bild (wegen Vergleich wurden die Oligoklasgesteine von den übrigen Differentiationsprodukten getrennt):

	SiO_2	Na_2O	K_2O	TiO_2	FeO	MgO	CaO
Peridotit (5 Analysen)	31·07	·67	—	8·74	36·45	14·50	4·32
Gabbro, (10 Analysen)	42·56	2·62	·16	3·62	20·74	5·28	9·76
Diabas, (11 Analysen)	49·38	3·89	·23	1·71	11·24	6·02	9·24
Diff. Produkt, (11 Analysen)	56·02	5·85	·24	1·23	9·00	2·16	5·11
Olig. Gestein, (7 Analysen)	61·06	8·00	·30	1·03	5·20	·75	3·43

Aus dieser Zusammenstellung ist es offenbar, dass *diese Oligoklasgesteine der gabbroidalen Masse von Szarvaskő organisch sich anknüpfen.* Es ist leicht verständlich, dass im Laufe der Differenzierung aus solchen an Na_2O-reichen und an K_2O ungemein armen Magmen auch solche Teile sich ausscheiden konnten, die vorherrschend aus Oligoklas bestehende Gesteine bildeten. Es steht vor uns eine ganz natürliche Serie: die Kieselsäure und die Alkalien steigen in den saureren Gliedern stufenweise, während die übrigen chemischen Verbindungen stufenweise abnehmen. (Der *CaO* der Peridotite ist eine Ausnahme.)

Die Verwandtschaft fällt noch mehr auf, wenn wir die *Molekularprozente* vergleichen, und zwar: 1. nur Alkalien in Betracht nehmen; 2. die Alkalien, das *CaO*, das Al_2O_3 und die Kieselsäure miteinander vergleichen, um die Möglichkeit der Feldspatbildung zu beurteilen können:

	$Na_2 : K_2O$			$Na_2O : K_2O$
Gabbro	2·80	:	0·11 =	25 : 1
Diabas	4·10	:	0·16 =	26 : 1
Diff. Produkt.	6·19	:	0·19 =	32 : 1
Olig. Gestein	8·61	:	0·23 =	37 : 1

	$SiO_2 : Al_2O_3$	:	$(NaK)_2O$	:	CaO	=	SiO_2	:	Al_2O_3	:	$(NaKO)_2$	:	CaO
Gabbro	46·55	:	8·23	:	2·91	:	11·49	=	16	:	2·8	:	1	:	3·9
Diabas	53·70	:	9·61	:	4·26	:	10·80	=	12·6	:	2·2	:	1	:	2·5
Differenc. termék	65·86	:	9·36	:	6·38	:	5·45	=	10·3	:	1·5	:	1	:	0·85
Oligoklászkőzet	68·07	:	11·84	:	8·85	:	4·09	=	7·7	:	1·3	:	1	:	0·46

[1] Von den 44 besprochenen neuen Analysen hat einen grossen Teil (32 St.) Herr Obergeolog Dr. K. Emszt verfertigt, wofür ich auch hier meinen besten Dank ausspreche. Ein Teil der Analysen wurde schon im Földtani Közlöny (Bd. LVI, p. 200—216, Bd. LVIII, p. 109—114) mitgeteilt.

Im Gabbro ist die Menge des *CaO* 3·5mal so hoch als diejenige der Alkalien, während in den Oligoklasgesteinen das *CaO* kaum die Hälfte der Alkalien erreicht. Kieselsäure und Tonerde nehmen mit den Alkalien gleichzeitig zu, doch findet sich in ihrem Verhältnis eine beträchtliche Verschiebung statt: während im Gabbro der Tonerdegehalt das 2·8fache der Alkalien bildet, wird diese Zahl in den Oligoklasgesteinen nur 1·3. *Während also im Gabbro zur Bildung des An-Moleküls beinahe die zweifache Menge von Tonerde vorhanden war, als zur Bildung des Ab-Moleküls, steht in den Oligoklasgesteinen nur* $^1/_4$ *Teil der Tonerde für die Sättigung des Kalkoxydes zur Verfügung.* Ebenso verhaltet sich auch das Verhältnis der Kieselsäure, aber nur insofern, dass mit der Zunahme der Azidität zur Bildung der übrigen Verbindungen kontinuierlich geringere SiO_2-Menge bleibt, da die Alkalien, als höchst silifizierende Moleküle, den grössten Teil der Kieselsäure binden.

Diese sehr charakteristischen Züge treten noch besser hervor, wenn wir bei den einzelnen Gruppen einerseits die den Feldspat und die femischen Mineralien bildenden Osannschen Atomgruppen (*ACF*), anderseits einige Daten der auf 100 umgerechneten *amerikanischen* Normen (die Werte des standarden Quarzes, Alkalifeldspates, Kalkfeldspates und der femischen Mineralien) miteinander vergleichen:

	A	*C*	*F*	*qu*	*or*	*ab*	*an*	*fem*
Peridotit	·67	1·02	57.68	—	6	4	90	
Gabbro	2·89	5·35	33·87	—	24	23	53	
Diabas	4·25	5·27	25·75	·5	34·5	23	42	
Diff. Produkt	6·63	3·00	12·02	11	52	14	23	
Oligoklasgestein	8·85	2·71	7·57	5	71	11	13	

Der stufenweise Übergang ist auch hier erkenntlich. Bemerkenswert ist die verhältnismässig hohe Azidität des standarden Feldspates, da sogar im stark basischen Gabbro noch Labrador [1] der Standardfeldspat ist.

Aus den angeführten Angaben ist ersichtlich, dass die Oligoklasgesteine von Szarvaskő mit den Gesteinen der hiesigen mesozoischen (triadischen?)

[1] Tatsächlich herrscht der Feldspat der Labradorreihe vor, doch findet man auch Feldspate der Bytownit- und Anorthitreihe.

gabbroidalen Masse viele gemeinsame mineralische und petrochemische Züge aufweisen. Es ist daher offenbar, dass sie aus einem gemeinsamen Magma ausgeschieden sind. In dieser Masse kommen ziemlich abweichende Glieder vor, doch in den Haupteigenschaften ist die Verwandtschaft erkennbar.

Analoge Gesteinsprovinzen.

Ausser der Gegend von Szarvaskő kenne ich auf Grund persönlicher Erfahrungen noch von drei Gebieten Oligoklasgesteine: aus dem Siebenbürgischen Erzgebirge,[1] aus dem Drócsagebirge[2] und aus der Gegend bei Lillafüred, auf der Nordseite des Bükkgebirges.[3] In allen drei Gebieten sind die Verhältnisse verschieden: die Oligoklasgesteine sind in diesen Gebieten nicht aus einem während der Verfestigung saurer gewordenen und an Mineralisatoren reichen Magmarest gebildet, wie es in der Gegend von Szarvaskő der Fall ist.

Der triadische eruptive Teil des Siebenbürgischen Erzgebirges besteht meist aus neutralen Porphyriten, unter welchen die Oligoklasporphyrite ziemlich wichtige gebirgsbildende Gesteine sind. Im nördlichen Teile des Gebirges: im *Torockóer Zuge* bilden sie grössere Massen, breite Lavendecken und ausgedehnte Tuffgebiete (Gegend von Várfalva und Borrév). Sie sind vorherrschend vom effusiven Charakter: Oligoklasporphyrite, aber in den unteren Teilen der grossen Massen kommen auch hypabyssische Typen vor, die spärlich in älteren Gebilden, so in Pyroxenporphyriten, Diabasen und Gabbrodiabasen, auch Gänge bilden (Hidas, Csegez etc.). Diese hypabyssischen Typen gehen abwärts hie und da in gleichmässig körnige, ja sogar auch in grosskörnige Gesteine über, welche auch den Namen Oligoklasit führen können.

---

[1] Múz. Für. Mitteilungen a. d. Mineralog. Geolog. Samml. d. Sieb. Nat. Museum. Bd. I, p. 191—250. Kolozsvár, 1913. usw.

[2] Jahrbuch d. k. ung. Geol. Anst. Bd. XXVII, p. 191—316. Budapest, 1928. usw.

[3] Acta chem. mineralogica et phys. Tom. I, p. 72—128, Tom. II, p. 24—46. Szeged, 1929—1930. usw.

Im mittleren Teile: im *eigentlichen Erzgebirge* kommen die Oligoklasgesteine in kleineren Massen, aber an vielen Orten vor; die wichtigen Fundorte sind Krecsunyesd und Porkura. Im südwestlichen Teile: im *Gebirge von Körösbánya* beginnt der Diabas, im Gegensatze zu dem nördlichen und mittleren Teile, vorherrschend zu werden. Die Oligoklasgesteinsvorkommen sind viel spärlicher. In dieser Beziehung ist die Gegend von Viszka die wichtigste, wo wir sämtliche Typen finden können.

Ich muss bemerken, dass die Oligoklasgesteine noch im Gebirge von Körösbánya mit der Diabas-Gabbromasse scheinbar keinen genetischen Zusammenhang zeigen. Ich habe es wenigstens nicht beobachten können. Hingegen gibt es viele Übergänge zu den verschiedenen Pyroxen-, Amphibol- und Biotitporphyriten. Die Zusammensetzung der Oligoklasgesteine des Erzgebirges stimmt mit jener der Szarvaskőer Gesteine ziemlich überein. Die Oligoklas — seltener die Albit — Feldspate herrschen vor. Unter den in spärlichen Mengen vorkommenden femischen Mineralien ist der häufigste der Augit; der Amphibol und der Biotit sind sehr selten. Das *Ti*-hältige Eisenerz scheint an den meisten Orten zu fehlen. Die geringe Menge des Titanits und Rutils ist fast immer an den umwandelnden Biotit gebunden.

Das dem Siebenbürgischen Erzgebirge benachbarte Drócsagebirge zeigt ganz andere petrologische Verhältnisse. Die hiesigen mächtigen triadischen Diabas-Gabbromassen werden von kretazischen granodioritischen Gesteinen durchbrochen, mit welchen genetisch verbunden spärlich auch Oligoklasgesteine sich gebildet haben. Dies sind hauptsächlich aplitische Typen, doch kommt auch effusiver Oligoklasporphyrit vor. Das Alkaliverhältnis in den basischeren Gliedern der granodioritischen Reihe und in den dioritischen Typen ist ähnlich, wie in den Oligoklasgesteinen. Die femischen Mineralien der hiesigen Oligoklasaplite und Oligoklasporphyrite sind Augit und Biotit; es ist charakteristisch, dass der Quarz sich in denselben manchmal anhäuft.

Auf der Nordseite des Bükkgebirges, in der Gegend von *Lillafüred*, kommen die Oligoklasgesteine wieder unter anderen Verhältnissen vor. Hier können wir zwei Serien unterscheiden. Die stark gepressten Gesteinsmassen der älteren (paläozoischen) Serie

sind zwischen paläozoischen Sedimente eingefaltet und tiefgreifend umgewandelt worden; doch auf Grund langjähriger Untersuchungen der frischesten Glieder, gelang es nur ihre ursprüngliche Zusammensetzung mit annähernder Genauigkeit festzustellen. Die Glieder der jüngeren Serie (paläozoisch? altmesozoisch?) durchbrechen die vorigen, sie zeigen ebenfalls die Spuren der Pressung, doch eine geringere Metamorphose. Die Oligoklasgesteine beider Serie sind Effusivgesteine und besitzen auch tuffige Gebilde. Unter den femischen Mineralien kann man Amphibol und sehr selten Biotit erkennen, aber meist nur in Pseudomorphosen. Die Menge des Eisenerzes ist nur in einzelner Gliedern beträchtiger als in den Gesteinen von Szarvaskő.

Von den Oligoklasgesteinen dieser Gebiete wurden nur einige analysiert. Vom Fundort Lillafüred besitzen wir sowohl aus der I., als auch aus der II. Serie je drei Analysen, von den Fundorten im Sieb. Erzgebirge fünf Analysen (drei Oligoklaspoprhyrite, resp. Tuffe, ein Oligoklasaplit und ein Oligoklasit). Titansäure wurde in den Gesteinen des Erzgebirges nur in einem Oligoklasit in Spuren nachgewiesen. Vergleichen wir die *Molakularprozente* dieser Gesteine:

	SiO_2	TiO_2	Al_2O_3	FeO	MgO	Ca_2O	NaQ	KO_2
Szarvaskő	68·07	·87	11·84	4·91	1·27	4·09	8·61	·27
Lillafüred I.	68·95	·62	11·15	5·78	2·19	3·35	7·18	1·12
Lillafüred II.	69·05	·63	11·40	4·70	1·32	4·81	2.07	·99
Sieb. Erzgebirge	69·53	—	12·44	4·55	1·09	3·08	8·75	·56

Die Ähnlichkeit ist auffallend, doch kann man gewisse geringe Unterschiede erkennen. Die Lillafüreder Gesteine zeigen eine grössere Neigung zur Quarzbildung als die Oligoklasgesteine von Szarvaskő; der Feldspat der vorigen ist basischer. Die Gesteine des Siebenbürgischen Erzgebirges sind etwas saurer, in den meisten Fällen enthalten sie wenig Quarz, ihr femisches Mineral ist spärlicher und die Feldspäte der Albitreihe sind häufiger als in den Gesteinen von Szarvaskő. Die Gesteine des Siebenbürgischen Erzgebirges, als auch diejenigen von Lillafüred enthalten mehr K_2O; Kalifeldspat ist aber auch in diesen nicht nachweisbar.

Die oben erläuterten Verhältnisse treten in den Osannschen und *Amerikanischen* Werten noch kräftiger hervor:

	A	C	F	qu	or	ab	an	fem
Szarvaskő	8·85	2·71	7·57	5	71	11	13	
Lillafüred I.	8·30	2·82	8·51	7	66	12	14	
Lillafüred II.	8·06	3·34	7·48	9	65	14	12	
Siebenb. Erzgebirge	9·31	2·38	6·35	6	75	10	9	

Bei der Beurteilung der freien Kieselsäure in den Lillafüreder Gesteinen müssen wir noch in Betracht nehmen, dass die analysierten Gesteine mehr oder minder umgewandelt sind, besonders die Glieder der älteren Serie. Aus solchen Gesteinen laugen sich in erster Linie die Alkalien aus, wodurch Kieselsäure reichlich frei wird. Tatsächlich finden wir in diesen Gesteinen immer sekundären Quarz. Dennoch ist die nahe Verwandtschaft mit den Szarvaskőer Oligoklasgesteinen sicher erkennbar.

Auf Grund der vorher Gesagten kann die Gauverwandtschaft der Oligoklasgesteine aller erwähnten Gebiete als fast vollständig angenommen werden.

Na_2O-reiche Alkalikalkgesteine hat man in neuerer Zeit von mehreren Punkten der Erde beschrieben. In dieser Beziehung ist die Gegend von *Koswa* im *Nord-Ural* eines der interessantesten Gebieten, wo nach Duparc ausser den verschiedenen Gabbro- und Peridotitarten an Na_2O sehr reicher Diabas, Diorit und Dioritaplit, ausserdem noch Albitit und Plagiaplit vorkommt.[1] In der Gabbromasse der Gegend von *Jablanica* (Herzegowina) befindet sich neben den Na_2O-reichen Dioritarten in Schlierform auch Oligoklasit.[2] C. v. John beschrieb einen Albitporphyrit von *Pozoritta* (Bukowina),[3] der aber ein quarzhaltiger Randfazies ist. Aus dem nördlichen Teile *Norwegens* beschreibt Kolderup Na_2O-reiche Gabbro- und Anorthositgesteine, deren einige den Gesteinen von Szarvaskő sehr ähnlich sind; von den *Lofoten* beschreibt er auch Anorthosit und Oligoklasit.[4] Aus *Finnland* und zwar aus der Karelianformation beschreibt Eskola interessante Albitgesteine, doch er führt die

[1] Duparc et Pearce: Oural Nord I, 1902. Duparc et Pamfil: Bul. Soc. Min. France XXXIII, 1910. Paris.

[2] Jahrbuch d. k. k. Geol. Reichsanst. XXXVIII. Wien, 1888.

[3] Jahrbuch d. k. Geol. Reichsanst. XLIX. Wien, 1889.

[4] Bergens Museums Arborg. 1896, 1903, 1911.

Entstehung der meisten auf Albitisation zurück.[1] Aus den Grenzgebieten *Serbiens* und *Albaniens* (Pode, Zlipotok), ferner aus *Mittelasien* (Kashgarische Alpen: Targalak aul, Nanshan: Tozgul Salzsee und Kashan-Pass, Tienshan: Tekesbasi und Dselangatsch) wurden Oligoklasgesteine vom Autor beschrieben;[2] dieses Material wurde von meinen Kollegen K. Roth v. Telegd und J. Prinz gesammelt.

Wenn ich hier die Gegenden von Mariposa, Coalinghe etc. (Colorado) und andere interessante Vorkommen auch nicht erwähne, so ist aus dem bereits angeführten doch offenbar, dass das Gabbro-Diabasgebiet von Szarvaskő mit seinem grossen Na_2O Inhalt und mit seinen Oligoklasgesteinen; deren Ausscheidung aus einem solchen Magma leicht verständlich ist, nicht vereinzelt dasteht.

TAFELERKLÄRUNG.

I. Tafel.

1. Mehrfach verworfene Oligoklasaplitgänge und mannigfaltig zusammengesetzte und umformte Schlieren und Schliernester des Forgalmisteinbruches.

2. Dasselbe. Ein Teil des Oligoklasaplitganges aus der Nähe betrachtet.

3. Oligoklasit-Schlier aus dem Agrársteinbruch. Oben Oligoklasaplitgänge.

4. Oligoklasit, Újhatártal, Cseresznyefalápa. Primitive radiale Struktur. 11-fache Vergrösserung + Nic.

II. Tafel.

1. Kleinkörniger Oligoklasit, Újhatártal, Határlápa. Risse und Verwerfungen an Feldspatzwillingen, 30-fache Vergr. + Nic.

2. Oligoklasit von ebenda. Zwillingsstruktur und Kataklase. 11-fache Vergr. + Nic.

---

[1] P. Eskola: On the Petrology of Eastern Fennoscandia I. Helsinki, 1925.

[2] Neues Jahrb. Sond. Bd. I, Stuttgart, 1925. Jahrb. d. k. Ung. Geol. Anstalt. Bd. XXI und XVIII. Budapest, 1913, 1927.

3. Grobkörniger Oligoklasaplit, Újhatártal, oberhalb Tólápa. Miarolitische Struktur. 47-fache Vergr. + Nic.

4. Oligoklasaplit, Határbach. Beginnende Zerbröckelung eines stark gebogenen Feldspates mit sehr feiner Zwillingsstruktur. 80-fache Vergrösserung + Nic.

III. Tafel.

1. Oligoklasaplit, Forgalmisteinbruch. Vollständige Kataklase. 88-fache Vergr. + Nic.

2. Ein Teil desselben in 209-fachen Vergr. + Nic.

3. Granitoporphyrischer Oligoklasit, Agrársteinbruch. 13-fache Vergrösserung + Nic.

4. Dasselbe aus einem Schliergang des Agrársteinbruches. Gebogener porphyrischer Oligoklas. 16-fache Vergr. + Nic.

ÜBER DEN ZEITLICHEN VERLAUF DER ALKOHOL- UND AETHERDAMPFSORPTION DER KIESELSÄUREGELE.[1]

Von LADISLAUS von PUTNOKY und WILHELM NERÁTH.

(Mit 9 Tabellen und 17 Figuren.)

Vorgelegt der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in der Sitzung vom 12. Oktober 1931.

Die zahlreichen Untersuchungen über die Adsorption der Kieselsäuregele behandeln vorwiegend den Gleichgewichtszustand der Gele, die Ermittlung der sog. Dampfspannungsisothermen, sowie die Deutung der Gesetzmässigkeiten, welche in diesen Kurven zum Ausdruck kommen.

Von technischem Gesichtspunkte aus ist ferner die Literatur betreffs der Vergleichbarkeit und Bewertung verschiedener Sorptionsmittel interessant.[2]

Die in diesem Institute ausgeführten vorgehenden Untersuchungen[3] befassten sich mit der Alkohol- und Aetherdampfsorption sechs verschiedener Sorbentien, sog. aktiver Kieselsäuren und bestimmten — aus je drei verschiedenen Drucken ausgehend —

---

[1] Vorliegende Untersuchungen wurden mit der materiellen Unterstützung der ungar. naturwissenschaftlichen Fundes und der Széchenyi-Wissenschaftlichen Gesellschaft in dem anorganisch-chemischen Laboratorium der technischen Hochschule zu Budapest (Ungarn) ausgeführt.

[2] Hier seien besonders die Arbeiten Berls und seiner Mitarbeiter hervorgehoben. Lit. siehe: Z. angew. Chem. **34**, 369, 377 (1921); **35**, 722 (1922); **43**, 904 (1930); Z. anorg. Chem. **171**, 102 (1928) etc.

[3] v. Putnoky u. v. Szelényi, Z. Elektrochem. **36**, 10 (1930).

durch die Gewichtseinheit der Gele aufgenommenen Dampfmengen — also die entsprechenden Sorptions*fähigkeiten* — und die dazu gehörenden Dampfdrucke.

Es schien als nicht ohne Interesse unsere Aufmerksamkeit — als Fortsetzung dieser eben erwähnten Untersuchungen — auch auf den *dinamischen* Verlauf der Sorption erstrecken zu lassen und zu bestimmen, wie, nach welcher Zeit — unter gegebenen Umständen — das Gleichgewicht sich einstellt, welche sorbierten Dampfmengen zu den einzelnen Zeitwerten gehören und somit im allgemeinen die *zeitlichen* Änderungen des Sorptionsverlaufes — also den Gang der *Sorptionsgeschwindigkeit* — zu verfolgen.

Die Geschwindigkeit der Adsorption.

Da die *Ad*sorption als eine *Oberflächenwirkung* anzusehen ist, müsste im allgemeinen zu der Bestimmung der Adsorptionsgeschwindigkeit die zeitliche Änderung der durch die *Flächeneinheit* des Adsorbens aufgenommenen adsorptiven Menge dienen. In der Praxis kann man freilich nur mit Mittelwerten vorlieb rechnen, da auch die Messungen nur in endlichen Zeitabständen ausgeführt werden können. In diesem Sinne müsste also die Adsorptionsgeschwindigkeit durch die von der Flächeneinheit des Adsorbens in der Zeiteinheit — bei konstantem Druck und Temperatur — adsorbierten Dampf- bzw. Gasmengen zu bestimmen sein. Da aber die genaue Ermittlung der *wirklich aktiven Oberfläche* in der Regel nicht möglich ist, müssen wir die adsorbierte Dampfmenge statt auf die Oberfläche des Adsorbens *auf sein Gewicht* beziehen. Orientierend vergleichbare Werte werden diese so erhaltenen Verhältniszahlen — ohne Zweifel — liefern können.

Eine mathematische Formel, die die Adsorptionsgeschwindigkeit in einer längeren Periode des Adsorptionsvorganges mit genügender Genauigkeit und unter Berücksichtigung sämtlicher beeinflussenden Faktoren ergebe, ist bisher unbekannt. Die den Adsorptionsverlauf bestimmenden Umstände sind schon bei den Adsorbentien mit *glatter* Oberfläche überaus verwickelt, obwohl es in diesem einfachsten Oberflächenfalle schon als bewiesen betrachte werden kann, dass die Verdichtung der Gase in der Nähe dert

Oberfläche des festen Körpers einer reinen *Adsorptionswirkung* zuzuschreiben ist.

Die meisten Adsorbentien aber — wie auch unsere untersuchten Kieselsäuregele — sind nicht von glatter Oberfläche, sie besitzen vielmehr eine *poröse, kapillare Struktur.*

Es wurde schon von W. THOMSON[1] für möglich gehalten, dass bei der Dampfadsorption durch poröse Körper auch *Kapillarkräfte* mitwirken können. Die genauere Untersuchungen der Dampfadsorption durch poröse Stoffe — hinsichtlich der Kapillaritätswirkungen — sind aber vor allem ZSIGMONDY und seinen Mitarbeitern zu verdanken. Diese Forschungen führten schliesslich zu der Aufstellung und Ausbau der *Theorie der Kapillarkondensation.*

Nach dieser Theorie wird zunächst auch an den Wänden der Hohlräume *eine einfache Adsorption*[2] (Oberflächenwirkung) stattfinden; ist aber die Temperatur des Adsorptivs niedriger als seine kritische Temperatur, so stellt sich bei bestimmten Drucken ein, auf die Kapillaritätseffekte zurückzuführender *Kondensationsvorgang* ein, — zunächst jedenfalls durch die Mitwirkung der Adsorptionskräfte unterstützt.

Bei der Dampfaufnahme von Stoffen mit poröser Struktur machen wir daher zu der Bezeichnung des *ganzen* Vorganges und im allgemeinen immer, wenn die Art der Dampfaufnahme nicht betont werden sollte oder auch ohnedem bezeichnet ist, nach dem Vorschlage Mc BAIN's[3] von dem weitersinnigen Worte *Sorption* Gebrauch.[4]

Bei der Analyse des Sorptionsvorganges *lässt sich* leider *zwischen den Perioden der Oberflächen- und der Kapillaritätswirkungen keine scharfe Grenze ziehen!* Die eingehende Untersuchung der einzelnen Teilperioden des ganzen Sorptionsvorganges erlaubt uns

---

[1] Phil. Mag. (4), **42**, 448 (1871).

[2] Dieser Ausdruck wird im weiteren, wie auch schon allgemein gebräuchlich, immer eine durch Oberflächenwirkungen erfolgende Dampfaufnahme bezeichnen (wo also chemische und Kapillaritätswirkungen nicht ins Spiel treten!).

[3] Z. phys. Chem. **68**, 471 (1909).

[4] So sprechen wir von Sorption *im allgemeinen*, von Sorption *in der Adsorptionsperiode*, von Sorption *in der Kapillarkondensationsperiode* usw.

jedoch, dem verborgenen Charakter der beiden Grenzfälle nahe zu kommen und macht uns so fähig Feststellungen zu äussern, welche je für die Oberflächenwirkung oder je für den Kapillareffekt spezifisch-charakteristisch sind.

Die befriedigende Übereinstimmung der von E. HÜCKEL [1] — unter Voraussetzung der Kapillarkondensation — abgeleiteten Sorptionswärmen mit den experimentell ermittelten Werten von A. M. WILLIAMS [2] ist auch ein Beweis für das Vorhandensein einer solchen ausgeprägten Kapillareffektperiode des Sorptionsverlaufes.

Dass die Kapillarkondensation nicht nur eben anwesend ist, sondern in einer ausgedehnten Periode des Sorptionsvorganges auch eine *entscheidende* Rolle spielen kann, ist auch daraus zu schliessen, dass P. KUBELKA [3] mit Versuchen, betreffend der Sorption verschiedener Dämpfe und Gase an aktiven Kohlen, das *Bestehen einer Beziehung* zwischen den sog. «gleichwertigen Drucken» zweier Gase an demselben Kapillargebilde bewiesen hat.

Die Heterogenität des Gesamtsorptionsvorganges muss auch auf die Deutung der *Sorptionsgeschwindigkeit* entscheidend massgebend sein! Zwar kann man geradewohl von einer — auf den *Gesamtsorptionsvorgang* bezogenen — allgemeinen Sorptionsgeschwindigkeit sprechen, die genauere Untersuchung und die Analyse des Sorptionsverlaufes benötigt uns aber diese Geschwindigkeit *von Periode zu Periode zerlegt* und gesondert zu behandeln.

Die, die Sorptionsgeschwindigkeit bestimmenden Faktoren können im allgemeinen in die folgenden drei Gruppen geteilt werden:

1. Die Qualität des Sorptivs (physikalische Eigenschaften).
2. Zustand der Gasphase (Temperatur, Druck).
3. Die Qualität des Sorbens, seine Korngrösse, Grösse der inneren Oberfläche, die Feinheit der Kapillaren und die Porosität (das heisst: das Verhältnis des Kapillarvolumens zu dem scheinbaren Gesamtvolumen des Sorbens).

Es ist somit klar, dass das Endresultat von vielen variablen

---

[1] Adsorption und Kapillarkondensation (1928), S. 297—299.
[2] Proc. Roy. Soc. Edinburgh, **37**, 161 (1916—17).
[3] Z. Elektrochem. **37**, 637 (1931).

Grössen beeinflusst wird, welche meist *zusammen und zugleich wirken*. Nur äusserst schwer — und auch dann nur bis zu einem gewissen Grade — lässt sich je ein Faktor, unabhängig von dem anderen, konstant halten; folglich ist auch die systematische Untersuchung des ganzen summarischen Sorptionsverlaufes mit grossen Schwierigkeiten verbunden!

Unsere hier folgend beschriebenen Versuche bezweckten in erster Linie nur die weitere *vergleichende Untersuchung* unserer Kieselsäuregele und zwar jetzt aus dem Gesichtspunkte ihrer Sorptions*geschwindigkeit*. Diese Problemgestaltung — mit den oben angeführten Schwierigkeiten ebenfalls verbunden — brachte es mit sich, dass unsere Schlüsse, bezüglich der, den oben aufgezählten Sorptionsverlauf bestimmenden Faktoren — sofern solche Schlüsse überhaupt innerhalb unseres Versuchsbereiches liegen — nur als *orientierend* betrachtet werden müssen.

Messungsmethoden.

Zu der Messung des zeitlichen Verlaufes der Sorption sind im allgemeinen zwei Methoden üblich.

Die eine Methode ist die Messung der Dampf- oder Gas*druck-abnahme* mittels einer empfindlichen Manometereinrichtung, welche schon von A. Titoff [1] zu der Messung der Adsorptionsgeschwindigkeit angewandt wurde: mittels einem eigentlich zu der Bestimmung der Adsorptions*fähigkeit* dienenden Apparat. B. Gustaver [2] hat seine Messungen über die Sorptionsgeschwindigkeit der Wasser-, Alkohol- und Essigsäuredämpfe an aktiven Kohlen ähnlich ausgeführt.

Die andere Methode besteht aus dem Messen der *Gewichts-zunahme* des Sorbens in bestimmten Zeitabständen. Dieses Verfahren wurde speziell auf Kieselsäuregele von J. S. Anderson [3] angewendet. Diese Methode ermöglicht das *Konstanthalten des Druckes* während der Versuche; als Nachteil muss ihr jedoch zu-

[1] Z. phys. Chem. **74**, 641 (1910).
[2] Kolloidchem. Beih. **15**, 185 (1922).
[3] Z. phys. Chem. **88**, 191 (1914).

geschrieben werden, dass der Versuch naturgemäss zeitweise unterbrochen werden muss und dass diese Führungsart des Versuches sich vornehmlich auf solche Fälle beschränkt, bei denen die Einstellung des Gleichgewichtes einer verhältnismässig *längeren* Zeit bedarf.

Die Vorteile der beiden Verfahren versuchte F. Bergter[1] dadurch zu vereinigen, dass er den Druck während dem Vorschreiten der Gasadsorption durch die entsprechende Volumverminderung des Reaktionsraumes konstant hielt und die Adsorptionsgeschwindigkeit durch diese Volumverminderung mass. Die Methode benötigt eine ziemlich komplizierte Apparatur und erlaubt die ersten Ablesungen (bei welchen die Adsorption noch *schnell* abläuft) nur schwer — und so mit Ungenauigkeiten behaftet — zu ermitteln.

Die von G. Adge und H. Schmitt[2] beschriebene Apparatur beruht auf einem ähnlichen Prinzip, sowie auch deren vervollkommnete Form, welche von V. Meyer[3] mitgeteilt wurde. Letztgenannte Versuchseinrichtungen dienen hauptsächlich zu Adsorptionsgeschwindigkeitsmessungen bei Drucken, welche von dem atmospherischen nicht sehr abweichen.[4]

Wir bedienten uns während unseren Untersuchungen beiden ersterwähnten Methoden, d. h. wir verfolgten den Sorptionsverlauf sowohl bei *abnehmendem*, wie auch bei *konstantem* Gasdruck. So teilt sich naturgemäss die vorliegende Arbeit in zwei Teile.

---

[1] Ann. d. Phys. **37**, 472 (1912).

[2] Z. angew. Chem. **40**, 600 (1927).

[3] Chem. Fabrik, 1930, 85.

[4] In dem grossen Werke Freundlichs (H. Freundlich, Kapillarchemie 4. Aufl. 1930, S. 150—151) sind auch solche Verfahren erwähnt, bei denen die adsorbierte Stoffmenge mit der Hilfe verschiedener Mikrowagen und Torsionspendeln gemessen wird. Solche Einrichtungen sind prinzipiell auch für die Messung der Adsorptions*geschwindigkeiten* geeignet. (Ihr gemeinsamer Nachteil ist aber, dass sie zu der genauen Verfolgung der anfänglich ziemlich grossen Änderungen der Adsorptionsgeschwindigkeiten nicht genügend empfindlich sind.)

(Über die sämtlichen, zu der Adsorptionsgeschwindigkeitsmessung angewandten Methoden, auch über jenen Modifikationen, welche in dem Umfange dieser Abhandlung nicht behandelt werden können, wird ein klares, zusammenfassendes Bild in der Monographie F. Krczils: «Untersuchung und Bewertung technischer Adsorptionsstoffe» (1931) geboten.)

I. Der zeitliche Verlauf der Sorption bei abnehmendem Dampfdruck.

A) *Ausführung der Versuche.*

Die untersuchten sechs verschiedenen Kieselsäuregele, mit welchen auch die vorhergehenden Versuche [1] ausgeführt wurden, sind die Folgenden (in Klammern die im Text gebrauchten Verkürzungen):

1. Borsig Berlin-Tegel, Silica-Gel Corp. (*B*).
2. In diesem Institute durch Hydrolyse des $SiCl_4$ erzeugtes Gel (*S*).
3. Deutsche Kolloid Ges. Köln—Kalk, Korngr. 2—3 mm Durchm. (*Dn*).
4. Deutsche Kolloid Ges. Köln—Kalk, Korngr. 0·5—2 mm Durchm. (*Dk*).
5. F. Herrmann Köln—Bayenthal, Sorte «A» (*HA*).
6. F. Herrmann Köln—Bayenthal, Sorte «E» (*HE*).

Der Versuchsapparat war — mit einigen, dem verfolgten Zweck entsprechenden Änderungen — von derselben Konstruktion, welche nach der Vorschrift von W. Bachmann und L. Meyer [2] auch zu der Bestimmung der Dampfdruckisothermen der Kieselsäuregele diente.[3]

Seine Hauptteile sind: der Dampfraum (*A*) mit einem Quecksilber-Manometer mit mm-Skala, das Gefäss (*B*), welches das Sorptiv in flüssigem Zustande enthält, die Pfeiffer—(Wetzlar)-sche Röntgen-Vakuumpumpe mit Ölfüllung und das, zu der Aufnahme des Kieselsäuregels dienende Kölbchen (*C*). Die Verbindung dieser Teile und die Anordnung der mit Quecksilberverdichtung versehenen Hähne ist schematisch auf Fig. 1 zu sehen.

Die Versuchstemperatur war 20°, zu deren ständiger Aufrechthaltung ein mit einem Wassermantel und mit einer automatischen

---

[1] L. v. Putnoky u. G. v. Szelényi, Z. Elektrochem. **34**, 805 (1928); **36**, 10 (1930).

[2] Z. anorg. Chem. **168**, 61 (1928).

[3] In seiner ursprünglichen Form wurde dieser Apparat von B. Gustaver zu der Ausführung seiner schon erwähnten Versuche konstruiert.

Temperaturregelung versehenes Thermostat diente. Die maximale Temperaturschwankungen betrugen $\pm$ 0·2°. Anfangsdrucke waren bei den Alkoholdampfversuchen 43, 30 und 20 mm Hg, bei den Ätherdampfversuchen 159, 71·5 und 28·5 mm Hg (also dieselben Drucke, bei denen auch die statischen Sorptionsversuche ausgeführt wurden).[1]

Vor den einzelnen Versuchen wurde jede Kieselsäuregelprobe vier Stunden lang in einem bis 15—20 mm Hg Druck evakuierten

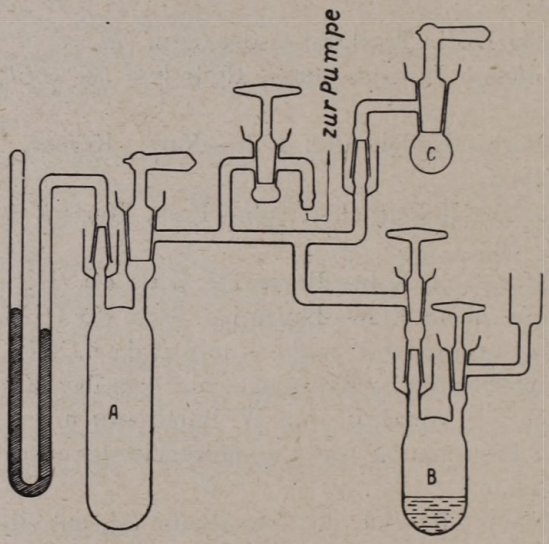


Fig. 1.

Raume bei 200° «aktiviert»[2] und in diesem Zustande abgewogen. Es wurde jedesmal genau 0·2 g Gel in das abnehmbare, mit Wakuumhahn versehene Kölbchen *C* eingetragen. Da während den Wägungen — der Adsorption zufolge — das Gewicht des Kieselsäuregels ständig zunahm, mussten diese Wägungen möglichst schnell ausgeführt werden. Nach genügender Übung gelang es die dazu nötige Zeit auf eine Minute zu verkürzen und diese Zeit-

---

[1] v. PUTNOKY u. v. SZELÉNYI l. c.

[2] Über den Grad der Entwässerung der Gele siehe: L. v. PUTNOKY, Math. u. Naturwiss. Anzeiger der ung. Akad. d. Wiss., **46**, 410 (1929).

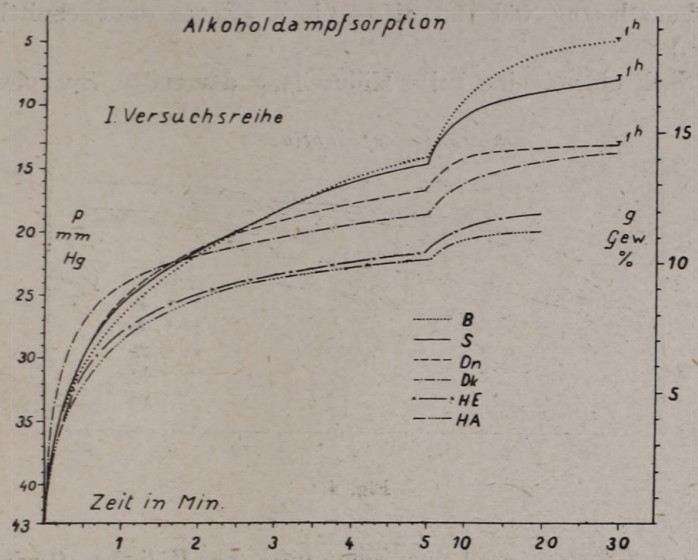

Alkoholdampfsorption
I. Versuchsreihe
p
mm
Hg
g
Gew.
%
1h
1h
1h
B
S
Dn
Dk
HE
HA
Zeit in Min.
5
10
15
20
25
30
35
40
43
15
10
5
1
2
3
4
5
10
20
30

Fig. 2.

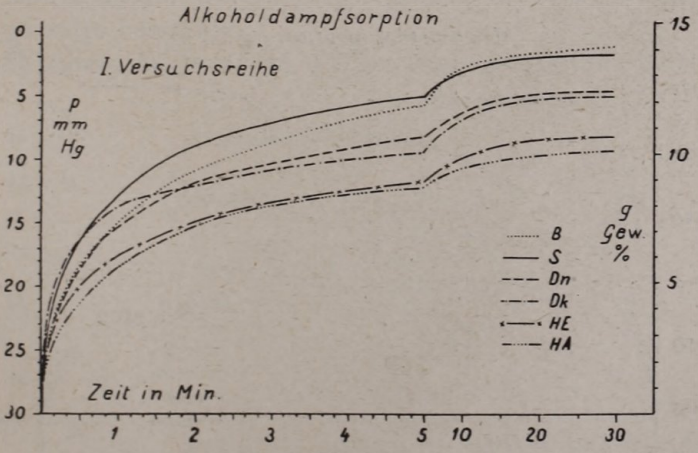

Alkoholdampfsorption
I. Versuchsreihe
p
mm
Hg
g
Gew.
%
B
S
Dn
Dk
HE
HA
Zeit in Min.
0
5
10
15
20
25
30
15
10
5
1
2
3
4
5
10
20
30

Fig. 3.

dauer bei jeder Messungsreihe genau innezuhalten. (Die Gewichtszunahme betrug während dieser einen Minute durchschnittlich 1 mg.)

Nach einem, eine halbe Minute lang dauernden Evakuieren

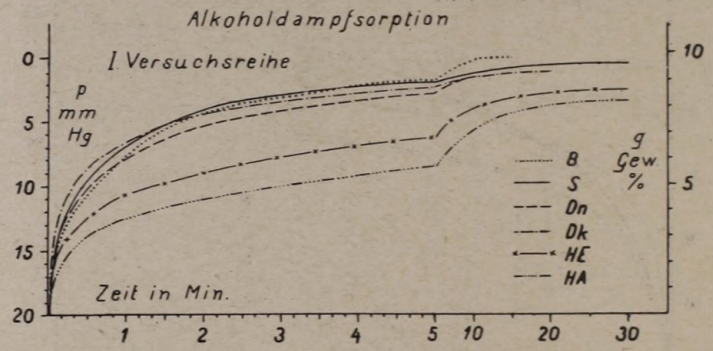


Fig. 4.

wurde das Sorbens samt dem schon luftleeren Kölbchen *C* wieder abgewogen. Sodann wurde in dem Dampfraume *A* (mit dem vorsichtigen Öffnen und bis zur nötigen Zeit dauernden Offenhaltung des zu dem Flüssigkeitsraume *B* führenden Hahnes) der entspre-

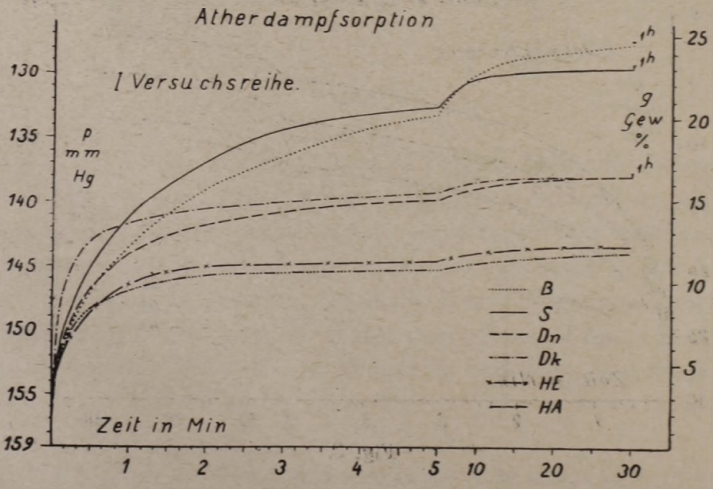


Fig. 5.

chende Dampfdruck eingestellt. Danach wurde der Hahn des Sorptionskölbchens *C* geöffnet und anfänglich nach je 10 Sekunden,

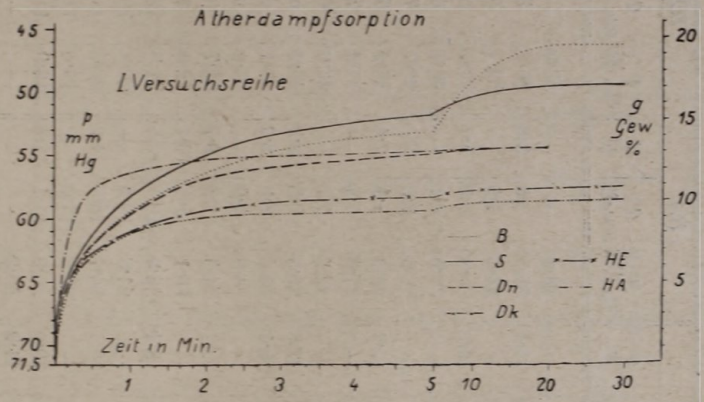


Fig. 6.

später mit der Abnahme der Sorptionsgeschwindigkeit in entsprechenden grösseren Zeiträumen, der Dampfdruck an dem Manometer abgelesen.

Ist das Volumen des Dampfraumes bekannt, so lässt sich aus der Druckabnahme die bis zu jedem Zeitpunkte aufgenommene Dampfmenge berechnen.

So wurden die Daten der «I.» Versuchsreihen bestimmt, welche

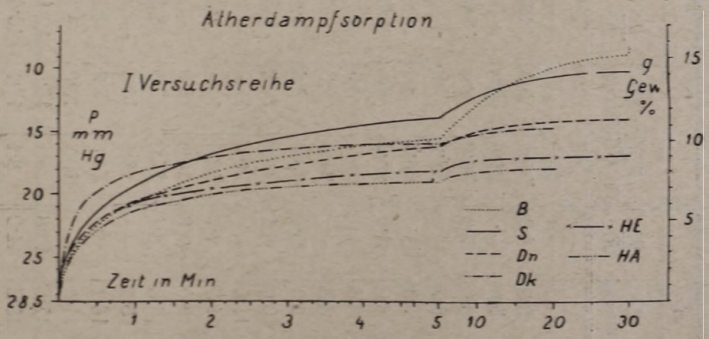


Fig. 7.

Tabelle 1.

Anfangsdruck: 43 $^{m}/_{m}$ *Hg*

Alkoholdampfsorption der untersuchten Gele.

Zeit	*B*			*S*			*Dn*			*Dk*			*HA*			*HE*		
	p $^{m}/_{m}$ *Hg*	g *Gew.-%*	$\frac{g}{F}$	p $^{m}/_{m}$ *Hg*	g *Gew.-%*	$\frac{g}{F}$	p $^{m}/_{m}$ *Hg*	g *Gew.-%*	$\frac{g}{F}$	p $^{m}/_{m}$ *Hg*	g *Gew.-%*	$\frac{g}{F}$	p $^{m}/_{m}$ *Hg*	g *Gew.-%*	$\frac{g}{F}$	p $^{m}/_{m}$ *Hg*	g *Gew.-%*	$\frac{g}{F}$
0″	43·0	—	—	43·0	—	—	43·0	—	—	43·0	—	—	43·0	—	—	43·0	—	—
10″	35·2	3·8	2·3	35·2	3·8	2·3	34·6	4·1	3·2	32·1	5·3	4·2	35·5	3·6	3·8	35·1	3·8	3·8
20″	32·7	5·0	—	31·8	5·5	—	31·7	5·5	—	29·1	6·8	—	33·6	4·6	—	32·7	5·0	—
30″	30·6	6·0	3·6	30·0	6·4	3·9	29·8	6·4	5·0	27·0	7·8	6·2	31·8	5·5	5·7	31·1	5·8	5·8
40″	29·2	6·7	—	28·2	7·2	—	28·1	7·3	—	25·9	8·4	—	30·5	6·1	—	29·7	6·5	—
50″	27·8	7·3	—	26·7	8·0	—	26·7	8·0	—	25·1	8·7	—	29·5	6·6	—	28·7	7·0	—
1′	26·6	8·0	4·9	25·4	8·6	5·2	25·4	8·6	6·8	24·3	9·1	7·2	28·5	7·1	7·4	27·9	7·4	7·4
1′10″	25·6	8·4	—	24·7	8·9	—	24·5	9·0	—	23·8	9·4	—	27·9	7·4	—	27·2	7·7	—
1′20″	24·9	8·8	—	24·0	9·3	—	23·6	9·5	—	23·3	9·6	—	27·2	7·7	—	26·6	8·0	—
1′30″	23·9	9·3	5·6	23·3	9·6	5·8	23·0	9·8	7·7	22·9	9·8	7·8	26·6	8·0	8·3	26·2	8·2	8·2
2′	22·0	10·0	6·1	21·8	10·3	6·3	21·6	10·4	8·2	22·0	10·2	8·1	25·4	8·6	8·9	25·1	8·8	8·8
2′30″	20·4	11·0	—	20·0	11·2	—	20·3	11·1	—	21·2	10·6	—	24·5	9·0	—	24·2	9·2	—
3′	18·8	11·7	7·1	18·6	11·9	7·3	19·4	11·5	9·1	20·6	10·9	8·7	24·0	9·3	9·7	23·7	9·4	9·4
4′	16·1	13·0	7·9	16·5	12·9	—	18·1	12·2	—	19·6	11·4	—	23·1	9·7	10·1	22·8	9·9	9·9
5′	14·5	13·8	8·4	14·8	13·8	8·4	16·8	12·8	10·1	18·9	11·8	9·4	22·3	10·1	10·5	21·8	10·4	10·4
7′	12·0	15·2	—	13·1	14·6	—	15·6	13·4	10·6	—	—	—	21·8	10·4	—	20·8	10·8	—
10′	9·7	16·2	9·8	11·6	15·3	9·3	14·3	14·0	11·1	16·2	13·1	10·4	20·8	10·8	11·3	20·0	11·2	11·2
15′	7·6	17·3	—	10·3	16·0	—	13·9	14·2	—	15·3	13·5	—	20·4	11·0	—	19·4	11·5	—
20′	6·4	17·8	10·8	9·1	16·6	10·1	13·7	14·3	11·3	14·6	13·9	10·9	20·3	11·1	11·6	19·0	11·7	11·7
30′	5·5	18·2	11·0	8·1	17·1	10·4	13·4	14·4	11·3	14·0	14·1	11·2	20·3	—	—	—	—	—
1^{h}	5·0	18·4	11·2	7·6	17·3	10·5	13·1	14·6	11·5	13·8	14·2	—	20·3	—	—	—	—	—

Tabelle 2.

Anfangsdruck: 30 $^{m}/_{m}$ *Hg*

Alkoholdampfsorption der untersuchten Gele.

	B			*S*			*Dn*			*Dk*			*HA*			*HE*		
Zeit	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$
0″	30·0	—	—	30·0	—	—	30·0	—	—	30·0	—	—	30·0	—	—	30·0	—	—
10″	22·6	3·6	2·2	21·1	4·3	2·6	22·3	3·7	2·9	20·5	4·6	3·7	24·4	2·7	2·8	23·0	3·4	3·4
20″	20·2	4·8	—	18·4	5·7	—	19·9	4·9	—	18·2	5·8	—	22·1	3·9	—	21·0	4·4	—
30″	18·3	5·7	3·4	16·4	6·6	4·0	18·3	5·7	4·5	16·4	6·6	5·2	21·0	4·4	4·6	19·6	5·1	5·1
40″	17·1	6·3	—	15·1	7·3	—	17·0	6·3	—	15·2	7·2	—	20·1	4·8	—	18·8	5·5	—
50″	16·0	6·8	—	13·9	7·9	—	16·0	6·8	—	14·3	7·7	—	19·2	5·3	—	18·0	5·9	—
1′	15·1	7·3	4·4	12·9	8·3	5·1	15·2	7·2	5·7	13·7	8·0	6·3	18·6	5·6	5·8	17·4	6·1	6·1
1′10″	14·2	7·7	—	11·9	8·8	—	14·5	7·6	—	13·2	8·2	—	18·0	5·9	—	17·0	6·3	—
1′20″	13·4	8·1	—	11·1	9·2	—	13·8	7·9	—	—	—	—	17·3	6·2	—	16·6	6·5	—
1′30″	12·6	8·5	5·2	10·5	9·5	5·8	13·2	8·2	6·5	12·6	8·5	6·7	16·4	6·6	6·9	16·2	6·7	6·7
2′	10·7	9·4	5·7	8·8	10·3	6·3	11·8	8·9	7·0	12·0	8·8	7·0	15·2	7·2	7·5	15·1	7·2	7·2
2′30″	9·6	10·0	—	7·8	10·8	—	11·1	9·2	—	11·4	9·1	—	14·2	7·7	—	14·1	7·8	—
3′	8·8	10·4	6·3	7·1	11·2	6·8	10·2	9·7	7·6	10·8	9·4	7·5	13·6	8·0	8·3	13·5	8·1	8·1
4′	6·8	11·3	6·9	5·8	11·8	7·2	9·2	10·2	8·0	10·0	9·8	7·8	12·8	8·4	8·7	12·5	8·5	8·5
5′	5·8	11·8	7·2	4·9	12·3	7·5	8·2	10·6	8·3	9·3	10·1	8·0	11·9	8·8	9·2	11·7	8·9	8·9
7′	3·8	12·8	—	3·7	12·8	—	7·2	11·1	—	8·0	10·7	—	11·4	9·1	—	10·7	9·4	—
10′	2·8	13·3	8·1	3·0	13·2	8·1	6·2	11·6	9·1	6·6	11·4	9·2	10·6	9·5	9·9	9·9	9·8	9·8
15′	2·0	13·7	—	2·2	13·6	—	5·3	12·1	—	5·7	11·9	—	—	—	—	8·7	10·4	—
20′	1·6	13·9	8·4	1·9	13·7	8·4	4·8	12·3	9·7	5·3	12·1	9·6	9·7	9·9	10·3	8·3	10·6	10·6
30′	1·0	14·2	8·6	1·8	13·8	8·4	4·6	12·4	9·8	5·0	12·2	—	9·1	10·2	10·6	8·1	10·7	10·7
1h	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4·9	12·3	9·8	—	—	—	—	—	—

Tabelle 3.

Anfangsdruck: 20 $^{m}/_{m}$ *Hg*

Alkoholdampfsorption der untersuchten Gele.

	B			*S*			*Dn*			*Dk*			*HA*			*HE*		
Zeit	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$
0″	20·0	—	—	20·0	—	—	20·0	—	—	20·0	—	—	20·0	—	—	20·0	—	—
10″	14·1	2·9	1·8	13·5	3·2	2·0	13·4	3·2	2·5	12·2	3·8	3·0	16·0	2·0	2·1	14·5	2·7	2·7
20″	12·0	3·9	—	11·5	4·2	—	11·2	4·3	—	9·9	4·9	—	14·4	2·7	—	13·4	3·2	—
30″	10·3	4·6	2·8	9·8	5·0	3·1	10·0	4·9	3·9	8·5	5·6	4·4	13·7	3·1	3·2	12·4	3·7	3·7
40″	9·3	5·2	—	8·8	5·5	—	8·9	5·4	—	7·5	6·1	—	13·3	3·3	—	11·5	4·1	—
50″	8·5	5·6	—	7·9	5·9	—	8·3	5·7	—	7·0	6·4	—	12·7	3·6	—	10·9	4·4	—
1′	7·7	6·0	3·6	7·0	6·3	3·8	7·7	6·0	4·7	6·5	6·6	5·2	12·3	3·8	4·0	10·5	4·6	4·6
1′10″	6·9	6·4	—	6·3	6·7	—	7·1	6·3	—	6·0	6·8	—	—	—	—	—	—	—
1′20″	6·0	6·8	—	5·8	6·9	—	6·5	6·6	—	5·6	7·0	—	—	—	—	—	—	—
1′30″	5·6	7·0	4·2	5·4	7·1	4·3	6·1	6·8	—	5·2	7·2	—	11·5	4·2	—	9·7	5·0	—
2′	4·3	7·7	4·7	3·9	7·9	4·8	5·4	7·1	5·6	4·2	7·7	6·1	10·7	4·5	4·7	9·0	5·4	5·4
2′30″	3·6	8·0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3′	3·2	8·2	5·0	3·0	8·3	5·1	4·0	7·8	6·1	3·4	8·1	6·4	9·9	4·9	5·1	7·6	6·1	6·1
4′	2·3	8·6	—	2·3	8·6	—	3·3	8·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5′	1·8	8·9	5·4	1·8	8·9	5·4	2·6	8·5	6·7	2·1	8·7	6·9	8·3	5·7	5·9	6·1	6·8	6·8
7′	0·5	9·5	—	—	—	—	1·9	8·8	—	1·6	9·0	—	6·8	6·5	—	5·0	7·3	—
10′	0·1	9·7	5·9	1·1	9·2	5·6	1·4	9·1	7·2	1·3	9·1	7·2	5·8	6·9	7·2	3·8	7·9	7·9
15′	0·0	9·8	5·9	0·7	9·4	5·7	—	—	—	—	—	—	4·1	7·8	—	3·1	8·2	—
20′	—	—	—	0·5	9·5	—	1·2	9·2	7·2	—	—	—	3·7	8·0	8·3	2·8	8·4	8·4
30′	—	—	—	0·3	9·6	5·9	—	—	—	—	—	—	3·3	8·2	8·5	2·6	8·5	—
1h	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3·1	8·3	8·6	2·4	8·6	8·6

Tabelle 4.

Anfangsdruck: 159 $^{m}/_{m}$ *Hg*

Ätherdampfsorption der untersuchten Gele.

	B			*S*			*Dn*			*Dk*			*HA*			*HE*		
Zeit	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$
0″	159·0	—	—	159·0	—	—	159·0	—	—	159·0	—	—	159·0	—	—	159·0	—	—
10″	151·5	5·9	3·6	149·5	7·5	4·6	150·7	6·5	5·1	146·1	10·1	8·0	151·6	5·8	6·1	151·2	6·1	6·1
20″	148·9	7·9	—	146·6	9·8	—	148·5	8·2	—	144·1	11·7	—	149·3	7·6	—	149·7	—	—
30″	147·1	9·3	5·6	144·7	11·2	6·8	146·8	9·5	7·5	143·1	12·4	9·8	148·4	8·3	8·7	148·9	7·9	7·9
40″	145·7	10·4	—	143·1	12·5	—	145·7	10·4	—	142·5	12·9	—	147·8	8·8	—	147·9	—	—
50″	144·5	11·3	—	141·9	13·4	—	144·7	11·2	—	142·1	13·2	—	147·4	9·1	—	147·0	—	—
1′	143·5	12·1	7·3	141·0	14·1	8·6	144·0	11·7	9·2	141·7	13·5	10·7	147·0	9·4	9·8	146·4	9·9	9·9
1′10″	142·5	12·9	—	140·0	14·9	—	143·4	12·2	—	141·4	13·8	—	—	—	—	—	—	—
1′20″	141·7	13·5	—	139·3	15·4	—	142·9	12·6	—	141·2	13·9	—	—	—	—	—	—	—
1′30″	140·9	14·2	8·6	138·4	16·2	9·9	142·5	12·9	10·2	141·0	14·1	11·2	146·1	10·1	—	145·5	—	—
2′	138·9	15·7	9·5	136·6	17·5	10·7	141·8	13·5	10·6	140·4	14·5	11·5	145·7	10·4	10·9	145·0	11·0	11·0
2′30″	137·5	16·8	—	135·2	18·6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3′	136·4	17·7	10·7	134·2	19·4	11·8	140·5	14·5	11·4	139·9	14·9	11·8	—	—	—	—	—	—
4′	134·3	19·3	11·7	133·0	20·3	12·4	—	—	—	139·5	15·3	—	—	—	—	—	—	—
5′	133·0	20·3	12·3	132·4	20·8	12·7	139·6	15·2	12·0	139·1	15·6	12·4	145·0	11·0	11·5	144·3	11·5	11·5
7′	131·3	21·7	—	131·2	21·7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10′	129·8	22·8	13·8	130·2	22·5	13·7	138·8	15·8	12·5	138·1	16·3	12·9	144·5	11·3	11·8	144·0	11·8	11·8
15′	128·8	23·6	—	129·8	22·8	—	138·3	16·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20′	128·4	23·9	14·5	129·6	23·0	14·0	138·1	16·3	12·8	137·9	16·5	13·1	144·0	11·7	12·2	143·4	12·2	12·2
30′	127·6	24·6	14·9	129·4	23·1	14·1	137·8	16·6	13·1	137·7	16·7	13·2	143·8	11·9	12·4	143·2	12·4	12·4
1h	127·3	24·8	15·0	129·1	23·4	14·3	137·5	16·8	13·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 5.

Ätherdampfsorption der untersuchten Gele.

Anfangsdruck: 71·5 $^{m}/_{m}$ *Hg*

	B			*S*			*Dn*			*Dk*			*HA*			*HE*		
Zeit	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$	*p*	*g*	$\frac{g}{F}$
0″	71·5	—	—	71·5	—	—	71·5	—	—	71·5	—	—	71·5	—	—	71·5	—	—
10″	66·9	3·6	2·2	64·8	5·2	3·2	65·2	4·9	3·9	60·6	7·7	6·1	65·5	4·7	4·9	65·2	4·9	4·9
20″	63·8	6·0	—	62·9	6·7	—	63·4	6·3	—	58·8	9·9	—	63·9	5·9	—	63·9	5·9	—
30″	62·2	7·3	4·4	61·3	8·0	4·9	62·0	7·4	5·8	57·6	10·4	8·3	63·1	6·6	6·9	63·0	6·7	6·7
40″	61·2	8·1	—	60·1	8·9	—	61·0	8·2	—	57·0	11·3	—	62·3	7·2	—	62·2	7·3	—
50″	60·4	8·7	—	59·1	9·7	—	60·3	8·8	—	56·6	11·7	—	61·6	7·7	—	61·6	7·7	—
1′	59·7	9·2	5·6	58·1	10·5	6·4	59·5	9·4	7·4	56·4	11·8	9·4	61·1	8·1	8·4	61·0	8·2	8·2
1′10″	58·8	9·9	—	57·3	11·1	—	58·8	9·9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1′20″	58·2	10·4	—	56·7	11·6	—	58·4	10·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1′30″	57·8	10·7	—	56·3	11·9	—	57·9	10·6	—	55·7	12·4	—	60·3	8·8	—	60·0	9·0	—
2′	56·4	11·8	7·2	54·8	13·1	8·0	56·7	11·6	9·1	55·2	12·8	10·2	59·9	9·1	9·5	59·3	9·5	9·5
2′30″	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3′	54·6	13·2	8·0	53·3	14·2	8·7	55·9	12·2	9·6	55·0	12·9	—	59·4	9·5	9·9	58·7	10·0	10·0
4′	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5′	52·1	14·4	8·7	51·6	15·6	9·5	55·1	12·8	10·1	54·8	13·1	10·4	59·2	9·6	10·0	58·3	10·3	10·3
7′	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10′	48·9	17·7	10·7	50·3	16·6	10·1	54·7	13·1	10·3	54·6	13·2	10·5	58·8	9·9	10·3	57·8	10·7	10·7
15′	47·5	18·8	—	49·9	16·9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20′	46·4	19·6	—	49·7	17·1	—	54·6	13·2	10·4	54·5	13·3	10·6	—	—	—	—	—	—
30′	46·2	19·8	12·0	49·6	17·2	10·5	—	—	—	—	—	—	58·6	10·1	10·5	57·6	10·9	10·9
1h	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 6.

Anfangsdruck: 28·5 $^{m}/_{m}$ *Hg*

Ätherdampfsorption der untersuchten Gele.

	B			*S*			*Dn*			*Dk*			*HA*			*HE*		
Zeit	p	g	$\frac{g}{F}$	p	g	$\frac{g}{F}$	p	g	$\frac{g}{F}$	p	g	$\frac{g}{F}$	p	g	$\frac{g}{F}$	p	g	$\frac{g}{F}$
0″	28·5	—	—	28·5	—	—	28·5	—	—	28·5	—	—	28·5	—	—	28·5	—	—
10″	24·7	3·0	1·8	23·8	3·7	2·1	24·3	3·2	2·5	22·5	4·7	3·7	24·7	2·9	3·0	24·2	3·4	3·4
20″	23·7	3·8	—	22·4	4·8	—	23·1	4·2	—	20·5	6·3	—	23·5	3·9	—	23·0	4·3	—
30″	22·7	4·5	2·7	21·5	5·5	3·4	22·3	4·8	3·8	19·7	6·9	5·5	22·7	4·5	4·8	22·2	5·0	5·0
40″	21·8	5·2	—	20·7	6·1	—	21·7	5·3	—	19·1	7·4	—	22·2	4·9	—	21·6	5·4	—
50″	21·2	5·7	—	19·8	6·8	—	21·1	5·8	—	18·6	7·8	—	21·8	5·3	—	21·1	5·8	—
1′	20·6	6·2	3·8	19·4	7·1	4·3	20·5	6·3	5·0	18·2	8·1	6·4	21·5	5·5	5·7	20·7	6·1	6·1
1′10″	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1′20″	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1′30″	19·4	7·1	—	17·9	8·3	—	19·6	7·0	—	17·7	8·5	—	20·6	6·2	—	20·0	6·7	—
2′	18·3	8·0	4·8	16·5	9·4	5·7	18·9	7·5	5·9	17·1	8·9	7·1	20·0	6·7	7·0	19·6	7·0	7·0
2′30″	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3′	17·1	8·9	—	15·5	10·2	—	17·7	8·5	—	16·2	9·6	—	19·5	7·1	—	19·0	7·5	—
4′	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5′	15·5	10·2	6·2	13·7	11·6	7·1	16·2	9·6	7·6	15·9	9·9	7·9	18·9	7·5	7·8	18·1	8·2	8·2
7′	14·2	11·2	—	12·8	12·3	—	15·6	10·1	—	15·6	10·1	—	—	—	—	—	—	—
10′	12·7	12·4	7·5	12·0	12·9	7·9	14·8	10·7	8·5	15·2	10·4	8·3	18·1	8·1	8·4	17·2	8·9	8·9
15′	11·0	13·7	—	10·9	13·8	—	14·4	11·1	—	14·8	10·7	—	—	—	—	—	—	—
20′	9·9	14·5	—	10·4	14·2	—	14·2	11·2	—	14·7	10·8	8·6	17·7	8·5	8·9	16·9	9·1	9·1
30′	8·8	15·4	9·3	10·2	14·3	8·7	14·0	11·3	8·9	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1h	8·5	15·7	9·5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

in Zahlenwerten in den Tabellen 1—6 [1] und graphisch aufgetragen in Fig. 2—7 zu ersehen sind. p bedeutet den jeweiligen Dampfdruck, g die Menge des sorbierten Alkohol- bzw. Ätherdampfes: je ausgedrückt in den Gewichtsprozenten des Kieselsäuregels.

Nach der Einstellung des Gleichgewichtszustandes wurde der Hahn des Kölbchens C verschlossen, das Kölbchen abgenommen und seine Gewichtszunahme — zwecks Kontrolle der aus der Druckabnahme berechneten sorbierten Dampfmengen — durch Wägung bestimmt.

Bei der Untersuchung der *Alkohol*sorption wurde nachher in dem Sorptionsraume der Anfangsdruck wieder eingestellt und der

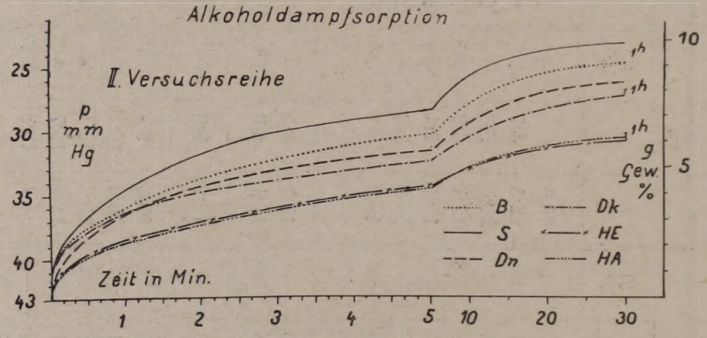


Fig. 8.

Versuch weiter geführt. («II.» Versuchsreihen, graphisch abgebildet in Fig. 8—10.)[2]

Dieses Verfahren nochmals wiederholend erhielten wir die «III.» Versuchsreihen, bei denen der Gang der entsprechenden Werte — qualitativ — von der «II.» Reihen nur wenig verschieden ist. Dies zeigt, dass die Umstände, welche die Sorptionsgeschwindigkeit in den «II.» Versuchsreihen bestimmen, sich auch in den «dritten» kaum geändert haben. Da die Daten der «III.» Versuchsreihen nur die Folgerungen, die aus den «I.» und «II.» Reihen zu ziehen

[1] Die Daten der Tabellen 4—6 sind zum Teil aus der unveröffentlichten Diplomarbeit des Herrn Dipl. Ing. EUGEN PAP entnommen bzw. errechnet.

[2] Da diese Werte weniger wichtig sind, wurde wegen Raumsparen auf ihr *zahlenmässiges* Angeben verzichtet.

sind, bestätigen, haben wir — um den Umfang unserer Abhandlung zu vermindern — auf die Bekanntmachung der Angaben der «III.» Versuchsreihe ganz verzichtet.[1]

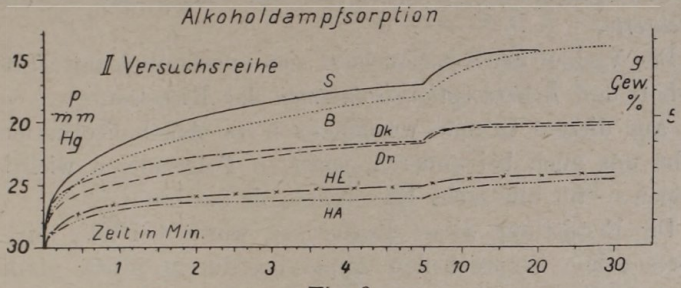


Fig. 9.

Bei dem Einstellen des Druckes musste auch das Volum des Kölbchens *C* in Betracht gezogen werden, in welchem sich vor den «I.» Versuchen luftleerer Raum, vor den «II.» und «III.» dagegen ein, dem Endzustande des vorgehenden Versuches entsprechender Dampfdruck befindet.[2]

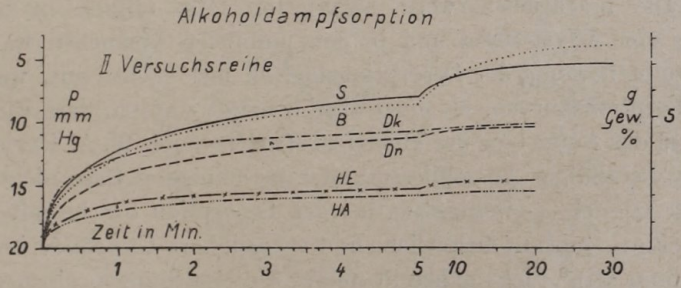


Fig. 10.

---

[1] Die Äthersorption wurde nur in einer Versuchsreihe untersucht, da die bei diesen Versuchen auftretende Druckabnahme den Anfangsdrucken angemessen viel kleiner war, als bei den «I.» Versuchsreihen der Alkoholdampfversuche, so dass die Gele in den «II.» Reihen nur sehr wenig Ätherdampf hätten sorbieren können.

[2] Folglich musste der Druck anfänglich etwas höher eingestellt werden, dass er erst *nach* dem Öffnen des Hahnes des Kölbchens *C* zu dem gewünschten Werte sinke. Diese Druckkorrektion lässt sich sowohl durch die Berechnung, wie auch empirisch bestimmen.

Jeder Versuch wurde zweimal ausgeführt und nur jene Ergebnisse wurden als richtig angenommen, deren Werte einen kleineren Unterschied als 0·5 mm Hg aufwiesen. Alle Tabellen und alle Diagramme enthalten die auf solcher Art bestimmten *Mittelwerte.*

Der Verlauf der Sorption lässt sich anschaulich mit Hilfe der Alkohol- und Äther*sorptionsisothermen* der Kieselsäuregele verfolgen. Aus diesem Grunde wurden auch die Alkoholisothermen — welche uns auch bei anderen, späteren Folgerungen wichtig erschienen — für alle sechs Kieselsäuregele bestimmt.

Die Ermittlung dieser Isothermen wurde bei 20°, mit Hilfe unseres schon besprochenen Apparates durchgeführt, ähnlicherweise wie die Bestimmung der Geschwindigkeitskurven. Mit dem Unterschiede jedoch, dass der Druck erst *nach* der Einstellung des Gleichgewichtes abgelesen wurde. Die aufgenommene Alkoholmenge wurde durch die Gewichtszunahme des Kölbchens *C* bestimmt.

Es wurden so die Sorptions- wie auch die Desorptionskurven ermittelt (Fig. 11).[1]

Die beschriebenerweise aktivierten Gele zeigten in jedem Falle eine «Hysteresis» und in den parallelen Versuchen war die Übereinstimmung der Desorptionskurven fast ebenso gut, wie die der Sorptionskurven. Es muss aber bemerkt werden, dass wir den Grund des Auftretens der Hysteresis (welche nach W. A. Patrick[2] bei vollständiger Ausschliessung der permanenten Gase nicht eintrifft, folglich — wenigstens bei der Desorption des betreffenden Sorptivs — nur auf äusserliche und vermeidbare Umstände zurückzuführen sei),[3] nicht näher in unsere Untersuchungen einzogen.

Da die Dampfspannungsisothermen eigentlich aus Serien von

---

[1] Die Isothermen der Gele *Dn* und *Dk* fallen im grössten Teile ihres Verlaufes zusammen.

[2] C. 1930. II. 2621.

[3] Nach den Untersuchungen von J. C. Philip (Z. angew. Chem. **43**, 178, 1930) tritt auch bei der Sorption von chemisch-reinen Bensoldämpfen keine Hysteresis auf. Ähnliche Resultate erhielt P. Kubelka (Koll Ztschr. **55**, 129 (1931) betreffs der Benzol- und Chlorpikrindampfsorption an aktiven Kohlen.

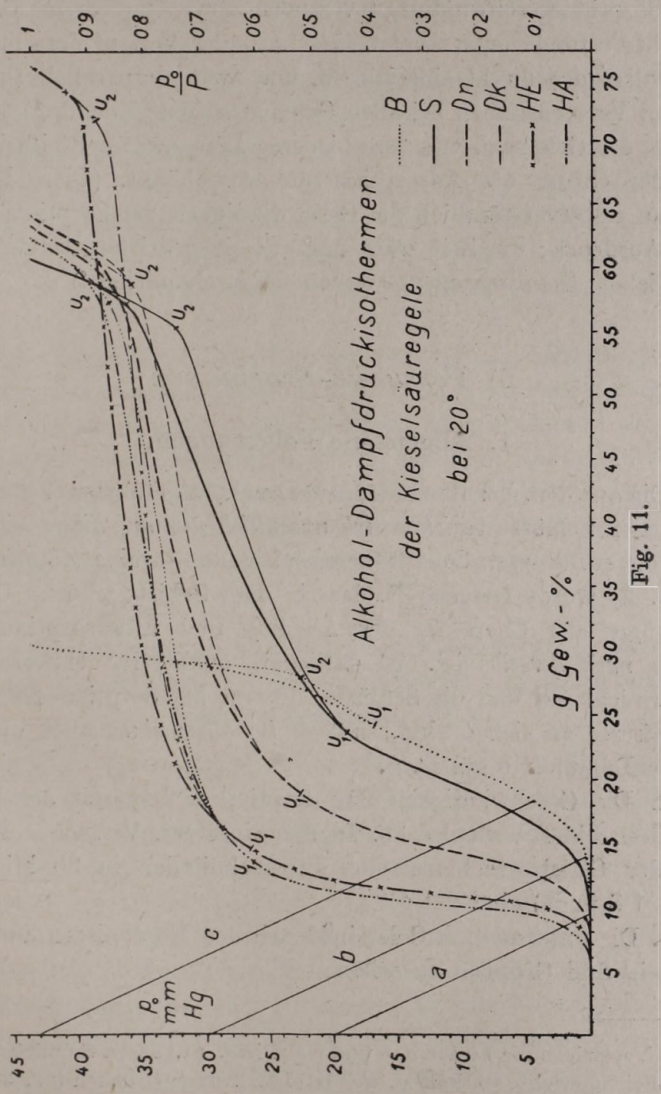

Alkohol-Dampfdruckisothermen
der Kieselsäuregele
bei 20°
B
S
Dn
Dk
HE
HA
g Gew.-%
$\frac{P_0}{P}$
P_0 mm Hg
a
b
c

Fig. 11.

Gleichgewichtszuständen bestehen und die Endpunkte der einzelnen Sorptionsgeschwindigkeitsversuche auch je einem Gleichgewichtszustande entsprechen, lässt sich der Verlauf derselben in die Isothermen direkt einzeichnen, und zwar als parallele (in den «ersten» Versuchsreihen bei allen Gelen zusammenfallende [1]) gerade Linien, der Gele nach von verschiedener Länge, deren Steilheit nur von der Grösse des Adsorptionsraumes abhängt. (Diese Linien bringen selbstverständlich die Geschwindigkeit der Sorption nicht zum Ausdruck; die Zeit wäre nur auf einer dritten Achse eines räumlichen Koordinatensystems zu veranschaulichen!)

B) *Versuchs-Ergebnisse.*

1. Allgemeine Folgerungen.

Die aus den, bei abnehmendem Druck ausgeführten Versuchen gezogenen Schlüsse *beziehen sich wesentlich nur auf die* — sich an der inneren, aktiven Oberfläche abspielende — *reine Adsorption.*[2]

1. Es wurde festgestellt, dass in dem Gebiete unserer Untersuchungen der Charakter der Alkohol- und Äthersorption *dem Wesen nach derselbe* ist. Wesentlichere qualitative Unterschiede treten nicht auf und die Schlüsse, die aus der Sorption der *einen* Dampfsorte zu ziehen sind, sind so *im allgemeinen* auch auf die andere Dampfsorte gültig.

2. Die Geschwindigkeit der Sorption nimmt mit dem Vorschreiten seines Verlaufes ab. In den einzelnen Versuchen stellte sich der Gleichgewichtszustand durchschnittlich in 30 Minuten (max. 1 Stunde) ein.

3. Die untersuchten Gele sind nach den Ergebnissen der Versuche in drei Gruppen zu teilen:

---

[1] Vergleiche die Linien *a*, *b* und *c* auf Fig. 11, deren Schnittpunkte jene Gleichgewichte enthalten, welche den Anfangsdrucken (20, 30 und 43 mm Hg) der Reihe nach entsprechen.

[2] Die «I.» Versuchsreihen nämlich, welche den wichtigsten Teil unserer Untersuchungen bilden, laufen grösstenteils in der ersten, *Adsorptions*phase der Sorption ab.

1. Gele *B* und *S*,
2. Gele *Dn* und *Dk*,
3. Gele *HA* und *HE*.

Anfänglich sind die Sorptionsgeschwindigkeiten sowohl bei der Alkohol- als auch bei der Ätherdampfsorption — und in sämtlichen Versuchsreihen! — in den ersten und zweiten Gruppen die Grössten, in der dritten die Kleinsten. Die Werte der ersten Gruppe stellen sich aber durchschnittlich in einer Minute an die Spitze, so dass die Diagramme sich in drei Paare trennen und diese Getrenntheit bis zu der Einstellung des Gleichgewichtes auch beibehalten.

Die Geschwindigkeits-*Unterschiede* nehmen mit dem Vorschreiten der Sorption meist ab und die Geschwindigkeiten werden stellenweise annähernd gleich. (Eine auffallende Ausnahme bildet das *Dk*-Gel, dessen Sorptionsgeschwindigkeit in den ersten 30—40 Sekunden sogar die der ersten Gruppe stark übertrifft, später aber auch wieder schnell zurücksinkt. Auf die Erklärung dieser Erscheinung kommen wir später noch zurück. Verg. Fig. 2—7.)

2. Die Analyse der untersuchten Sorptionsvorgänge hinsichtlich der die relative Grösse ihrer Sorptionsgeschwindigkeit bestimmenden Faktoren.

Werden die Ergebnisse der Versuche für Alkohol bzw. für Äther je für sich allein in das Auge gefasst, so sind als die, die Sorptionsgeschwindigkeit bestimmenden und *während des Versuches sich ändernden, sowie die nach der Gelart sich variierenden Faktoren:* der Dampfdruck, die Sorptionswärme, der Sättigungsgrad und die mit der Struktur des Gels zusammenhängende Eigenschaften (Korngrösse, Gestalt der Körner, Gestalt und Grösse der Kapillaren, Grösse der aktiven, inneren Oberfläche) zu betrachten.

In jedem Falle bleibt das Sorptiv (Alkohol bzw. Äther) hier dasselbe. Abgesehen von den durch den exothermen Sorptionsvorgang verursachten, unvermeidlichen Temperatursteigungen, kann auch die Temperatur als annähernd konstant — also unvariiert — betrachtet werden.

1. *Adsorptionsoberfläche.* Ganz allgemein — ohne auf deren

Wesen und Verteilung einzugehen — kann die gerade Proportionalität der Adsorptionskräfte mit der aktiven Oberfläche angenommen werden. Folglich muss bei sonst gleichen Umständen — die Periode der Kapillarkondensation nun ausser Acht lassend — nicht nur zwischen der Adsorptionsoberfläche und der adsorbierten Dampfmenge, sondern auch zwischen der spezifischen Oberfläche (Oberfläche pro Gewichtseinheit) und der auf die Gewichtseinheit bezogenen Adsorptionsgeschwindigkeit eine gewisse Proportionalität vorhanden sein.

Kann also die spezifische Oberfläche ermittelt werden, so ist damit die Möglichkeit geboten, Beziehung zwischen der aktiven Oberfläche und der Adsorptionsgeschwindigkeit zu suchen.

(Die Adsorptionsoberfläche eines Kieselsäuregels kann der *inneren* Oberfläche der Kapillaren gleich gesetzt werden, indem die äussere Kornoberfläche neben der inneren vernachlässigt werden kann.)

Auf Grund der Theorie der Kapillarkondensation ZSIGMONDYS [1] lässt sich die Grösse der Kapillarradien annähernd berechnen, angenommen, dass die Kapillaren zylindrisch und durch das Sorptiv (in diesem Falle Alkohol) vollständig benetzbar sind. Im Kenntnisse des Gesamtvolumens der Kapillaren lässt sich aus diesen Werten die innere Kapillaroberfläche ermitteln. Zu der Erhaltung absoluter Werte müsste aber auch die durch die Kreuzung der Kapillaren verursachte Oberflächenverminderung in Betracht gezogen werden. Da wir uns in den Folgenden nur auf das *Vergleichen* der Gele, also auf die Bestimmung ihrer *relativen* Oberfläche beschränken, bedienen wir uns nicht dieser umständlichen und wohl nur annähernden [2] Berechnung, unter der Annahme, dass die innere Oberfläche der verschiedenen, von uns untersuchten Gele durch die Kreuzung der Kapillaren annähernd *proportional* vermindert wird, d. h. wir nehmen an, dass das Verhältnis der inneren Oberflächen zweier beliebigen Gele auch mit Rücksicht auf die Kreuzung der Kapillaren unverändert bleibt.

---

[1] Z. anorg. Chem. **71**, 356 (1911) etc.

[2] Es ist ja nicht bewiesen, dass die Kapillare wirklich von zylindrischer Form sind und sich regelmässig kreuzen!

Das Porenvolumen (V) eines Gels ist seiner Sorptionsfähigkeit, d. h. diesfalls der maximal aufgenommenen Alkoholmenge M (in Gewichtsprozenten) proportional.[1]

So lässt sich das Porenvolumen nach der Gleichung:

$$V = \frac{M\,\%}{100 \,.\, 0{\cdot}789}^{2} \qquad (1)$$

berechnen. (Siehe Tab. 7.)

0,789 ist die Dichte des absoluten Alkohols bei 20°. (Die gewiss wohl etwas grössere, als die normale Dichte des Alkohols in den Kapillaren wurde als unbedeutend vernachlässigt.)

Da im allgemeinen die Kapillaren der Gele von verschiedener Grösse sind, verteilen wir das Kapillarsystem in n solche gleiche v Volumina, in denen die Kapillarradien annähernd gleich angenommen werden können.

$$v_1 = x_1 r_1^2 \pi l \ldots v_n = x_n r_n^2 \pi l$$

wo l die Länge der Kapillaren, $x_1, x_2, \ldots x_n$ die Zahlen der in den einzelnen Gruppen sich befindenden Kapillaren bedeutet.

$$v_1 + v_2 + \cdots + v_n = nv = V.$$

Die innere Oberfläche der Kapillaren ist in je einer Gruppe:

$$f_1 = x_1 2r_1 \pi l \ldots f_n = x_n 2r_n \pi l.$$

Setzen wir $x = \frac{v}{r^2 \pi l}$ ein, so ergibt sich für die Gesamtoberfläche der Kapillaren:

$$F = 2\left[\frac{v_1}{r_1} + \frac{v_2}{r_2} + \cdots + \frac{v_n}{r_n}\right] = 2v\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_n}\right] =$$
$$= 2V\frac{1}{n}\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_n}\right].$$

---

[1] Eventuell anwesende äusserst weite Kapillare, welche — da die Kapillarkräfte in ihnen entsprechend klein sind — während der Kapillarkondensation nicht ausgefüllt werden können, seien hierbei ausser Betracht gelassen.

[2] J. S. Anderson l. c.

Die Kapillarradien können durch die zuerst von W. THOMSON [1] abgeleiteten und auch von J. S. ANDERSON [2] benützten Formel:

$$r = \frac{2\sigma s_g \cdot 0{\cdot}4343}{s_f P \log \frac{P}{p}} \qquad (2)$$

berechnet werden, in der:

σ = die Oberflächenspannung des abs. Alkohols,

s_f = die Dichte des flüssigen Alkohols bei 20°,

s_g = die Dichte des bei 20° gesättigten Alkoholdampfes,

P = der Druck des bei 20° gesättigten Alkoholdampfes in cm Hg.

$p = p_1, p_2, \ldots p_n$ sind die Gleichgewichtsdrucke in jener Periode der Desorption, in welcher die Kapillaren (mit den Radien $r_1 \ldots r_n$) sich leeren und welche nach der grundlegenden Theorie ZSIGMONDYS annähernd durch je zwei Punkte, durch die sog. Umschlagspunkte (vergl. U_1 und U_2 auf den Dampfdruckisothermen) begrenzt wird.

Im allgemeinen fallen diese Punkte in zwei charakteristische Krümmungen der Isothermen (vergl. Fig. 11) und können dort als die Punkte mit den kleinsten Krümmungsradien betrachtet werden. $p_1, p_2, \ldots p_n$ sind daher gleich den zu dem Teil $U_1 - U_2$ der Desorptionskurven gehörenden Gleichgewichtsdrucken.

Im Gegensatz zu ZSIGMONDYS Auffassung deuten die Schlüsse von P. KUBELKA [3] darauf hin, dass dem wirklichen Gleichgewichtszustande die *Sorptionskurven* entsprechen.

Diese, mit der Hysteresis zusammenhängende und noch keinesfalls in allen Beziehungen geklärte Frage kann aber in Bezug auf unsere Untersuchungen von keiner wesentlichen Bedeutung sein: denn die relativen Werte der Tab. 7 werden nur ganz belanglos von dem Umstande beeinflusst, ob sie aus den Sorptionsdaten oder aus den dazugehörigen Desorptionsdaten errechnet worden sind.

Zu der Berechnung der *relativen* inneren Oberflächen der Kieselsäuregele müssen aus den Formeln (2) der Radien nur die

[1] Phil. Mag. (4), **42**, 448 (1871).

[2] L. c.

[3] Koll. Ztschr. **55**, 129 (1931).

Quotienten $\frac{1}{\log \frac{P}{p}}$, bzw. für $\frac{1}{r}$ nur die Werte $\log \frac{P}{p}$ miteinander verglichen werden; die übrigen — für jedes Gel gleichen — Faktoren fallen aus.[1]

Die absolute Grösse der Kapillarradien konnte nach Formel (2) ohnedem nicht mit hinreichender Genauigkeit ermittelt werden, da s und σ in den Kapillaren eine mathematisch nocht nicht zugängliche Änderung erleiden.[2]

$$\log \frac{P}{p_1} + \cdots + \log \frac{P}{p_n} = \log \frac{P^n}{p_1 \cdot p_2 \cdots p_n}$$

Eingesetzt in die Gleichung von F:

$$F \text{ (relative!)} = 2V \left[\log \frac{P}{(p_1 \cdot p_2 \cdots p_n)^{\frac{1}{n}}} \right].$$

Bezeichnen wir $\log \frac{P}{(p_1 p_2 \cdots p_n)^{\frac{1}{n}}}$ mit $\frac{1}{r_k}$, so ergibt sich dessen Reziprokwert: r_k als die relative Grösse des «mittleren»[3] Kapillarradien der Gele.

Zu der richtigen Beurteilung der mit der aufgeführten Rechnungsmethode erhaltenen Ergebnisse können jedoch gewisse Umstände nicht ausser Betracht gelassen werden. Und zwar:

a) Die Lage der Umschlagspunkte ist bei einigen Gelen nicht genau festzustellen. U_1 ist, wie aus Fig. 11 ersichtlich, schon in den Dampfdruckisothermen der Gele *Dn* und *Dk* geometrisch nicht

---

[1] Es wäre sogar die unvollkommene Benetzung der Kapillarwände auf die relativen Werte von keinem Einfluss, natürlich vorausgesetzt, dass der Randwinkel φ während der Sättigung der Kapillaren sich nicht beträchtlich ändert.

[2] Vergl. auch die Mitteilung (Koll. Ztschr. l. c.) von P. KUBELKA.

[3] Da die Berechnungen den Wert: $\frac{1}{r_k}$ ergeben, sind die r_k Werte — wie aus den Berechnungen ersichtlich — im engeren Sinne nicht als «Mittelwerte», sondern als *Resultanten* sämtlicher Radien des Kapillarsystems in einem Gel zu betrachten.

gut definiert, während in der Isotherme des *B*-Gels, wo U_2 auch nur annähernd zu bestimmen ist, nur eine kaum merkliche und den Versuchsfehlern unterworfene Krümmung auf U_1 hindeutet.

Die wahrscheinliche Ursache dieser auffallenden Ausnahme lässt sich in den äusserst feinen — ihrer Grössenordnung nach wohl den molekularen Dimensionen nahestehenden — Kapillardurchmessern des *B*-Gels finden.

Angenommen, dass, infolge der geringen Wirkungsweite der Adsorptionskräfte, an der Oberfläche sich zumeist nur eine monomolekulare Adsorptionsschicht bildet,[1] wäre die Dicke der einfach molekularen Alkoholschichte[2] — berechnet aus dem Molekularvolumen des Alkohols bei 20° — etwa 0,45 $\mu\mu$.

Schon die Untersuchungen von Wood[3] und Knudsen,[4] welche neuerdings unter anderen auch durch die theoretischen Betrachtungen N. Semenoffs[5] bestätigt wurden, sprechen von der Möglichkeit, dass eine *Kondensation* in der Adsorptionsschichte schon infolge der Adsorptionskräfte hervorgerufen werden kann.

Durch die einfach-molekulare Alkohol-Adsorptionsschichte werden daher die Kapillaren 1 $\mu\mu$ Durchmessers fast vollkommen und sogar die von 3·5 $\mu\mu$ Durchmesser nahe zu 50 % gefüllt.

Wir können also annehmen, dass das Porenvolumen der Gel *B* grösstenteils schon in jener Periode des Vorganges gefüllt wird, in welcher die Sorption im wesentlichen den *Adsorptionswirkungen* zuzuschreiben ist, so dass durch die Kapillarkräfte — bis zur *vollkommenen* Sättigung — nur *noch wenig Dampf* kondensiert werden kann. Demgemäss ist eine verhältnismässig kurze Kapillarkondensationsperiode und ein entsprechend stetig starkes Steigen des Gleichgewichtsdruckes zu erwarten, wie dies aus der Dampfdruckisotherme dieses Gels (siehe Fig. 11) — in welcher die Umschlagsperiode den anderen Gelen gegenüber äusserst schroff verläuft und fast keine Biegung aufweist — auch zu ersehen ist.

---

[1] J. Langmuir, J. Amer. Chem. Soc. **40**, 1361 (1918) etc.

[2] Für die annähernde Dichte der Schichte wurde die des flüssigen Alkohols angenommen.

[3] Phil. Mag. **32**, 365 (1916).

[4] Ann. Physik **50**, 472 (1916).

[5] Z. phys. Chem. B. **7**, 471 (1930).

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYV

b) Die mit der Gleichung (2) errechneten Kapillarradien sind — infolge der Anwesenheit dieser eben erwähnten molekularen Adsorptionsschichte — kleiner als die wirklichen Radienwerte.[1] Die so erfolgte Abnahme der Radien ist — dieselbe Adsorptionsschichtdicke vorausgesetzt — desto grösser, je feiner die Kapillaren schon ursprünglich waren. Durch diesen Umstand werden also die r_k Werte der Gele mit *feinerer* Kapillarstruktur eine *grössere* Verminderung erleiden, als die Gele mit weiteren Kapillaren.

Durch die Adsorptionsschichte wird auch das *freie Volumen* der Kapillaren vermindert, so dass in der Umschlagsperiode nicht das *ganze* Kapillarvolumen erfüllt wird — wie es in den Berechnungen angenommen wurde —, sondern nur dessen in der Adsorptionsperiode nicht gesättigter Teil. Bei den engeren Kapillaren ist selbstverständlich die relative Abnahme der freien Kapillarvolumina auch grösser, d. h. zu Beginn der eigentlichen Kapillarkondensationsperiode haben diese feineren Kapillaren einen kleineren Teil ihres ursprünglichen Volumens leer, als die weiteren, wenn die feineren Kapillaren überhaupt nicht schon vorher vollkommen gesättigt worden sind.

Da wir die einzelnen, zur Ermittlung des Mittelwertes dienenden Drucke nach *gleichen*, in der Umschlagsperiode sich füllenden Volumina aufgenommen haben, können die engeren Kapillaren in diesen Mittelwerten weniger zur Geltung gelangen, als es der Proportion ihres wirklichen Volumens entspricht. Die berechneten r_k Werte werden allgemein umso *grösser* ausfallen, von je *feinerer* Kapillarstruktur die einzelnen Gele sind.

Die, auf die eben erörterten, zweierlei Ursachen zurückzuführenden Verschiebungen der relativen r_k Werte sind also von entgegengesetzter Richtung, gleichen sich teilweise gegenseitig aus und verursachen so — wie es angenommen werden kann — keine nahmhafte Veränderung, vorausgesetzt, dass die Periode der Kapillarkondensation im Vergleich zu den anderen Perioden des Sorptionsvorganges von genügender Ausbreitung ist.

Nun ist diese Periode der Kapillarkondensation — wie schon erwähnt — bei dem *B*-Gel äusserst kurz. Das Kapillarvolumen

[1] Siehe: E. Hückel l. c. S. 282—283.

dieses Gels — und vor allem die feinsten Kapillaren — werden grösstenteils schon in der Adsorptionsperiode bezw. in der — von der ersten Biegung der Isotherme bis zu dem Punkte U_1 sich erstreckenden — «Übergangsperiode» gesättigt. Demzufolge treten hier die Umstände, welche auf r_k vergrössernd wirken, *besonders* hervor und die Berechnungen resultieren für r_k einen relativ grösseren, für die innere Oberfläche einen entsprechend kleineren Wert als diejenigen, welche den wirklichen Verhältnissen entsprechen.

Die relativen r_k Werte und die relativen Grössen der inneren Oberflächen der Gele sind in der Tab. 7 wiedergegeben.

Tabelle 7.

Sorte der Gele	Bezeichnung	M Gew.— %	V cm^3/g	r_k (relativ)	F (relativ) I.	F (relativ) II.
Borsig, Berlin-Tegel	B	30·8	0·39	0·25*	1·535	1·76
					Mittelwert: 1·65	
Gel aus $SiCl_4$	S	60·1	0·76	0·48	1·64	1·63
D. Koll. $G.$ 2—3 $m\mu$	Dn	64·5	0·82	0·67	1·27	1·22
D. Koll. $G.$ 0·5—2 $m\mu$	Dk	63·8	0·81	0·67	1·26	1·22
F. Herrm. $S.$ «A»	HA	62·4	0·79	0·85	0·96	0.93
F. Herrm. $S.$ «E»	HE	76·0	0·96	1·0	1·0	1·0

Aus den Daten dieser Tabelle ist ersichtlich, dass die Gele mit einer grösseren (max.) Sorptionsfähigkeit im allgemeinen auch weitere Kapillaren und eine verhältnismässig kleinere innere Oberfläche besitzen.

Aus der Spalte FI ist zu entnehmen, dass die errechnete innere Oberfläche des Gels B kleiner, als diejenige des S-Gels ist, obwohl der Vergleich der Dampfspannungsisothermen gerade auf das Gegenteil schliessen lässt.

---

* Berechnet aus F=1·65.

Vergegenwärtigen wir nun den Gedankengang dieser Folgerung. Bei einer sehr niedrigen Dampfspannung des Sorbaten[1] (in dem ersten, nahezu horizontalen Abschnitte der Dampfspannungsisothermen) kann die Dampfaufnahme nur den Adsorptionskräften zugeschrieben werden.[2] Wir können annehmen, dass in dieser allerersten, der reinen Adsorption entsprechenden Periode nach der Einstellung des Gleichgewichtes — sonst gleiche Umstände vorausgesetzt — dem gleichen Sättigungsgrade der Oberfläche die gleiche Tension des Sorbaten entspricht. Demgemäss werden sich hier die adsorbierten Mengen, die zu den Punkten der Dampfdruckisothermen mit *gleichen p* Drucken gehören, zueinander verhalten, wie die inneren Oberflächen der entsprechenden Gele. Die so (aus den zu $p = 2$ mm Hg gehörenden adsorbierten Mengen) berechneten relativen Werte der aktiven Oberflächen (S. Tab. 7, Spalte FII) stimmen befriedigend mit den auf Grunde der Theorie der Kapillarkondensation ermittelten Werten (FI) überein.

Einen wesentlichen Unterschied weist — eben in der vorausgesetzten Richtung — nur das *B*-Gel auf. Dem richtigen Werte möglichst nahezukommen, haben wir bezüglich dieses Gels den Mittelwert (1·65) der zwei Resultate genommen; betreffend aller übrigen Gele aber bedienten wir uns der Werte der Spalte FII allein zur Kontrollierung und zu der Bestätigung dessen, dass die auf Grunde der Theorie der Kapillarkondensation berechneten relativen F und r_k Werte, wenn sie auch keinen Anspruch auf eine vollkommene Genauigkeit erheben können, sich doch als Basis zu dem weiteren Vergleiche der untersuchten Kieselsäuregele eignen.

---

[1] Das «Sorbat» bezeichnet das Sorbens *mit* dem sorbierten Stoffe.

[2] Die Vermutung einer Kapillarkondensation unter 2 mm Gleichgewichtsdruck ergebe nähmlich nach den mit den Benzol-Dampfdruckisothermen aktiver Kohlen ausgeführten Berechnungen von P. KUBELKA (Koll. Ztschr. l. c.) Kapillarradien von etwa 0·5 $\mu\mu$, also Werte in der Grössenordnung der gegebenerweise ermittelten Dicke der einfach molekularen Alkoholschichte, welche Kapillare — wie bereits darauf hingewiesen wurde — schon während der Adsorption ihre vollkommene Ausfüllung erreicht hätten, abgesehen davon, dass für *derart feine* Kapillaren auch die vollkommene Gültigkeit der Kapillaritätsgesetze schwerlich aufrechtzuerhalten ist.

Aus der Tab. 7 geht hervor, dass die Kieselsäuregele nach den relativen Grössen ihrer inneren Oberflächen sich in dieselben drei Gruppen teilen lassen, wie nach ihren Sorptionsgeschwindigkeiten. *Im allgemeinen besitzt also in der Adsorptionsperiode das Gel mit einer grösseren spezifischen Oberfläche tatsächlich eine grössere* (auf das Gewichtseinheit des Gels bezogene) *Sorptionsgeschwindigkeit.*

Von einer unmittelbaren Proportionalität kann jedoch nicht gesprochen werden. Ja! die Kurven zeigen stellenweise sogar qualitative Abweichungen, was auch voraussichtlich ist, wenn man bedenkt, dass auf die Sorptionsgeschwindigkeit — ausser der

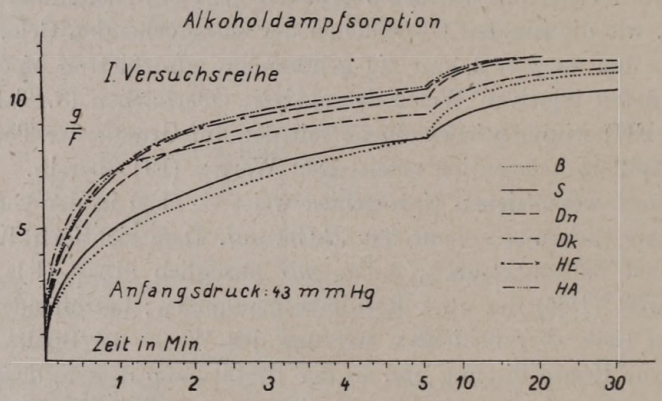


Fig. 12.

Grösse der Adsorptionsoberfläche — im allgemeinen auch der, im Laufe des Versuches sich ändernde *Druck*, der *Sättigungsgrad*, die *Sorptionswärme*, der *Querschnitt der Kapillaren* und die *Grösse und äussere Gestalt der Körner* von Einfluss sind.

Auf diese Einflüsse weisen die $\frac{g}{F}$ Spalten der Tabellen 1—6 und die Grafikone der Fig. 12—14, welche die Sorptionsgeschwindigkeiten *auf gleiche aktive Oberflächen* bezogen darstellen. In Figur 12 haben wir die «I.» Versuchsreihe der Alkoholdampfsorption 43 mm Hg Anfangsdruckes, in Figur 13 die drei voneinander meist abweichenden Kurven der «II.» Versuchsreihe, in Figur 14 schlechthin die Äthersorption bei einem 159 mm Hg Anfangsdruck — je auf *gleiche* Oberflächen reduziert — wiedergegeben.

Die Ordinatenwerte $\left(\frac{g}{F}\right)$ der Kurven wurden mittels der Division der bis zu den einzelnen Zeitpunkten sorbierten Dampfmengenwerte durch die relativen Oberflächenwerte der betreffen-

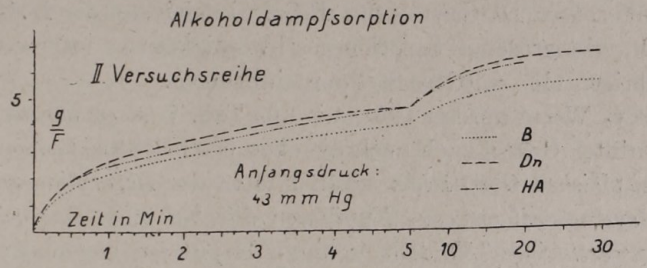


Fig. 13.

den Gele berechnet. (Dabei bleibt natürlich die, den einzelnen Zeitpunkten entsprechende Druckabnahme unverändert, so dass in diesen Diagrammen zu den gleichen sorbierten Mengen — je nach der Verschiedenheit der Gele — verschiedene Drucke gehören

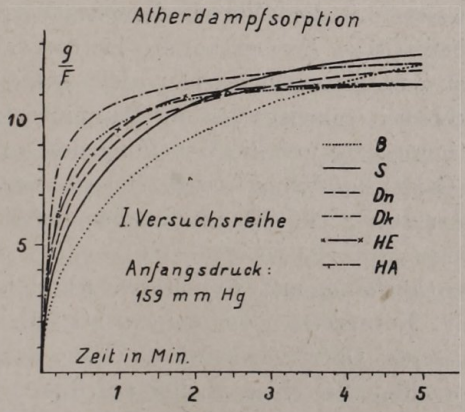


Fig. 14.

werden. Und zwar gehören zu den Gelen mit grösserer Oberfläche kleinere Drucke (bzw. grössere Druckabnahmen), zu den Gelen kleinerer Oberfläche dagegen grössere Drucke (bzw. kleinere Druckabnahmen).

2. *Mittlerer Kapillarradius.* In den Figuren 12—14 ist die

Reihenfolge der Kurven im allgemeinen gerade entgegengesetzt den auf gleiche Gewichte bezogenen Sorptionsgeschwindigkeitskurven (Fig. 2—10). In Fig. 12 hat etwa bis zu der 2. Minute, in Fig. 14 im überwiegenden Teil der ersten Minute [1] — ungeachtet des feinkörnigen *Dk*-Gels — das *B*-Gel die kleinste, die *HA*- und *HE*-Gele die grössten Sorptionsgeschwindigkeiten, während die noch übrigen eine mittlere Stellung einnehmen.

Die r_k Werte unserer Gele, wie aus Tab. 7 zu entnehmen ist, nehmen ihrer Grösse nach auch die eben beschriebene Reihenfolge ein. *Bei gleichen Oberflächen besitzt also in der Adsorptionsperiode das Gelsystem mit weiteren Kapillaren offenbar auch eine grössere Sorptionsgeschwindigkeit.* (Die weiteren Kapillaren bieten der Diffusion des Sorptivs einen geringeren Widerstand!) Die Proportionalität ist sichtlich auch hier nicht beständig. Die *Ad*sorptionsgeschwindigkeit wächst zwar mit der Zunahme der Kapillarendurchmesser (immer gleiche Oberflächen vorausgesetzt, da bei gleichen *Volumina* die Oberfläche mit r_k umgekehrt proportional ist), doch *in geringerem Masse* und im allgemeinen vermindert sich der Einfluss des Kapillarendurchmessers mit dem Vorschreiten des Vorganges.

Eine mathematische Formel konnte zu der zahlenmässigen Feststellung der Zusammenhänge leider nicht aufgestellt werden, da in der Wirklichkeit zumeist auch der Dampfdruck, die Temperatur, der Sättigungsgrad und die Verteilung des Sorptivs an der Oberfläche im Gange des Versuchs sich ändern, bzw. in den verschiedenen Versuchen nicht je miteinander verglichen werden können.

3. *Äussere Oberfläche und Korngrösse.* Abgesehen von dem *Dk*-Gel, war die Korngrösse aller untersuchten Gele annähernd gleich. Die äusseren Oberflächen wiesen aber, schon mit dem freien Auge betrachtet, Verschiedenheiten auf. Die fast glasartigen, in geringer Dicke durchscheinenden *B*-, *S*- und *HE*-Gele besitzen eine glatte Oberfläche, die *Dn*-, *Dk*- und *HA*-Gele sind dagegen

[1] Die im weiteren Verlauf des Vorganges eintreffende plötzliche Abnahme der Sorptionsgeschwindigkeit der Gele mit kleineren Oberflächen wird später (siehe die Kapitel «Sättigungsgrad» (5) und «Dampfdruck» (6). in dem Sättigungsgrad und Dampfdruck seine Erklärung finden.

undurchsichtig. Die Rauheit ihrer Oberflächen ist gut zu sehen und zu ertasten.

Unter dem Mikroskop, in einer 20—40-fachen Vergrösserung, zeigen die *B*-, *S*- und *HE*-Gele nur kleinere Unebenheiten, welche die äussere Oberfläche nicht allzusehr vermehren. An den Oberflächen der *Dn*- und *Dk*-Gele sind schon bedeutendere Anhöhen und Vertiefungen zu beobachten, die bei dem *HA*-Gel auch die Grösse von $^1/_2$ mm erreichen können, was jedenfalls schon eine beträchtliche Vermehrung der äusseren Oberfläche verursacht.

Mit der äusseren Oberfläche wird natürlich der Gesamtquerschnitt der darauf mündenden Kapillaren auch grösser. So vermag auch der zu sorbierende Dampf an einem grösseren Querschnitt der inneren Oberfläche besser zuzudiffundieren, wodurch die Sorptionsgeschwindigkeit günstig beeinflusst wird. (Vielleicht ist es auf diesen Umstand zurückzuführen, dass z. B. die Sorptionsgeschwindigkeit des *HA*-Gels — wie aus den Fig. 12 und 14 zu entnehmen ist — trotz seiner engeren Kapillaren, die des *HE*-Gels im Anfange des Vorganges einigermassen übertrifft.)

Die äussere Oberfläche des *Dk*-Gels wird besonders durch seine kleinere Korngrösse vergrössert, was in der schon erwähnten Abnormität der Kurven, in der grossen anfänglichen Sorptionsgeschwindigkeit dieses Gels zum Ausdruck kommt.

4. *Sorptionswärme.* Die Geschwindigkeit der Sorption wird auch durch die Sorptionswärme beeinflusst. Sie erwärmt nämlich das Sorbens umso mehr, je schneller der Vorgang verläuft und bei einer höheren Temperatur ist die Sorptionsgeschwindigkeit — wie das auch unsere bei konstantem Druck ausgeführten Versuche bestätigen — kleiner.

Angenommen, dass die spezifischen Wärmen der verschiedenen Kieselsäuregelsorten annähernd gleich sind, wird durch die Sorptionswärme die Sorptionsgeschwindigkeit jenes Gels mehr verringert, welches — auf Gewichtseinheit bezogen — eben die grössere Sorptionsgeschwindigkeit aufweist. Zum Teil ist es diesem Umstande zuzuschreiben, dass die Geschwindigkeitskurven der *B*- und *S*-Gele in den Fig. 12—14 die untersten Stellungen einnehmen.[1]

[1] Die Unterschiede sind in den ersten 30 Sekunden am grössten, und nach den Versuchen von A. M. Williams (l. c.) und auch anderer

Dass die anfänglich grösste Sorptionsgeschwindigkeit des *Dk*-Gels in der Regel schon nach einer Minute die letzte Stelle einnimmt, muss vor allem auch der hemmenden Wirkung der Sorptionswärme zugeschrieben werden.

5. *Sättigungsgrad der Adsorptionsoberfläche.* Die Geschwindigkeit der Adsorption ist — wie aus den Kurven 2—10 ersichtlich — desto kleiner, je grösser der Sättigungsgrad der Adsorptionsoberfläche ist. Aus den Ergebnissen zahlreicher Untersuchungen wies FREUNDLICH [1] auf den Umstand hin, dass bei Gasadsorptionen — wenn man mit keiner eigentlichen chemischen Reaktion zwischen Adsorbens und Adsorptiv zu rechnen hat und jede Stelle der Oberfläche für den zu adsorbierenden Molekeln gleichmässig leicht zugänglich ist — die Kurven der Adsorptionsgeschwindigkeit sehr steil ansteigen und dicht vor dem Erreichen des Gleichgewichtes scharf umbiegen. Wenn aber die Oberfläche nur *durch enge und relativ lange* Kapillaren zugänglich ist, so erfolgt die Sättigung bzw. Einstellung des Gleichgewichtes *in einer erheblich längeren Zeit*, mit der allmählichen Abnahme der Adsorptionsgeschwindigkeit.

Bei dem Kieselsäuregel ist jedenfalls dieser letztere Fall vorhanden! Es kann angenommen werden, dass die innere Oberfläche in der Nähe der Porenmündungen *sehr schnell*, in den inneren Teilen des Gels dagegen *nur allmählich*, also — den ganzen Adsorptionsvorgang betrachtet — *nicht gleichmässig* beladen wird. (So erklärt sich auch der Einfluss des Gesamtquerschnittes der Kapillarmündungen auf die reine *Adsorptions*geschwindigkeit.)

Da die Umstände des Ausgleichens der Dichteunterschiede in der Adsorptionsschicht nicht bekannt sind, können wir uns über *die Grösse* des Einflusses des Sättigungsgrades nur annähernd orientieren. Bei den *HA*- und *HE*-Gelen ist z. B. die innere Oberfläche — ausser einigen, bei der Äthersorption beobachteten Ausnahmen — in der ganzen *Adsorptions*periode in höherem Grade gesättigt, als bei den anderen. Dagegen wirken die grösseren r_k Werte und durch die Sorptionswärme veranlasste mindere Erwärmung

---

Forscher ist auch die Sorptionswärme gerade zu dem Beginne des Vorganges, bei dem kleinsten Sättigungsrad die grösste.

[1] L. c. S. 152.

eben bei diesen zwei Gelen am günstigsten auf die Geschwindigkeit der *Adsorption*. Dass in der Anfangsperiode der Sorption der Einfluss des höheren Sättigungsgrades nicht vorwiegen kann und so die Kurven der Fig. 12—14 anfänglich divergieren, ist wahrscheinlich durch diese Umstände zu erklären.

In dem weiteren Verlauf der Vorgänge (wesentlich aber noch immer in der Adsorptionsperiode) zeigt sich zwischen Alkohol- und Äthersorption ein gewisser Unterschied. Es wurde schon erwähnt, dass die Abnahme des Druckes — verglichen mit den Anfangsdrucken — in den Alkoholversuchen bedeutend erheblicher ist, als während der Äthersorption. Daher wird auch der Dampfdruckunterschied, welchen die Sorptionsgeschwindigkeitskurven der Gele mit kleineren und mit grösseren Oberflächen in denselben Zeitpunkten aufweisen, — verglichen mit den jeweiligen Versuchsdrucken — bei der Alkoholdampfaufnahme bedeutend grösser.

Diese in den Alkoholversuchen auftretende grössere Druckabnahme der Gele mit grösseren inneren Oberflächen führt einerseits dazu, dass ihre Sorption bei einer kleineren Oberflächenbeladung [1] und fast gleichzeitig mit den Gelen kleinerer Oberfläche das Gleichgewicht erreicht, anderseits wird dadurch die Sorptionsgeschwindigkeit auch unmittelbar vermindert. Aus der Fig. 12 und 13 ist zu ersehen, dass die Kurven der *B*- und *S*-Gele, ihrer minderen Beladung zum Trotz, höchstens mit den anderen Gelen *gleiche* Sorptionsgeschwindigkeiten erreichen können.

In den Ätherversuchen kann dagegen (besonders bei dem höchsten — 159 mm Hg — Anfangsdruck) die hemmende Wirkung des grösseren (immer auf die Oberfläche bezogenen!) Sättigungsgrades der Gele mit kleineren Oberflächen — im Einklang mit den obenerwähnten Umständen — vorwalten. So werden die Kurven nach der durch die r_k-Unterschiede hervorgerufenen Divergenz wieder kongruent verlaufen und können sich sogar kreuzen (siehe Fig. 14) (wenn z. B. der, am Ende des Ätherversuches erreichte Gleichgewichtsdruck des Gels *S* höher, der des *HE*-Gels dagegen

[1] Siehe die Sorptionslinie **C** der Fig. 11. — Zu der Beurteilung der Sättigungsgrade können wir in den U_1 Punkten eine gleichgrosse, wohl schon vollkommene Oberflächenbeladung annehmen.

niederer ist, als der Gleichgewichtsdruck in ihren entsprechenden U_1 Punkten).

6. *Dampfdruck. Die Geschwindigkeit der Sorption* — wie das aus dem Vergleich der Kurven der «I.» Versuchsreihen verschiedener Anfangsdrucke erkenntlich ist — wächst mit der Zunahme des Dampfdruckes. Der Umfang der «I.» Versuchsreihen lässt jedoch diese Behauptung einstweilen nur auf die Adsorptionsperiode erstrecken. Bei höherem Druck ist also die zu demselben Sättigungsgrad gehörende Adsorptionsgeschwindigkeit auch grösser. Die relative Grösse der zu denselben Zeitpunkten gehörenden, aber bei verschiedenen Drucken gemessenen Adsorptionsgeschwindigkeiten hängt jedoch auch von dem entsprechenden Sättigungsgrade des Sorbens ab, der in den Versuchen mit höheren Drucken ebenfalls grösser ist. Aus dem Vergleich der bei verschiedenen Anfangsdrucken ermittelten Sorptionsgeschwindigkeitskurven ist auch unmittelbar ersichtlich, dass die Unterschiede der Adsorptionsgeschwindigkeiten *in denselben* — vom Anfange des Versuches gezählten — *Zeitpunkten* gemessen bedeutend *kleiner* sind, als die Unterschiede der *zu den gleichen Sättigungsgraden* gehörenden Adsorptionsgeschwindigkeiten.

Ein mathematischer Zusammenhang zwischen Adsorptionsgeschwindigkeit und Dampfdruck liess sich — infolge der Mitwirkung der im Verlauf sich ändernden anderen Faktoren (Sättigungsgrad und gewissermassen auch Temperatur) — nicht feststellen.

In der Periode der Kapillarkondensation (bei den Gelen *HA* und *HE* allmählich schon von dem Ende der zweiten Minute an) muss neben den Werten des absoluten Dampfdruckes (p) bzw. *Dampfsättigungsgrades* $\left(\frac{p}{P}\right)$ im Sorptionsraume, auch der — dem betreffenden sorbierten Alkoholgehalt des Gels entsprechende — *Gleichgewichtssättigungsgrad* $\left(\frac{p_0}{P}\right)$[1] des Dampfes in Betracht gezogen werden.[2]

[1] p_0 bedeutet den zu dem Gleichgewichtszustande des Sorbaten gehörenden Dampfdruck (Tension).

[2] Siehe auch die bei konstantem Druck ausgeführten Versuche.

Der Unterschied: $\frac{p-p_0}{P}$ der zwei Sättigungsgrade ist in den «II.» Versuchsreihen, in welchen die Kapillarkondensation schon eine bedeutende Rolle spielt, bei den Gelen mit grösseren Oberflächen erheblich grösser, als bei denen mit kleineren Oberflächen.

Aus den Fig. 8—10 ist zu entnehmen, dass in diesen Versuchen auch *die Unterschiede* der Sorptionsgeschwindigkeiten bedeutend grösser sind, das heisst, auf gleiche aktive Oberflächen reduziert (Fig. 13) werden die auf die *B*- und *S*-Gele ungünstigen Umstände — zum Teil wohl zufolge des kleineren Sättigungsgrades dieser Gele im Anfange der «II.» Versuchsreihen — doch teilweise auch durch die kleineren $\frac{p-p_0}{P}$ Werte fast vollkommen ausgeglichen.

II. Der zeitliche Verlauf der Sorption bei konstantem Dampfdruck.

In den bei konstantem Dampfdruck ausgeführten Sorptionsversuchen ist der Druck, als sonst [1] ein sich variierender Faktor — naturgemäss — ausgeschaltet. Die sorbierten Dampfmengen werden durch die Abwägungen der Gele in bestimmten Zeitabständen ermittelt. Während diesen Wägungen steht freilich der Sorptionsvorgang still und die Sorptionswärme kann zum Teil an die Umgebung abgegeben werden. So kommt die, die Sorptionsgeschwindigkeit vermindernde Wirkung der Sorptionswärme auch weniger zur Geltung, als in den in einem Zuge verlaufenden Versuchen mit *abnehmendem* Dampfdruck.

Der Nachteil dieser etappenweisen Versuchsführung ist der Umstand, dass die Bestimmungen der sorbierten Mengen weniger schnell einander folgen können und — was besonders aus praktischem Gesichtspunkte ins Gewicht fällt — dass der wahre, stätige Sorptionsvorgang durch die Unterbrechungen einigermassen verwischt wird.

So werden die Versuche bei konstantem Druck etwa diejenigen

[1] Vergleiche Kapitel I.

bei abnehmendem Druck *ergänzen* und da sie sich über den *ganzen* Vorgang — bis zu der *völligen Erfüllung* der Kapillarräume — erstrecken, orientieren sie uns insbesonders über die Sorptionsgeschwindigkeit in der *Periode der Kapillarkondensation.*

A) *Ausführung der Versuche.*

Die Sorptionsgeschwindigkeit wurde vorläufig nur bei *einem* Druck: 44 mm Hg des bei 20° gesättigten Alkoholdampfes untersucht, da dessen Einstellung am einfachsten und doch pünktlich gelingt.

Die angewendete Versuchsapparatur war die in dem vorgehenden Abschnitt schon beschriebene; die Menge des Gels, die Umstände der Aktivierung und der Abwägung blieben unverändert.

Nach dem Öffnen des, den Alkoholkolben *A* absperrenden Hahnes stellte sich in einem 20°-igen Thermostat nach einigen Minuten die Dampfspannung 44 mm Hg von selbst ein und der Versuch konnte begonnen werden.

Die von dem Gele aufgenommene Alkoholdampfmenge wurde durch das Verdampfen des Alkohols in *A* sofort ersetzt und *so blieb der Dampfdruck während dem ganzen Verlauf des Versuches konstant.*

Um *noch vergleichbare Resultate* zu erhalten, durften die Temperaturschwankungen 0·1° nicht überschreiten. Einer besonderen Sorgfalt bedarf die Vermeidung der Temperatur-*Abnahme* des Thermostats, weil diese die teilweise Kondensation des *eben* gesättigten Dampfes hervorgerufen hätte.

Das Vorschreiten der Sorption wurde in bestimmten Zeitabständen durch Ermittlung der Gewichtszunahme des Kölbchens *C* verfolgt. (Während der Wägungen stand die Sorption — ungeachtet der in *C* gebliebenen kleinen Dampfmengen — still. Das Kölbchen wurde auch so klein dimensioniert, dass diese Dampfmenge nur 0·6 mg betrug, konnte also als Fehlerquelle nicht in Betracht kommen.)

Die Pausen dauerten in jedem Falle 15 Minuten und dienten zu der Wägung des Kölbchens und zu der Wiedereinstellung des Dampfdruckes; zugleich konnte unterdessen auch das während der

Sorption sich erwärmte Sorbat ihre ursprüngliche Temperatur von 20° wieder aufnehmen.

Als beendet wurden die Versuche betrachtet, wenn die aufgenommene Dampfmenge etwa dem durch die Dampfdruckisothermen bestimmten Sättigungszustande entsprach und die Gewichtszunahme des Sorbaten binnen 10 Minuten unter 0·1% blieb.

B) *Versuchsergebnisse.*

Aus den Daten der Tabelle 8, welche die bei konstantem Dampfdruck ausgeführten Versuche zusammenfassen und graphisch in Fig. 15 aufgezeichnet sind, ist ersichtlich, dass in diesen, zufolge

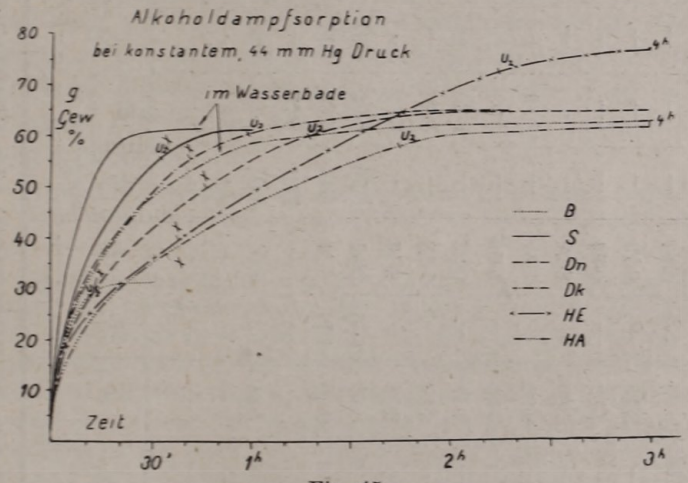


Fig. 15.

des konstanten Druckes und der Unterbrochenheit der Vorgänge die Sorptionsgeschwindigkeit im allgemeinen viel grösser ist, als in den bei abnehmendem Druck verlaufenden Versuchen.

Die Kurven der Sorptionsgeschwindigkeit lassen sich den drei Perioden der Sorption entsprechend in drei Abschnitte teilen und zwar in die Abschnitte *der reinen Adsorption* (I), *der Kapillarkondensation* (II) und der — mit dem Verschwinden der Kapillarkräfte verbundenen — *Ausdehnung des Gels* (III). *Die Sorptions-*

Tabelle 8.

Alkoholdampfsorption bei (konstantem) 44 mm Hg Druck.

Dauer der Versuche	Zeitabstand der Abwägungen	*B*		*S*				*Dn*		*Dk*		*HA*				*HE*	
						im Wasserbade								im Wasserbade			
		g	$\frac{g}{F}$	g	$\frac{g}{F}$	g	$\frac{g}{F}$	g	$\frac{g}{F}$	g	$\frac{g}{F}$	g	$\frac{g}{F}$	g	$\frac{g}{F}$	g	$\frac{g}{F}$
15″	15″	—	—	—	—	7·7	4·7	—	—	—	—	—	—	6·4	6·7	—	—
30″	15″	—	—	—	—	12·4	7·6	—	—	—	—	—	—	9·8	10·2	—	—
1′	30″	10·5	6·4	13·2	8·1	17·7	10·8	10·8	8·5	13·7	10·9	9·0	9·4	13·7	14·3	9·7	9·7
2′	1′	—	—	—	—	24·9	15·2	—	—	—	—	—	—	16·6	17·3	—	—
3′	1′	18·4	11·2	20·6	12·6	29·9	18·2	17·9	14·1	20·8	16·5	13·6	14·2	19·0	19·8	15·2	15·2
5′	2′	22·8	13·8	26·3	16·0	36·4	22·2	22·0	17·3	25·8	20·5	16·3	17·0	23·5	24·3	19·0	19·0
10′	5′	28·3	—	35·9	—	47·2	—	27·5	—	32·5	—	22·5	—	30·6	—	23·6	—
15′	5′	30·7	—	41·9	—	55·2	—	32·1	—	37·3	—	27·1	—	36·2	—	27·2	—
20′	5′	31·2	—	47·1	—	58·8	—	36·0	—	41·4	—	30·1	—	41·3	—	30·5	—
30′	10′	31·3	—	54·0	—	60·7	—	42·2	—	49·0	—	35·0	—	47·9	—	35·3	—
45′	15′	—	—	60·1	—	61·2	—	49·1	—	56·6	—	41·4	—	54·0	—	42·3	—
1h	15′	—	—	61·0	—	—	—	55·3	—	60·3	—	46·7	—	58·6	—	48·8	—
1h 30′	30′	—	—	—	—	—	—	62·0	—	63·2	—	54·6	—	60·6	—	59·2	—
2h	30′	—	—	—	—	—	—	64·6	—	64·8	—	60·3	—	61·8	—	68·0	—
2h 30′	30′	—	—	—	—	—	—	64·9	—	64·9	—	—	—	—	—	75·0	—
3h	30′	—	—	—	—	—	—	65·1	—	—	—	62·0	—	63·2	—	76·4	—
4 h	1h	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	63·1	—	—	—	76·8	—

geschwindigkeit ist in dem ersten Abschnitt die grösste, in dem dritten die kleinste.[1]

Wollen wir unsere sechs Gele nach den Geschwindigkeiten ihrer Sorption bei konstantem Druck vergleichen, so ist es auch zweckmässig die hervorgehobenen drei Perioden gesondert zu verfolgen :

1. In der *Adsorptionsperiode* ist die Reihenfolge der Sorptionsgeschwindigkeiten gleich der Reihenfolge in den Versuchen bei abnehmenden Drucken. (Siehe die Fig. 16, welche das in den ersten 20 Minuten sich abspielende Abteil des Vorganges in einem grösseren Masstabe als Fig. 15 wiedergibt.) Die Unterschiede können also hier auch mit den Verschiedenheiten der inneren Oberflächen, der mittleren Kapillardurchmesser und der Gesamtquerschnitt der auf die äussere Kornoberfläche mündenden Kapillaren, sowie mit dem Auftreten der Sorptionswärme erklärt werden, was unsere Folgerungen bezüglich der Einflüsse dieser Faktoren durchaus bestätigt.

Wird die Adsorption auf *gleiche aktive Oberflächen* bezogen, so

---

[1] Ähnliche Ergebnisse erhielt ANDERSON (l. c.) bei der Untersuchung der Geschwindigkeiten der Wasser-, Benzol- und Alkoholsorption. Während aber in den durch ihn erhaltenen Kurven der Übergang zwischen den einzelnen Perioden — ausgenommen die des Benzoldampfes — gut beobachtet werden kann, weisen unsere Diagramme nur zwischen den II. und III. Perioden eine ziemlich scharfe Biegung auf. Diese Abweichung lässt sich wahrscheinlich dadurch erklären, dass ANDERSON zu der Ermittlung der Alkohol-Sorptionsgeschwindigkeitskurven sich der sog. Exsikkatormethode bediente, bei welcher die Sorption nicht in reinem Alkoholdampf, sondern in einem mit Alkoholdampf gesättigten Luftraum verläuft. Unter solchen Umständen ist die Geschwindigkeit des Vorganges erheblich geringer und so kommen die Faktoren (Sorptionswärme, r_k), deren hemmende Wirkung nur bei grösseren Sorptionsgeschwindigkeiten hervortritt und die somit einen ausgleichenden Einfluss auf die Geschwindigkeitsunterschiede ausüben, weniger zur Geltung. In diesem Falle kann aber der, der verschiedenen Art der Dampfaufnahme entsprechende Unterschied der Sorptionsgeschwindigkeiten zwischen den beiden Perioden in der Gestalt der Kurven frei zum Ausdruck kommen.

nehmen die Geschwindigkeitskurven auch bei konstantem Druck eine verkehrte Reihenfolge ein.[1] (Fig. 17.)

Auf die Bedeutung der Korngrösse bzw. des Gesamtquerschnittes der auf die äussere Oberfläche mündenden Kapillaren weist das *Dk*-Gel hin, welches bei gleichen Adsorptionsoberflächen seine

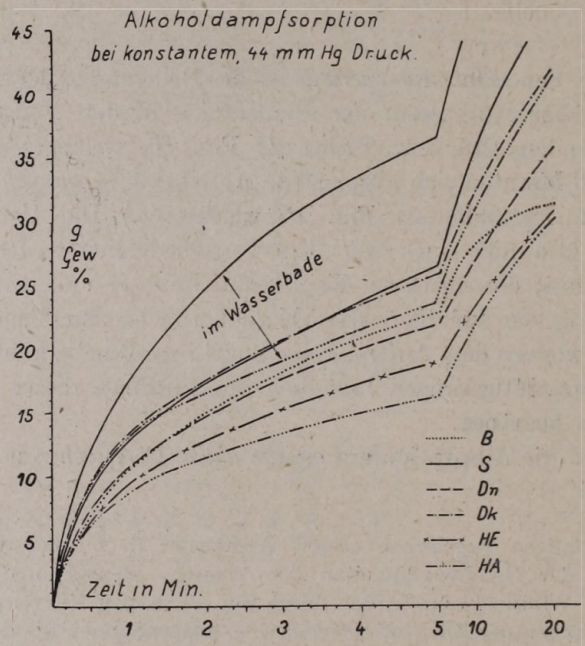


Fig. 16.

führende Stellung während beinahe des ganzen Vorganges beibehält, da die hemmende Wirkung der Sorptionswärme, wie es schon erörtert wurde, nur beschränkt, binnen je einem Versuchsabschnitt zur Geltung kommen kann.

Den Einfluss der *Sorptionswärme* genauer zu untersuchen,

[1] Eine kleinere Abweichung weist nur die Kurve des *HA*-Gels auf, welche im Gegensatz zu den bei abnehmendem Druck ausgeführten Versuchen schon vom Anfange an der Kurve des *HE*-Gels nachbleibt. Ob diese verhältnismässig kleine Abweichung nur den unvermeidlichen Versuchsfehlern oder anderen Umständen zuzuschreiben sei, könnte nur durch Kontrollversuche bei anderen Dampfdrucken entschieden werden

wurden die Versuche mit den Gelen *HA* und *S*, welche im allgemeinen die kleinste bzw. grösste Sorptionsgeschwindigkeiten aufweisen, wiederholt, aber das Kölbchen *C* wurde diesmal, um die sich entwickelnde Wärme schneller abzuleiten, mit einem in ständiger, langsamer Strömung gehaltenen Wasserbade umgeben. Um eine eventuelle Kondensation des Dampfes an der äusseren Oberfläche des Gels zu verhindern, wurde die Temperatur des Wasserbades auf 20·1° — also mit 0·1° höher, als die des Dampfes — gehalten. Gemäss unserer Erfahrungen wird die Sorptionsgeschwindigkeit durch diese Temperaturänderung nicht messbar beeinflusst. Zugleich verkürzten wir auch die Dauer der Versuchsabschnitte, wodurch die Erwärmungsmöglichkeit auch herabgesetzt wurde. Die entsprechenden Diagramme der Fig. 15 und 16 veranschaulichen, wie sich auf diese Art der ganze Sorptionsvorgang — auch die Periode der Kapillarkondensation mitinbegriffen — beschläunigte!

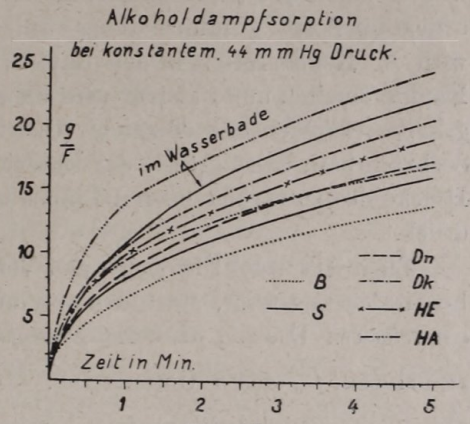


Fig. 17.

2. Die Unterschiede zwischen den Sorptionsgeschwindigkeiten der untersuchten Kieselsäuregele verbleiben qualitativ auch in der *Periode der Kapillarkondensation:* im engeren Sinne in der Umschlagsperiode, wenn auch *nicht in demselben Masse* wie in der Adsorptionsperiode. Also divergieren die Grafikone weiterhin; die Unterschiede der durch die einzelnen Gele bis zu denselben Zeitpunkten aufgenommenen Dampfmengen nehmen in dem überwiegenden Teil der Periode II weiterhin zu. So wird die vollkommene Erfüllung der Kapillaren bei den Gelen, die eine grössere Sorptionsgeschwindigkeit aufweisen (eventuell zugleich ein kleineres Kapillargesamtvolumen besitzen), lange zuvor den anderen (z. B: bei dem *S*-Gel in einer Stunde) erfolgen, wogegen der

vollständige Sorptionsvorgang der *HA*- und *HE*-Gele etwa vier Stunden bedarf.

Die Rolle der Adsorptionskräfte wird in dieser Periode grösstenteils von den Kapillarkräften übernommen. Die Flüssigkeit, die in den Kapillaren einen gegen den Dampf konkaven Meniskus bildet, hat einen geringeren als den normalen Dampfdruck. Ist der Dampfdruck im Sorptionsraume dieses erniedrigten Druckes höher, so wird die Kondensation in den Kapillaren eintreffen. Je feiner die Kapillaren sind, umso kleiner wird die einem bestimmten Alkoholgehalt entsprechende Tension (Gleichgewichtsdampfdruck) des Sorbaten bzw. umso grösser der Unterschied $(p—p_0)$ zwischen dem Drucke des zu sorbierenden Dampfes und diesem Gleichgewichtsdruck.

Einer besseren Übersicht- und Vergleichungsmöglichkeit halber ist es angezeigt, statt den absoluten Druckwerten die Werte der *relativen* Drucke, also die *Dampfsättigungsgrade* in Betracht zu nehmen, für deren Unterschied: $\frac{p—p_0}{P}$ selbstverständlich die obige Behauptung sich ebenfalls bewährt.

In den X Punkten der Kurven in Fig. 15 [1] sind die Sorptionsgeschwindigkeiten einander gleich. Die dem Alkoholgehalt der Gele in diesen Punkten entsprechenden Gleichgewichtsdrucke (p_0) sind — aus den Dampfspannungsisothermen ermittelt — die Folgenden:

Gel	*B*	35·8	mm Hg
«	*S*	35·6	« «
«	*Dn*	35·2	« «
«	*HA*	34·8	« «
«	*HE*	36·5	« «

(Dem Gel *Dk*, welches wegen seiner kleineren Korngrösse sich zum Vergleich weniger geeignet, entspricht 36·5 mm Hg.)

Es ist zu ersehen, dass die zu den Punkten mit gleichen Sorptionsgeschwindigkeiten gehörenden Gleichgewichtsdampfdrucke — bzw. die aus diesen zu berechnenden $\frac{p—p_0}{P}$ Werte — miteinander

[1] Die Tangenten dieser Punkte sind einander parallel.

befriedigend übereinstimmen (p ist — wie bekannt — in diesen Versuchen gleich P). Dieser Umstand weist darauf hin, dass *in der Periode der Kapillarkondensation die Sorptionsgeschwindigkeit in erster Reihe durch die Grösse der auf Kapillarwirkungen beruhenden Dampfspannungserniedrigungen bestimmt wird.* Dass die Gele mit einer grösseren inneren Oberfläche auch in dieser Periode eine grössere Sorptionsgeschwindigkeit aufweisen, muss also hauptsächlich ihren *kleineren* p_0 Werten zugeschrieben werden.

Zwischen der Sorptionsgeschwindigkeit und der *inneren Oberfläche* kann auch in dieser Periode ein gewisser Zusammenhang angenommen werden, da durch sie die Grösse der Kondensationsfläche beeinflusst wird. Da aber die freien Oberflächen sich während der Sättigung der Kapillaren allmählich verkleinern, wird wahrscheinlich auch die Bedeutsamkeit der Oberfläche immer kleiner.

Die annähernde Übereinstimmung jener Sorptionsgeschwindigkeiten der verschiedenen Gele, welche den Punkten mit gleichen p_0 Tensionen der Dampfdruckisothermen entsprechen, lässt allenfalls darauf folgern, dass in der Periode der Kapillarkondensation der Einfluss der inneren Oberfläche in den Hintergrund gedrängt, bzw. teilweise durch die Verschiedenheit der r_k Werte ausgeglichen wird.

3. *In der letzten (III.) Periode der Sorption* dehnt sich nach der ZSIGMONDYschen Theorie das elastische Gelskelett gleichzeitig mit dem Verschwinden der Kapillarkräfte ein wenig aus und so vermehrt sich noch einigermassen der Alkoholgehalt des Sorbaten.

Die Geschwindigkeit der Sorption ist hier viel kleiner, als in der vorhergehenden (II.) Periode; aus praktischem Gesichtspunkte ist sie kaum von Bedeutung.

Der Übergang: Periode II zu III ist schärfer, als zwischen den Perioden I zu II.

Zusammenfassung.

I.

1. Es wurden die in einer vorgehenden Abhandlung[1] beschriebenen sechs Kieselsäuregele untersucht. Die Kurven der Sorptionsgeschwindigkeit wurden separat für Alkohol- und separat

[1] v. PUTSOKY u. v. SZELÉNYI, Z. Elektrochem. **36**, 10 (1930).

für Ätherdampfsorption — von je drei verschiedenen Anfangsdrucken ausgehend — bestimmt. Es wurden ausserdem die Sorptionsgeschwindigkeitskurven derselben sechs Gele auch bei dem *konstanten* Drucke des bei 20° gesättigten *Alkohol*dampfes ermittelt.

2. Von den strukturalen Eigenschaften der Gele sind auf die Sorptionsgeschwindigkeit — sowie im allgemeinen auch auf die anderen Eigenschaften des Sorptionsvorganges — folgende Faktoren von Bedeutung: die Grösse der auf gleiche Gewichtsmengen bezogenen inneren Oberflächen, die Breite (Durchmesser) der Kapillaren und der Gesamtquerschnitt der auf die äussere Oberfläche des Gels mündenden Kapillaren.

3. Da diese Eigenschaften (ausgenommen den Gesamtquerschnitt der auf der äusseren Oberfläche mündenden Kapillaren) in den Dampfdruckisothermen zum Ausdruck kommen und aus denen — wenigstens mit annähernder Genauigkeit und in relativen Werten — sich berechnen lassen, sind die Dampfdruckisothermen auch der Sorptions*geschwindigkeit* der Gele bezüglich als charakteristische Kurven zu betrachten.

4. Es wurden die relativen Grössen der inneren Oberflächen, die maximalen Sorptionsfähigkeiten (Gesamtvolumen der Kapillaren) der Gele, sowie die relativen Grössen der mittleren Kapillardurchmesser bestimmt.

5. Mit der Abnahme des Kapillardurchmessers ist in der Regel auch der Rückgang der maximalen Sorptionsfähigkeit verbunden. (Die innere Oberfläche ist dagegen nach unseren Berechnungen im allgemeinen desto grösser, je feinere Kapillaren das Gel im Durchschnittswerte besitzt.)

6. Aus dem Gesichtspunkte der Sorptionsgeschwindigkeit ist es angezeigt bei der Analyse des Sorptionsvorganges die zwei verschiedenen Perioden je für sich in Betracht zu ziehen, nämlich: den auf der *Oberflächenwirkung beruhenden Adsorptionsvorgang* und die Periode der durch die *Kondensation hervorgerufenen Sättigung der Kapillaren.*

a) In der *Adsorptionsperiode* steigt die Adsorptionsgeschwindigkeit mit dem Steigen der inneren Oberflächen der Gele.

Im Falle annähernd gleicher Oberflächen ist der Querschnitt

der Kapillaren massgebend. Je *weiter* also in diesem Falle die Kapillaren sind, umso grösser ist die Geschwindigkeit der Adsorption.

b) Der Ablauf der Sorption des bei 20° gesättigten Alkoholdampfes weist darauf hin, dass in der Periode der *Kapillarkondensation* bei sonst gleichem Dampfdruck die *Feinheit* der Kapillaren entscheidend auf die Geschwindigkeit des Sorptionsvorganges einwirkt. Die Feinheit der Kapillaren bestimmt nämlich den dem jeweiligen Sättigungsgrade des Gels entsprechenden Gleichgewichtsdruck bzw. Gleichgewichtssättigungsgrad des Dampfes und damit— bei einem bestimmten Versuchsdruck — auch den *Unterschied* zwischen diesem Sättigungsgrad und dem Sättigungsgrade des zu sorbierenden Dampfes. Der Wert dieses Unterschiedes beeinflusst die Geschwindigkeit der Kapillarkondensation entscheidend: je grösser er ist, umso grösser ist auch die Geschwindigkeit der Kondensation.

7. Die Sorptionsgeschwindigkeit wird im allgemeinen durch jede Zunahme der äusseren Kornoberfläche vergrössert. Folglich wirkt auch die Verkleinerung der Korngrösse auf diese Art, bis zu der Grenze freilich, wo die allzufeine Verteilung die Diffusion der Dämpfe schon hindert und deshalb ein Sinken der Sorptionsgeschwindigkeit hervorruft.

8. Durch die während der Sorption sich entwickelnde Wärme wird die Sorptionsgeschwindigkeit vermindert. Kühlung wirkt also auf die Sorptionsgeschwindigkeit befördernd!

9. Zwischen dem Druck des zu sorbierenden Dampfes und der Sorptionsgeschwindigkeit ist auch ein eindeutiger Zusammenhang zu finden: mit steigendem Druck nimmt die Sorptionsgeschwindigkeit zu. Ein mathematischer Ausdruck liess sich infolge der allbekannten Komplexität der Sorptionserscheinungen zurzeit noch nicht feststellen.

10. Die Geschwindigkeit der Sorption nimmt mit dem Vorschreiten des Vorganges ab; sie ist in der Adsorptionsperiode erheblich grösser, als während der Kapillarkondensation, ein scharfer Übergang liess sich jedoch nicht beobachten.

II.

Die Ergebnisse unserer Untersuchungen liefern auch Angaben zu der *praktischen Bewertung* der untersuchten sechs Kieselsäuregele. Bei diesen Angaben ist es auch zweckmässig sowohl die Sorptions*fähigkeiten* als auch die Sorptions*geschwindigkeiten* der Gele, je für sich gesondert zu vergleichen. Nur so ist — unter gegebenen Umständen — eine Entscheidung zu treffen, welche Gelsorte die Entsprechendste (und am wirtschaftlichsten Arbeitende) ist.

1.

Die zu den verschiedenen relativen Dampfdrucken $\left(\frac{p}{P}\right)$ gehörenden Alkohol-*Sorptionsfähigkeiten* unserer Gele lassen sich aus den Alkoholdampfdruckisothermen (S. Fig. 11) direkt ablesen. Die Aufnahme des Dampfes wird nämlich aufhören, wenn der mit dem Alkoholgehalt des Gels steigende Gleichgewichtsdruck (p_0) gleich mit dem Versuchsdrucke (p) wird. *Genauere* Werte über die Sorptionsfähigkeit der Gele *anderen Dämpfen gegenüber* sind nur durch die Ermittlung der betreffenden Dampfdruckisothermen zu erhalten. Der Zusammenhang zwischen den zu denselben Volumina der verschiedenen sorbierten Stoffe gehörenden Gleichgewichtsdrucken ermöglicht jedoch, — gewisse Abweichungen ausgenommen — dass aus einer Dampfdruckisotherme des Gels auch auf ihre Sorptionsfähigkeit eines *anderen* Dampfes betreffend wenigstens orientierende Schlüsse gezogen werden können.

Aus der Figur 11 ist ersichtlich, dass, hinsichtlich ihrer Sorptions*fähigkeiten*, unsere Gele sich in drei Gruppen teilen lassen, in welchen sie während des ganzen Sorptionsvorganges oder nur in einem Teile dessen ähnliche Sorptionsfähigkeiten aufweisen:

1. Borsig-Gel und aus $SiCl_4$ erzeugtes Gel,
2. Gele der Deutschen Koll. Ges. zu 2—3 mm und 0·5—2 mm,
3. F. Herrmann S. «A» und S. «E» Gele.

a) Bei relativen *Alkohol*dampfdrucken (bzw. Dampfsättigungsgraden) $\frac{p}{P} \leqq 0{\cdot}5$ [1] ist die Sorptionsgeschwindigkeit der ersten

[1] Auf andere sorptiven Stoffe können diese quantitativen Angaben freilich höchstens als orientierend gelten.

Gruppe die grösste, die der Dritten die kleinste. Das Verhältnis zwischen den sorbierten Mengen der einzelnen Gruppen ändert sich mit dem Dampfdruck nur wenig (die Isothermen sind divergent!).

b) Bei relativen Alkoholdampfdrucken $\frac{p}{P} > 0{\cdot}5$ nimmt der Unterschied zwischen den sorbierten Mengen der einzelnen Gruppen im relativen, schliesslich aber auch im absoluten Werte ab (d. h. die Isothermen nähern sich einander) und um den Wert $\frac{p_0}{P} = 0{\cdot}8$ berühren sich die Isothermen, oder kreuzen sich sogar.

Von dieser allgemeinen Gliederung weicht der Borsig-Gel, welcher aus den schon erörterten Gründen (äusserst feine Kapillaren, grosse innere Oberfläche, mindere maximale Sorptionsfähigkeit) schon bei dem relativen Dampfdruck $\frac{p}{P} = 0{\cdot}5$ fast vollständig gesättigt wird und das F. HERRMANN S. «E» Gel ab, dessen maximale Sorptionsfähigkeit die grösste aller untersuchten Gele ist und demzufolge aus gesättigten oder *nahe* gesättigten Dämpfen (verhältnismässig weite Kapillaren!) die grösste Dampfmenge aufzunehmen fähig ist.

2.

Der Vergleich der Gele nach der Grösse ihrer *Sorptionsgeschwindigkeit* führt im allgemeinen auch zu der im Abschnitte 1 schon erwähnten paarweisen Gliederung unserer sechs Gele.

a) In der Adsorptionsperiode, als deren obere Grenze — aus den U_1 Punkten bestimmt — ungefähr der Gleichgewichtsdruck: $p_0 = 0{\cdot}5\ P$ sich ergibt, ist die *Reihenfolge* der Sorptionsgeschwindigkeiten die folgende:

Borsig-Gel und Gel aus $SiCl_4$ erzeugt,

Gele der D. Koll. Ges. mit 2—3 mm und mit 0·5—2 mm Stückgrössen,

Gele der Fa F. HERRMANN S. «A» und S. «E».

Die Unterschiede treten besonders dann hervor, wenn der Vergleich in Zeitpunkten erfolgt, in welchen der in Gewichtsprozenten ausgedrückte sorbierte *Alkohol- bzw. Äthergehalt der Gele* der gleiche ist.

Werden die Sorptionsgeschwindigkeiten in *denselben* absoluten Zeitintervallen — gezählt vom Anfange des Versuches — verglichen, so nehmen die Unterschiede zwischen den einzelnen Gruppen mit dem Vorschreiten des Vorganges zumeist ab.

Eine charakteristische Abweichung von der erwähnten allgemeinen Reihenfolge weist nur das Gel der D. Koll. Ges. mit 0·5—2 mm Korngrösse auf, dessen Sorptionsgeschwindigkeit im Anfange des Vorganges alle andere übertrifft (kleinere Körner!).

b) Auf den allgemeinen Verlauf der Sorption *bei grossen, der des gesättigten Dampfes nahe stehenden relativen Dampfkonzentrationen* — bei denen auch die Kapillarkondensation eine bedeutende oder sogar entscheidende Rolle im Sorptionsvorgange spielt — ist aus den Angaben der unteren Tabelle (Nr. 9) zu schliessen. Diese Tabelle stellt die Sorption des bei 20° gesättigten Alkoholdampfes dar — nach den Diagrammen der Fig. 15 und 16 zusammengestellt — mit der Hervorhebung der *aus praktischem* Gesichtspunkte wichtigen Umstände. (*t* bedeutet hier die zur Aufnahme der bestimmten und in Gewichtsprozenten angegebenen Dampfmengen (*g*) nötige Zeit in Minuten, $\frac{g}{t}$ dagegen die Durchschnittsgeschwindigkeit pro Min. der Sorption.)

Tabelle 9.

g Gew.—%	Gel aus $SiCl_4$		D. Koll. *G.* 0·5—2 m/m		Borsig-Gel		D. Koll. *G.* 2—3 m/m		F. Herrm. *S.* «*E*»		F. Herrm. *S.* «*A*»	
	t	$\frac{g}{t}$	*t*	$\frac{g}{t}$		$\frac{g}{t}$	*t*	$\frac{g}{t}$	*t*	$\frac{g}{t}$	*t*	$\frac{g}{t}$
10	0·55	18·2	0·5	20·0	0·7	14·3	0·7	14·3	1·2	8·3	1·6	6·3
20	2·2	9·1	2·1	9·5	3·6	5·6	3·9	5·1	6·0	3·3	8·0	2·5
30	6·5	4·6	8·5	3·5	13·0	2·3	13·0	2·3	19·0	1·6	20	1·5
40	14	2·9	18	2·2	—	—	27	1·5	40	1·0	42	0·95
50	24	2·1	31	1·6	—	—	46	1·1	64	0·78	72	0·7
60	45	1·3	58	1·0	—	—	79	0·76	93	0·64	117	0·51
70	—	—	—	—	—	—	—	—	126	0·55	—	—
75	—	—	—	—	—	—	—	—	150	0·50	—	—

Diese Zusammenstellung sei als ein Beispiel angegeben, welche es ausgezeichnet ermöglicht, die verschiedenen Sorptionseigenschaften der verschiedenen Gele — bei den ermittelten Umständen — auch aus praktischem Gesichtspunkte zu überblicken. Sofort springt es in die Augen, wie sich die verschiedenen Gele sowohl hinsichtlich ihrer Sorptions*fähigkeiten*, als auch hinsichtlich ihrer Sorptions*geschwindigkeiten* verschieden — jedoch gut vergleichbar — verhalten.

EINIGE DATEN ZUR KENNTNIS DER ALGEN DES BALATONGEBIETES.

Mit 5 Figuren im Text.

Von ALADÁR SCHERFFEL.

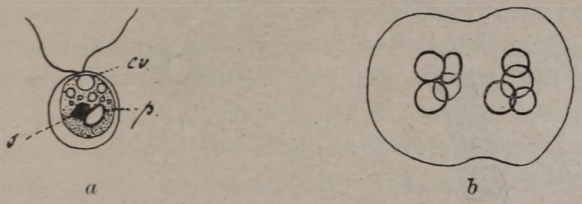
(Vorgelegt der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in der Sitzung von 12 Januar 1931.)

Vorliegende Mitteilung bildet gewissermassen eine Fortsetzung, Ergänzung meiner bereits früher erschienenen Arbeiten (Einige Daten zur Kenntnis der Algen des Balaton-See-Planktons. Folia Cryptogamica, 1930, I. Bd. n. 7, p. 749—766 und Einige interessantere niedere Organismen aus dem Balaton und dessen Umgebung. Arbeiten der I. Abt. des ung. Biologischen Forschungsinstitutes. 1930, p. 259—264). Sie beschränkt sich demzufolge nur auf solche Arten, welche bisher aus diesem Gebiete nicht angeführt erscheinen, also für dasselbe neu sind, enthält aber auch bezüglich einiger dieser Arten Bemerkungen, welche unsere Kenntnisse über dieselben erweiternd, auch allgemeineres Interesse besitzen.

Als ein neues Glied des Balatonphytoplanktons ist vorerst eine Chlamydomonas hervorzuheben :

Chlamydomonas globosa SNOW. Wenn auch unsere Form nicht in allen Punkten genau mit der Beschreibung und den Abbildungen übereinstimmt, wie wir sie in Pascher's Süsswasserflora (SWFl.) Heft (H.) 4, p. 192 und Fig. 130 *a* finden. Die kleinen (8—9×7—8 μ) etwas ovalen, bisweilen eiförmigen, ja selbst asymmetrischen, ungleichseitigen Zellen liegen innerhalb einer dünnen, etwas abstehenden Hülle. Eine Scheitelpapille fehlt. An der Basis der beiden

gleichen, ca. 12 μ langen Geisseln befindet sich die kontraktile Vakuole. Im basalen Teil des Chromatophors liegt schief ein ovales, ansehnliches Pyrenoid und in dessen Nähe, im mittleren Teil der Zelle, parietal ein oft auffallend grosses Stigma (Fig. 1. *a*). Gewöhnlich findet man Vierergruppen in eine ansehnliche, strukturlose, farblose, runde Gallertmasse eingebettet, welche erst in Tuschemulsion deutlich in die Erscheinung tritt. Diese Gallertmassen, welche deutlich die Anpassung an die planktische (schwebende) Lebensweise zum Ausdruck bringen, stehen im engen Zusammenhang mit der Vermehrung des Organismus, worauf auch die mittlere, furchenartige Einschnürung der bereits 2 solche Vierer-



a *b*

Fig. 1. *Chlamydomonas globosa* Snow. *a.* = Schwärmer. *s.* = Stigma. *p.* = Pyrenoid. *cv.* = Contractile Vacuole. *b.* = Gallertkugel mit zwei Vierergruppen (in Tuschemulsion). Teilungsstadien.

gruppen, die Abkömmlinge einer Mutterzelle, einschliessenden Gallertmasse hinweist (Fig. 1. *b*). Mitte März 1930.

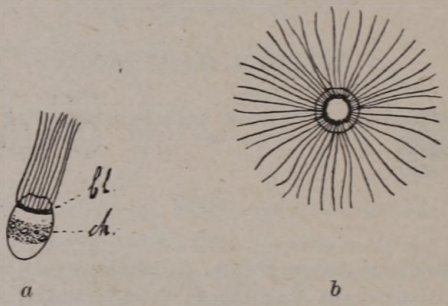
Elakatothrix gelatinosa Wille. (Pascher SWFl. H. 5, p. 220, Fig. 26). In gestandenen Balatonplankton, anfangs Mai 1930.

Die spindelförmigen, gegen beide Enden gleichmässig zugespitzten, 16—20 μ langen und 4—5 μ dicken Zellen sind oft in sehr grosser Zahl in einer unregelmässigen, seitlich ausgezackten Gallertmasse regellos verteilt. Auffallend und deutlich ist das einzige Pyrenoid. Die Teilung ist eine richtige Querteilung. Nach derselben liegen die Tochterzellen paarweise, ihre neuen stumpfgerundeten Enden einander zukehrend, längs hintereinander. Nachdem nachher diese Enden schief, einander ausweichend, längs nebeneinander spitz auswachsen (wie bei Raphidium nivale und R. pyrenogerum), wird die Zelle auf ihre typische Spindelform ergänzt. Der Organismus sieht dem Raphidium pyrenogerum ähn-

lich, jedoch das Pyrenoid ist dort kleiner, weniger auffallend und die Zellen finden sich nicht in so grosser Zahl in der Gallerte, wie hier.

Actinastrum Hantzschii Lagerh. var **fluviatile.** Im Plankton des Balaton-Sees den 13. März. 1930.

Bangia atropurpurea an den zum Schutze des Ufers aufgehäuften, den Wellenschlag ausgesetzten Steinen vor dem Biologischen Forschungsinstitut im Juni 1930. Die *rein diatomeenbraune* Farbe der sternartigen Chromatophoren war anfangs irreführend, als aber am nächsten Tage in den absterbenden Zellen die violette



a *b*

Fig. 2. *Oedogonium capilliforme* Kütz. Spermatozoid. *a*, von der Seite, *b*, von oben geschen. *bl.* = Blepharoplast, *ch.* = Chromatophor.

Färbung, das Phycoerythrin zur Geltung kam, war es klar, dass hier diese Alge vorlag.

Oedogonium capilliforme Kütz. trat im «Belső tó» (Innerer See» der tihanyer Halbinsel) — dem einzigen wertvollen Algenfundort in der Nähe des Biologischen Forschungsinstitutes, — in grösserer Menge auf und fruktifizierte Mitte Juli. Sowohl die männlichen, als auch die weiblichen Fäden sind annähernd gleich, meist 35 μ dick. Die Gestalt der einzeln stehenden, doch $\pm$ angeschwollenen Oogonien wechselt von etwas niedergedrückt Rundlichen bis ins verkehrt Eiförmige. In jedem Antheridium entstehen 2, übereinander liegende Spermatozoiden, die in einer weiten Blase eingeschlossen entleert werden. Die Spermatozoiden sind eiförmig und fallen durch ihr weisslich glänzendes Plasma auf. Im mittleren Teil ihres farblosen Körpers liegt gürtelförmig der blassgrüne

Chromatophor oder es ist die hintere Hältfe grün gefärbt und körnig. In der stets vollkommen farblosen, vorderen Hälfte ist eine stark lichtbrechende, ringförmige der Wand anliegende Leiste zu sehen, von der in grosser Zahl die feinen und auffallend langen, 1 $^1/_2$-mal körperlangen Geisseln entspringen, es ist der hier so ungemein scharf hervortretende Blepharoplast (Fig. 2. *bl*). Indem derselbe hier im Leben deutlich zu sehen ist, so geben die Spermatozoiden dieser Oedogonium-Art ein äusserst günstiges Objekt zu dessen Beobachtung und Demonstration ab. Der Blepharoplast liegt ganz und gar im farblosen Vorderteil, so dass hier die Geisseln in der Mitte des farblosen vorderen Endes und nicht an der Grenze des gefärbten Teiles entspringen, ganz übereinstimmend mit der von mir an den geschlechtslosen Schwärmern von Oedogonium rufescens gemachten Feststellung (A. Scherffel, Berichte d. d. bot. Gesellschaft 1901 Bd. XIX p. 558 Taf. XXXI Fig. 1). Der Zellkern schien mir (in vivo) ebenfalls im vorderen Teil, etwas unterhalb vom Blepharoplast zu liegen, was mir in Anbetracht dessen, dass er nach Klebahn in den Spermatozoiden von Oedogonium Boscii im Hinterende liegt, der Erwähnung wert scheint.

Nostoc Linckia (Roth) Born. Fadenalgen aufsitzend finden sich im «Belső tó» genug häufig rundliche oder unregelmässig gestaltete kleine, anscheinend junge Lager eines Nostoc, deren Trichom derart dicht verflochten ist, dass es mehr den Eindruck eines kompakten Zellhaufens macht. Doch finden sich Fälle, wo man — wenigstens streckenweise — den Faden deutlich und hier und da eine kugelige Heterocyste von 6 μ Diam. sieht, woraus mit Sicherheit hervorgeht, dass es sich hier um einen Nostoc handelt. Nach aussen ist das Lager mit einer farblosen Gallertschichte genügend scharf abgegrenzt, aber eine Gallertscheide um das Trichom ist auch hier nicht zu bemerken. Die Gallerte ist farblos und erscheint homogen. Auffallend ist die violette (Amethyst)farbe der Zellen, was besonders im Innern des Lagers zur Geltung gelangt, doch finden sich auch durchaus bräunliche oder nur an der Peripherie bräunliche oder auch schmutzig grüne Lager.

Diese auffallende Buntheit im Vereine mit dem dicht verflochtenen Trichom und den tonnenförmigen Zellen von 4 μ Diam.

lässt mich diesen Nostoc für Nostoc Linckia halten (vergl. Pascher SWFl. H. 12, p. 298.).

Calothrix brevissima G. S. West. Auf Cladophora und Rhizoclonium? im «Belső tó». Im Herbst 1930 nicht selten.

Die kürzesten Trichome (zur Anheftung gelangte, nur aus 5—9 Zellen bestehende Hormogonien) sind 22—30 μ lang, während die längsten Fäden auch die Länge von 180 μ erreichen. Die kürzesten liegen mit ihrer ganzen Länge dem Substrat dicht an, während die längeren dies nur mit ihrem basalen — etwa der Hormogonienlänge entsprechenden Teile — tun, dann aber schief aufrecht wachsend frei vom Substrat abstehen. Die basale Endzelle ist stets eine kugelige oder etwas verkehrt kegelförmige Heterocyste, mit oft grellgrünen Zellsaft. Die Farbe des Trichoms ist graubläulichgrün (livid, leichenfleckenfarbig) im basalen Teil oft dunkel blau-grün ins Violette gehend. Die Zellen des unteren Teiles sind beinahe so hoch wie breit, weiter oben haben sie nur die halbe Höhe dieser, was auf eine erhöhte Teilungsfrequenz hinweist. An der Basis ist das Trichom 6—9 μ dick, an der Spitze 4—5 μ. Die Verjüngung ist also ganz unbedeutend. Die apicale Endzelle ist abgerundet, der Faden nie in ein Haar verlängert. Die dünne, jedoch feste zylindrische, enganliegende, farblose Scheide ist am oberen Fadenende nur dann deutlich sichtbar, wenn sie durch den Austritt eines Hormogoniums entleert wurde.

Nach Geitler (Pascher SWFl. H. 12, p. 221) steht diese Art mit ihren an der Spitze kaum verjüngten, kurzen Fäden unter sämmtlichen Calothrix-Arten einzig da. Akzeptieren wir dies, so müssen wir, in Anbetracht der grossen sonstigen Übereinstimmung, unsere Form für die bisher nur aus Afrika, aus dem Viktoria-Nyanza-See bekannte Calothrix brevissima ansehen.

Calothrix stagnalis Gom. (Geitler in Pascher SWFl. H. 12, p. 229, Fig. 277) und **Lyngbya epiphytica** Hieron. auf Fadenalgen im «Belső tó». Sommer und Herbst. Die dünnen Fäden der letzteren umschlingen keineswegs immer spiralig den Cladophora- oder vielmehr den Rhizocloniumfaden, denn diesbezüglich gibt es darin ebensoviel Regelmässig- als Unregelmässigkeit.

Characiopsis subulata (A. Br.) Borzi. Häufig auf Cladophora im «Belső tó». In der Mitte der Zelle befindet sich ein nicht leicht

sichtbarer pyrenoidartiger Körper, bei dem jedoch die Stärkereaktion negativ ausfällt, der jedoch für den Zellkern zu dicht ist.

Characiopsis pyriformis (A. Br.) Borzi. Ebenfalls im «Belső tó» auf Cladophora, jedoch seltener als vorige.

Spirogyra longata (Vauch.) Kütz. In einer Probe, welche mein hochverehrter Kollege und Freund Herr Prof. Dr. Entz anfangs April 1930 aus der Umgebung von Kővágóőrs ins Institut brachte. Ende Mai trat die Fruktifikation ein.

Als einen in der Literatur nicht hervorgehobenen Charakter dieser Art möchte ich erwähnen, dass die zylindrisch-ovalen bis walzlich-oblongen Zygoten mit einem Teile ihrer Seitenwand der Seitenwand des nicht im mindesten angeschwollenen, vollkommen zylindrischen, weiblichen Gametangiums dicht anliegen (Fig. 3).

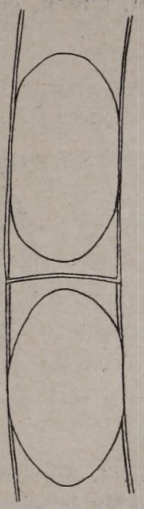


Fig. 3. *Spirogyra longata (Vauch)* Kütz. Zygoten.

Zygnema (Hallasia) reticulatum Hallas (Om en ny Zygnema-Art med Azygosporer. Botanisk Tidsskrift. 20. Bd, p. 1—15., Tav. 1. 2)[1] In derselben Probe wo Spirogyra longata, ebenfalls Ende Mai fruktifizierend. Zygnema reticulatum, der einzige bisher bekannte Vertreter der Section «Hallasia», war bisher nur in Dänemark gefunden und so ist das Auffinden dieser Seltenheit hier bei uns sehr interessant und erwähnenswert.

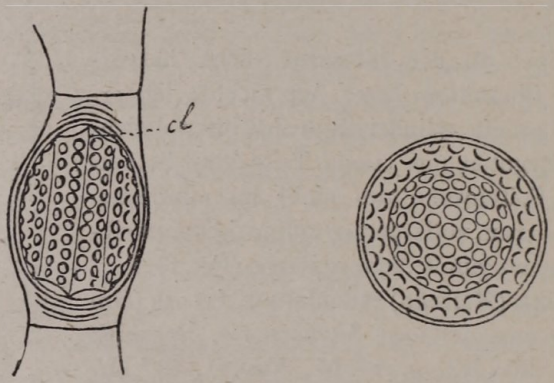
Auch ich beobachtete hier nur Azygosporen. Die *Gestalt* der Azygosporen stimmt mit jener der Zygoten von Debarya glyptosperma überein, aber die Skulptur der Membran ist eine völlig verschiedene, diese ist hier netzig-grubig (Fig. 4). Dieser gestaltlichen

---

[1] Herrn Dr. Gustav Moesz, dem Direktor der botanischen Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums in Budapest, sage ich für die leihweise Überlassung dieser Arbeit aus der Bibliothek seiner Abteilung, und Herrn Hans Schlesch in Kobenhaven, für die liebenswürdige Übersetzung des dänischen Textes, besten Dank.

Die Arbeit von L. Kolderup Rosenvinge, Note sur la Zygnema reticulatum Hallas (Revue Algologique n. 3, 1924) stand mir leider nicht zu Gebote.

Übereinstimmung wurde nirgends gedacht, sie scheint nicht bemerkt worden zu sein. Von der Seite gesehen besitzt die Azygospore im grossen und ganzen die Gestalt einer dicken bikonvexen Linse, ist also von der Seite zusammengedrückt (Fig. 4 *a*), von der Fläche gesehen rund (Fig. 4 *b*). Wenigstens das netzig-grubige Mesosporium besteht aus 2 schalenförmigen Hälften, die in einer scharfen, feinen, geraden Linie (Fig. 4 *a*, *cl*) mit ihren Rändern dicht



a *b*

Fig. 4. ***Zygnema (Hallasia) reticulatum.*** **Hallas. *a.* Azygote innerhalb der Mutterzelle von der Seite, *b.* von der Fläche gesehen. *cl.* = Contactlinie der beiden Membranhälften.**

aneinanderstossend, wie eine Kapsel das Innere umschliessen. Dass die Sporenwand eine derartige Zusammensetzung hat, wurde bisher ebenfalls nicht hervorgehoben.[1] Diese Zusammensetzung ist aber mit Bezug auf die Auffassung Steineckes (Steinecke, F.,

[1] Obzwar Hallas (l. c., p. 7) sich einer Ausdrucksweise Cohns bedienend, sagt, dass bei der Keimung der Spore sich dieselbe so öffnet, «wie die Schalen einer Cypris», was auch ihre Fig. 19 auf Taf. 2 zeigt, so spricht sie doch bei der Erklärung dieser Figur (l. c., p. 14) und in dem französischen Resumé (l. c., p. 16) von «Sprengung» und auch Printz (Engler-Prantl, Natürl. Pflanzenfamilien. 2. Aufl., Bd. 3, 1927, Chlorophyceen p. 371) drückt sich so aus. Dies ist aber keineswegs richtig, da hier die beiden Teile der Aussenmembran, entsprechend ihrer Kontaktlinie, auseinander gedrängt werden. Ein Bersten, eine «Sprengung» hingegen kann nur bei etwas ursprünglich *Einheitlichen* stattfinden.

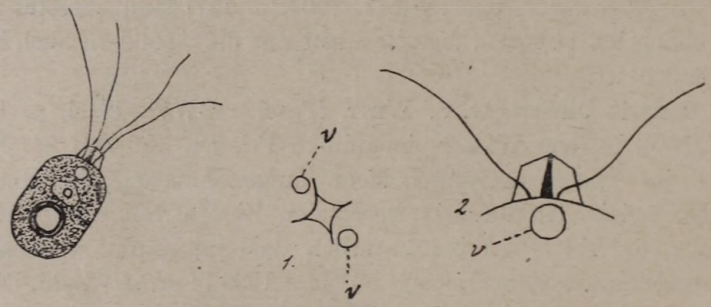
Die Zweischaligkeit im Membranbau der Zygnemalen und ihre Bedeutung für die Phylogenie der Conjugaten. Bot. Archiv. 1926, Bd. 13, p. 328—340) überaus wichtig und von weitreichender Bedeutung.

Die stärker lichtbrechende Masse (nach Hallas Cellulose), welche die Enden der Azygosporenmutterzelle ausfüllt, zeigt bereits ohne jegliche Behandlung eine sehr schöne Schichtung (Fig. 4 *a*), was in den Figuren bei Hallas nicht zum Ausdruck kommt, obwohl sie derselben (indessen nur nach Chromsäurebehandlung) im Text (l. c.) auf p. 5 gedenkt. G. S. West (A treatise on the British Freshwater Algae. Ed. 1, 1904, p. 127) fand dieselbe Erscheinung bei Debarya, die also nicht nur dort, sondern auch hier zu finden ist.

Carteria Olivieri. G. S. West. (Pascher SWFl. H. 4, p. 152, Fig. 100). In dem Wasser einer durch Frl. Dr. Kol den 24. Juni 1929 im Lesence-istvánder Moor aufgenommenen Sphagnum-Probe, welche ich durch fortgesetzten Zusatz von destilliertem Wasser unterhielt (wobei natürlich das Sphagnum schliesslich zugrunde gegangen war), schon im März 1930 in grosser Zahl. Diese Volvocinee wurde bislang nur in England gefunden.

Am interessantesten und beachtenswert ist hier die Hautwarze, welche sich schroff aus dem abgeflachten Vorderende erhebt, ca. 4 μ breit und 2 μ hoch ist und eine sogenannte «kreuzförmige» Papille darstellt. Von der Seite gesehen erscheint sie im optischen Längsschnitt als ein Kegelstutz, dessen obere Fläche flach-pyramidenförmig zugespitzt ist (Fig. 5 b_2). Der optische Querschnitt stellt ein Quadrat mit konkaven Seiten und flügelartig ausgezogenen Ecken dar (Fig. 5 b_1). Es sind also 4 kreuzweise stehende Nischen vorhanden. Aus dem Grunde einer jeden entspringt einzelweise eine $1\,^1/_4$-körperlange Geissel. Blickt man in der Seitenansicht genau auf die Kante einer der 4 Rippen, so erscheint diese mit ihrer nun starken Lichtbrechung als ein 4 μ langer Stachel im Centrum des abgeflachten Vorderendes, da die Konturen der benachbarten beiden Flügel (Rippen) infolge ihrer schwachen Lichtbrechung schwer und nur bei sorgfältiger Beobachtung zu sehen sind. Dieses Bild — ein kurzer Stachel am breiten Vorderende — ist für unsere Form dermassen charakteris-

tisch, dass sie daran leicht erkannt werden kann. Innerhalb der Zelle, in der Nähe des Papillengrundes sind 2 (wahrscheinlich kontraktile) Vakuolen vorhanden. Das meist gut entwickelte, parietale Stigma liegt in dem Winkel, den die geraden Seitenwände der Zelle mit den flachgewölbten Vorderende bilden. Im hinteren Drittel der Zelle befindet sich ein grosses, rundes Pyrenoid und in unmittelbarer Nachbarschaft davor der Zellkern (Fig. 5 *a*). Der die ganze Zelle intensiv grün färbende mächtige Chromatophor ist reich an Stromastärke und im Zellsaft? befinden sich zahlreiche, starklichtbrechende, dunkle, grobe Körperchen un-



a *b*

Fig. 5. *Carteria Olivieri* G. S. West. *a*. Schwärmer. *b*. Hautwarze. 1. von oben gesehen (optischer Querschnitt.) 2. von der Seite (optischer Längsschnitt). *v*. = Vacuole.

bekannter Natur. Die Grösse der Zellen ist sehr verschieden, die grössten messen $18 \times 14\,\mu$, die kleinsten sind nur halb so gross, $8{\cdot}8 \times 7{\cdot}7\,\mu$. Meine Exemplare waren also bedeutend kleiner als diejenigen Wests. Innerhalb der Mutterzelle werden 4 Tochterzellen gebildet, so wie dies West zeichnet (Pascher, l. c., p. 152, Fig. 100 c).

Carteria Olivieri besitzt also tatsächlich eine «kreuzförmige» Papille, ebenso wie Carteria crucifera [1] Korschikoff; Paschers Vermutung (1. c., p. 152) erwies sich demnach als richtig. Mit Carteria crucifera ist sie jedoch nicht identisch, schon deshalb, weil bei C. crucifera der Zellkern nicht vor, sondern hinter dem

[1] Bei Pascher, SWFl. H. 4, p. 152 und 157, steht — wohl versehentlich — statt Carteria crucifera, Carteria cruciata. Eine Art dieses Namens findet sich in der SWFl. nicht.

Pyrenoid liegt. KORSCHIKOFF kann aber Recht haben, dass diese beiden Arten mit einander verwandt sind. Die Auffassung von WEST, dass seine C. Olivieri der Carteria obtusa Dill. nahe steht, halte ich für unbegründet.

Carteria radiosa KORSCHIKOFF (Pascher SWFl. H. 4, p. 155, Fig. 105). Ebendaselbst in Gesellschaft der vorigen, jedoch seltener. Ende Oktober 1930.

Die kugeligen, grösseren Zellen haben einen Durchmesser von 18, mit der Papille 19 μ. Das sehr grosse, querovale Pyrenoid liegt im hinteren Teil der Zelle, vor ihm der Zellkern, das ziemlich grosse Stigma ebenfalls vorne. Die abgerundet-hügelförmige Hautwarze ist nicht scharf abgesetzt. Der die ganze Zelle bedeckende Chromatophor zeigt in der Oberflächenansicht $\pm$ deutlich Längsstreifen, im optischen Längsschnitt aber $\pm$ ausgeprägt, vom Pyrenoid (als Zentrum) ausgehende radiale Strahlen, die aber nie so scharf erschienen, wie es KORSCHIKOFF-s Abbildung (Pascher l. c., p. 155, Fig. 105) zeigt.

Bislang ist diese Art nur aus Russland (Charkow) bekannt gewesen.

Der Form und Grösse nach mit Carteria globosa KORSCHIKOFF übereinstimmend, aber von dieser durch den Besitz der Papille leicht zu unterscheiden. Die Struktur des Chromatophor ist jedoch nicht immer gut zu erkennen.

Closterium Venus KÜTZ. Ebendaselbst in grosser Menge. Immer nur mit einem einzigen Pyrenoid in jeder Zellhälfte.

Gloeodinium montanum KLEBS. Dieser Moor-Organismus findet sich ebenfalls hier.

KRISTALLOGRAPHISCHE UNTERSUCHUNGEN UNGARISCHER MINERALIEN.

Von † A. FRANZENAU und L. TOKODY.

Mit 21 Textfiguren.

Einleitung.

Dr. AUGUST FRANZENAU, Direktor der Mineralogisch-paleontologischen Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums, korrespondierendes Mitglied der Ungarischen Wissenschaftlichen Akademie verschied am 19-ten November 1919. Mit ihm verlor die Mineralogie einen der eifrigsten Forscher des Mineralreiches von Ungarn. Er veröffentlichte über die kristallographischen Eigenschaften der ungarischen Mineralien, auf genauen und umsichtigen Beobachtungen ruhende, mit grosser Gründlichkeit verfasste und mit prachtvollen Zeichnungen geschmückten Arbeiten. Alle seine Beobachtungen, alle seine Schriften zeigen von weitgehendster Verlässlichkeit.

Das Leben A. FRANZENAU's war der Arbeit gewidmet. Der Arbeit, deren alle Erfolge er nicht mehr sehen konnte. Das grausame Schicksal entriss ihm die Feder und er konnte viele angefangene Untersuchungen nicht mehr beenden. Ich habe in diesem Aufsatze, auf Grund seiner hinterlassenen Aufzeichnungen, die sehr wertvollen und interessanten Ergebnisse seiner Untersuchungen bearbeitet. Wir finden hier zahlreiche Angaben, die sich auf neues Vorkommen ungarischer Mineralien und hauptsächlich auf deren Kenntnis und Entdeckung neuer Kristallformen beziehen. So sind von neuem Vorkommen der *Pyrit* von *Batiza* und *Sümeg*, der *Quarz* von *Szopurkapatak*, die an sekundären Fundorten vor-

kommenden *Mineralien* von *Bánhida*. Von kristallographischem Gesichtspunkte entweder ungenügend oder gar nicht untersucht sind der *Quarz* und *Sphalerit* von *Nagytarna*, der *Quarz* von *Gyalár*, der *Pyrit* von *Magurka*, *Felsőbánya* und *Bucsum*. Neue Angaben enthalten die Untersuchungen des *Wolframit* von *Felsőbánya*, des *Pyrit* von *Porkura*, des *Pseudobrookit* von *Aranyihegy* und des grünen *Granat* von *Dognácska*.

Bei der Beschreibung der weiter unten behandelten Mineralien standen mir die folgenden Daten zur Verfügung. Bei jedem einzelnen Minerale waren die Originalskizzen A. Franzenau's vorhanden, auf Grund deren ich die Entwicklung der Flächen bestimmen konnte. Dieselben Skizzen dienten auch zur Typenbestimmung. Bei manchen Mineralien (Pyrit von Magurka, Batiza, Bucsum und Porkura, Granat von Dognácska, Zirkon von Bánhida, Sphalerit von Nagytarna) benützte ich die von Franzenau konstruierten Kristallzeichnungen um die Type zu entscheiden. Die zur Bestimmung der Formen dienenden Winkelwerte, wie auch die Indices fand ich notiert. Mit Benützung dieser Daten geschah die Beschreibung der Mineralarten, leider mitunter mangelhaft infolge der lückenhaften Aufzeichnungen.

Die Aufzeichnungen Franzenau's sind in der Mineralogisch-paleontologischen Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums deponiert. Dessen Direktor, Herr K. Zimányi, übergab sie mir zur Bearbeitung. Ein grosser Teil des originalen Untersuchungsmaterials war nicht mehr zu finden. Namentlich müssen wir die Beschreibung der Begleitmineralien entbehren, da diesbezüglich — den Wolframit von Felsőbánya ausgenommen — keine Aufzeichnungen mir zur Verfügung standen. Auch fehlten jedwege Literaturangaben.

Sehr interessant sind die Beobachtungen der an sekundären Fundorten vorkommenden Mineralien von *Bánhida*. Den diese behandelnden Abschnitt hat A. Franzenau vollständig bearbeitet und beschrieben, so dass ich ihn ohne jede Veränderung mitteile. Auch die den Pyrit von *Sümeg* behandelnden Aufzeichnungen A. Franzenau's gebe ich wörtlich wieder.

Bei einigen Mineralien habe ich den Text — wo es notwendig schien — durch Figuren ergänzt, so beim Quarz von *Gyalár*, beim Pseudobrookit von *Aranyihegy* und beim Wolframit von *Felsőbánya*.

Sehr bemerkenswert sind diejenigen Beobachtungen, die A. Franzenau an den Pyriten von *Felsőbánya*, *Batiza* und *Porkura* durchführte. Die Kristalle dieser Fundorte sind überaus reich an Formen. Es finden sich darunter zahlreiche Kristallformen, die schon von anderen Autoren an den einheimischen Pyriten z. B. von *Porkura* beobachtet, oder an anderen Kristallen von ausländischen Fundorten bestimmt wurden;

aber im Allgemeinen gibt es sehr viele für Pyrit neue Formen. Die bekannten und die neuen Formen habe ich voneinander unterschieden. Unter den neuen Formen sind viele vizinal, die mit bekannten Formen von einfacheren Indices identifiziert werden könnten. Ausser diesen finden wir auch mehrere Formen mit einfacheren Indices, die ich aber von der vorhergehenden nicht separierte, denn ausser den Indices und Winkelwerten haben wir keine näheren Daten zur sicheren Entscheidung der Form und somit kann ihre Wertung eventuell auf Grund ihres Vorkommens auf anderem Fundorte stattfinden. Bei den neuen Formen des Pyrit von *Felsőbánya*, *Batiza* und *Porkura* habe ich die Vorführung der Winkelwerte — um Raum zu sparen — unterlassen; doch muss ich bemerken, dass die gemessenen und berechneten Winkelwerte ausgezeichnet stimmten und der Unterschied machte kaum einige Minuten aus.

Bei Beurteilung der vizinalen Flächen ist die Auffassung der verschiedenen Autoren nicht einheitlich. Die vizinalen Formen des Pyrit erscheinen im Allgemeinen in grosser Anzahl als allererste Lösungsflächen. Ihr Auftreten fällt auf das Grenzgebiet der sicheren und unsicheren Formen; sie können somit oft mit Formen von einfacheren Indices identifiziert werden.

Wir sehen in vielen Fällen, dass die auf einem Fundorte beobachteten vizinalen Formen auch bei anderem Vorkommen auszuweisen sind; so sind die am Pyrit von *Felsőbánya* beobachteten Formen $\{50\cdot1\cdot0\}$ und $\{11\cdot1\cdot0\}$ auch an Kristallen von *Batiza* vorhanden. Die Formen J $\{11\cdot2\cdot0\}$ und C $\{16\cdot3\cdot0\}$ sind nicht nur von *Ötösbánya* bekannt,[1] aber sie sind auch in *Felsőbánya* zu finden.

Die Form $\mathfrak{C}$ $\{12\cdot5\cdot0\}$ wurde zuerst von MAURITZ[2] am Pyrit von *Porkura* beobachtet, dieselbe kommt auch in *Felsőbánya* vor. Die Form $\{11\cdot5\cdot0\}$ wurde von FRANZENAU am Pyrit von *Bélabánya* festgestellt,[3] sie ist aber sowohl an den Kristallen von *Felsőbánya*, wie auch an denen von *Batiza* zu finden.

Es ist zu beachten, dass viele Pentagondodekaeder von hohen

---

[1] K. ZIMÁNYI: Pyrit Kotterbachról Szepes vármegyében. — Über den Pyrit von Kotterbach in Ober-Ungarn. Ann. hist. natur. Mus. Nat. Hung. 1904. II. p. 93—114.

[2] B. MAURITZ: Újabb adatok a porkurai pyritről. Math. és Term.-tud. Értesítő. 1903. XXI. p. 358—373. — Neuere Beitr. zur Kenntniss des Pyrit von Porkura. Zeitschr. für Krist. 1904. XXXIX. p. 357—365.

[3] A. FRANZENAU: Kristálytani vizsgálatok a bélabányai pyritről. Math. és Természettud. Értesítő. 1898. XVI. p. 273—297. — Kryst. Untersuchungen am Pyrit von Bélabánya. Math. u. naturw. Ber. aus Ungarn. 1899. XV. p. 198—223.

Indices nicht nur mit einer, sondern mit mehreren Flächen am selben Kristalle vorkommen. So z. B. die Formen {11·5·0} mit fünf, {15·7·0} mit drei, {17·8·0} mit vier und {33·16·0} mit drei Flächen. Aus dieser hat die Form {17·8·0} ZIMÁNYI in *Bindtbánya* als erster beobachtet.[1]

Die am Pyrit von *Felsőbánya*, *Batiza* und *Porkura* beobachteten vizinalen Formen, wie die Pentagondodekaeder {137·1·0}, {99·1·0}, {84·1·0} usw. und eine ganze Reihe von Dyakisdodekaeder sind durchaus keine wichtigen Formen, obwohl FRANZENAU dieselben betreffend sehr gute Winkelwerte erhielt, die mit den berechneten Werten übereinstimmen und er beobachtete sie auch in mehreren Zonen.

Bei der Beurteilung der Formen von hohen Indices ist das wichtigste Kriterium: im Schnittpunkt wie vieler Zonen sie liegen. Wir kennen auch beim Pyrit Formen, die man auf Grund ihrer Indices als vizinale bezeichnen könnte, aber sie liegen im Schnittpunkt von zwei oder mehr Zonen und können somit nicht zu den vizinalen gerechnet werden. So z. B. die Form ♄ {13·7·1}, die im Zonenschnitt liegt und mit grossen Flächen von mehreren Fundorten auszuweisen ist; von derselben Eigentümlichkeit ist auch das Pentagondodekaeder ε {10·3·0}, das auch an den von FRANZENAU untersuchten Pyriten vorkommt; am Pyrit von *Csetnek* tritt dieselbe mit vorherrschenden Flächen auf.[2]

Ich halte im allgemeinen für wichtig die vizinalen Formen unter den Kristallformen zu erwähnen und zwar darum, weil das Auftreten der vizinalen Formen am Minerale eines Fundortes für jenes Vorkommen charakteristisch sein kann. Der vizinalen Form, als Kristallform, brauchen wir keine grössere Wichtigkeit beizumessen. Es ist möglich, dass sie nur von einem Fundorte auszuweisen ist, sie kann aber auch anderswo vorkommen. Ich sehe ihre Wichtigkeit in der Entwicklung des Formenreichtums, in der Neigung zur Vizinalflächenbildung des betreffenden Minerals und in den den Fundort charakterisierenden Eigenschaften.

*

Was die Behandlung der im Folgenden beschriebenen Mineralien betrifft, bemerke ich, dass sie in der Reihe nach Fundorten, Komitaten einander folgen und so die Mineralien der einzelnen Fundorte gleichzeitig beschrieben werden können.

L. TOKODY.

---

[1] K. ZIMÁNYI: A Szepes-Gömöri Érchegység nehány kristályodott pyritjéről. Math. és Természettud. Értesítő. 1918. XXXVI. p. 431. — Über einige Pyrite aus dem Zips-Gömörer Erzgebirge. Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn. 1926. XXXIII. p. 54.

[2] K. ZIMÁNYI: Über ein Vorherrschen der Form ε {10·3·0} am Eisenkies. Centralblatt für Mineralogie etc. 1926. Abt. A. p. 15—17.

Pyrit von Magurka (Komitat Liptó).

In *Magurka* wird der Bergbau schon seit uralten Zeiten zur Gold- und Antimongewinnung betrieben. Die Gänge in denen die Erze vorkommen, sind durch Verwerfungen mehrfach gestört. Die im Granit vorkommenden Gänge streichen W—O und fallen unter 30—38° gegen S ein; ihre Hauptausfüllung ist Antimonit und Quarz. Der rosenfarbige Quarz ist goldhaltig.[1]

Zipser[2] führt von Magurka die folgenden Gangmineralien an: Gold, Galenit, Sphalerit, Chalkopyrit, Pyrit, Braunspat und Calcit; er erwähnt ferner die folgenden sekundären Mineralien: Kermesit, Cervantit, Malachit, Azurit, Talk, Chlorit und Pistazit. Zipser's Daten haben auch die späteren Autoren: Cotta und Fellenberg,[3] Meier,[4] Zepharovich[5] und Tóth[6] übernommen.

Der kristallisierte Pyrit befindet sich in den Gängen eingestreut. Die Kristalle sind im allgemeinen klein, ihre Dimension schwankt zwischen 1—4 mm. Zu kristallographischer Untersuchung eigneten sich vier Kristalle, an denen die folgenden fünf Formen auftraten:

a {100}	o {111}
d {110}	e {210}
Ψ {833}	

---

[1] B. Mauritz: Jelentés az 1912. évben eszközölt bányageológiai felvételről. Magy. kir. Földtani Intézet Évi Jelentése 1912-ről. p. 207. — Bericht über die montangeol. Aufnahmen im Jahre 1912. Jahresber. d. kgl. ung. geol. Reichsanst. 1912. p. 228—233.

K. Papp: A Magyar Birodalom Vasérc- és Kőszénkészlete. Budapest. 1915. p. 265.

M. Pálfy: Magyarország arany-ezüstbányáinak geológiai viszonyai és termelési adatai. Magyar kir. Földtani Intézet gyakorlati füzetei. Budapest. 1929. p. 71.

[2] G. A. Zipser: Versuch eines topogr. mineralog. Handbuches von Ungarn. Oedenburg. 1817. p. 232—234.

[3] B. Cotta—E. Fellenberg: Die Erzlagerstätten Ungarns und Siebenbürgens. Freiburg. 1862. I. p. 127—128.

[4] R. Meier: Der Gold- und Antimonbergbau von Magurka. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt. Wien. 1868. XVIII. p. 261.

[5] V. v. Zepharovich: Min. Lexikon. Wien. 1873. II. p. 253.

[6] M. Tóth: Magyarország ásványai: Budapest. 1882. p. 394.

Die Kristalle — einen ausgenommen — waren rundherum ausgebildet und ihre vorherrschende Form ist $o\{111\}$. Die Flächen der Form $o\{111\}$ sind meist glatt und glänzend. Manchmal zeigen sie jedoch parallel mit der Kante [100 : 111] eine Riefung nach

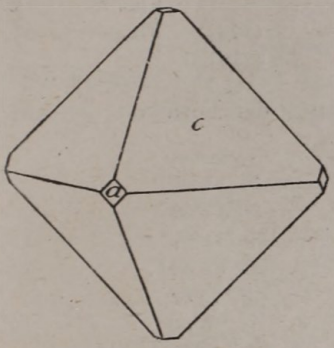


Fig. 1.

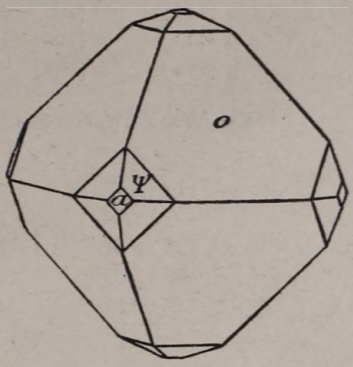


Fig. 2.

drei Richtungen und in einem Falle zeigten sie infolge kleiner Vertiefungen und Unebenheiten ein sametartiges Schimmern. Das Hexaeder ist an allen Kristallen glänzend, untergeordnet und trat nur an einem Kristalle mit feinen, verikal gestreiften Flächen auf. Mit untergeordneten schmalen Flächen erschienen die Formen $d\{110\}$ und $e\{210\}$; $d\{110\}$ war an zwei Kristallen vorhanden und ihre Flächen sind immer der kürzeren Diagonale der Rhombusfläche parallel fein gerieft. Bei jenen Kristallen, an denen $d\{110\}$ vorkam, war auch $e\{210\}$ gleichzeitig zu beobachten; die Flächen der letzteren abgerundet, trotzdem glänzend. Die Form $\Psi\{833\}$ war an einem Kristalle mit zwei mittelgrossen Flächen ausgebildet; die Flächen parallel der Kante [111 : 833] stark gestreift (Fig. 2).

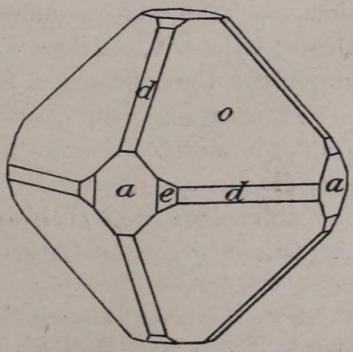


Fig. 3.

Die Kristalle besitzen einen oktaedrischen Habitus (Fig. 1—3).

Die Kombination der Kristalle ist in der folgenden Zusammenstellung dargestellt, wo die Aufzählung der Formen in der Reihenfolge ihrer abnehmenden Grösse geschah.

$o\{111\}$	$a\{100\}$			Fig. 1.
$o\{111\}$	$\Psi\{833\}$	$a\{100\}$		Fig. 2.
$o\{111\}$	$a\{100\}$	$d\{110\}$	$e\{210\}$	Fig. 3.
$o\{111\}$	$a\{100\}$	$d\{110\}$	$e\{210\}$	

Einige Winkelwerte zur Bestimmung der Formen:

	Gemessen	Berechnet
111 : 100	54°43′	54°44′08″
: 338	26°49′	26°47′50″
338 : $3\bar{3}8$	38°43′	38°41′41″
100 : 210	26°33′	26°33′54″
110 : 111	35°16′	35°15′52″
: 210	18°27′	18°26′06″

Sphalerit und Quarz von Nagytarna (Komitat Ugocsa).

In *Nagytarna* ist der Sphalerit, mit Galenit und Pyrit zusammengewachsen, in der Begleitung von Quarz zu finden. Das Vorkommen wird von Cotta—Fellenberg [1] erwähnt und ihre Daten sind von Tóth [2] übernommen worden. Szellemy [3] erwähnt auch Quarz, Galenit und Kiese von *Nagytarna*. Eingehende kristallographische Untersuchungen fehlten bis jetzt.

Figur 4 zeigt ein *Sphalerit*kristallfragment. Die Orientation des interessanten Kristalles wurde durch die Form $\{2\bar{1}2\}$ entschieden, die nur aus negativen Oktanten bekannt ist. Die Richtigkeit der Aufstellung wird auch durch die Form $\{3\bar{1}3\}$ verstärkt, die ebenfalls in negativen Oktanten häufig ist.

---

[1] B. Cotta—E. Fellenberg: Die Erzlagerstätten Ungarns und Siebenbürgens. Freiburg. 1862. I. p. 145.

[2] M. Tóth: Magyarország ásványai. Budapest. 1882. p. 457.

[3] G. Szellemy: Vyhorlat-Gutin trachithegység érctelepei. Budapest. 1896. p. 14. — Die Erzlagerstätten des Vyhorlat-Guttin-Trachitgebirges. Budapest. 1896. — Les gisements de minerais des Montagnes de Trachytes de Vyhorlat-Guttin. Budapest. 1896.

G. Szellemy: Nagybányának és vidékének fémbányászata. Nagybánya. 1894. p. 48—50.

Die festgestellten Formen:

$h\{100\}$	$q_1\{3\bar{1}3\}$
$d\{110\}$	$p_1\{2\bar{1}2\}$
$o\{111\}$	$o_1\{1\bar{1}1\}$

Die Form $\{100\}$ besitzt rauhe Flächen, wie auch die natürlichen Flächen von $\{111\}$ und $\{110\}$; die Spaltflächen sind lebhaft glänzend. Die glänzenden Flächen der Formen $\{3\bar{1}3\}$ und $\{2\bar{1}2\}$ sind

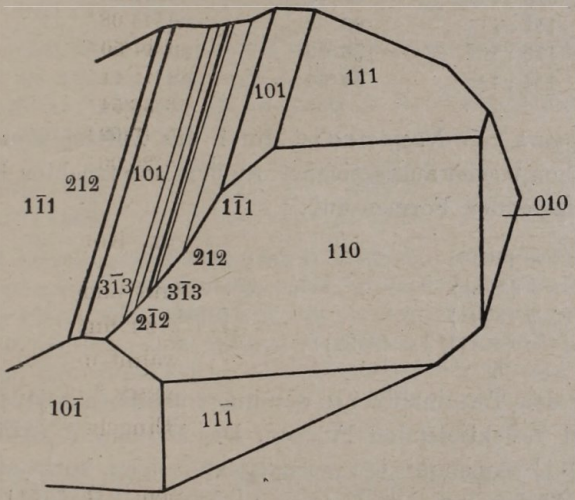


Fig. 4.

abwechselnd, stufenartig ausgebildet. Die Form $\{1\bar{1}1\}$ zeigte glänzende Flächen.

Der Typus des Sphalerit von *Nagytarna* kann denjenigen von *Schlaggenwald*, der durch $\{111\}$, $\{1\bar{1}1\}$ und $\{100\}$ als Hauptwachstumsformen charakterisiert ist, identisch genannt werden. Auch an anderen ungarischen Fundorten (Selmecbánya, Felsőbánya, Rodna) gehört der Sphalerit zu demselben Typus.[1]

[1] G. Kalb—Leo Koch: Die Kristalltracht der Zinkblende in minerogenetischer Betrachtung. Centralblatt für Mineralogie etc. 1929. Abt. A. p. 353—357.

Die gemessenen und berechneten Winkelwerte sind folgende:

	Gemessen	Berechnet
110 : 111	35°14′	35°15′52″
101 : 111	89°54′	90°
111 : 1$\bar{1}$1	70°33′	70°38′44″
11$\bar{1}$: $\bar{1}$11	109°24′	109°28′16″
1$\bar{1}$1 : 3$\bar{1}$3	22°15′	22° — 06″
1$\bar{1}$1 : 2$\bar{1}$2	15°21′	15°47′35″
010 : 110	45°05′	45°
010 : 111	54°44′	54°44′08″
10$\bar{1}$: 111	90°	90°
110 : $\bar{1}$01	120°05′	120°
10$\bar{1}$: 110	59°56′	60°

Der *Quarz* von *Nagytarna* ist durch das Auftreten mehrerer positiven Rhomboeder ausgezeichnet. An dem untersuchten Kristall traten die folgenden Formen auf:

m {10$\bar{1}$0}	ξ {60$\bar{6}$1}
r {10$\bar{1}$1}	T {10·0·$\bar{1}$0·1}
g {30$\bar{3}$1}	z {01$\bar{1}$1}
f {40$\bar{4}$1} (= {90$\bar{9}$2}?)	

Unter den Terminalflächen dominiert die Form r {10$\bar{1}$1} mit glatten, gut reflektierenden Flächen. Die Formen ξ {60$\bar{6}$1} und T {10·0·$\bar{1}$0·1} kamen mit je zwei streifenförmigen, horizontal fein gestreiften Flächen vor. Die Formen f {40$\bar{4}$1} und g {30$\bar{3}$1} traten mit je einer, den vorhergehenden gleich grossen und ebenfalls horizontal gestreiften Fläche in der Zone [$\bar{1}$101 : $\bar{1}$100] auf. Die Form z {01$\bar{1}$1} war im Ganzen nur mit einer Fläche ausgebildet.

Die gemessenen und berechneten Winkelwerte sind:

	Gemessen	Berechnet
10$\bar{1}$0 : 10·0·$\bar{1}$0·1	4°56′	4°30′
: 60$\bar{6}$1	8°	7°28′30″
: 40$\bar{4}$1	10°13′	11°08′
: 30$\bar{3}$1	14°05′	14°42′
: 10$\bar{1}$1	38°20′	38°13′
10$\bar{1}$1 : 10·0·$\bar{1}$0·1	33°31′	33°43′
: 60$\bar{6}$1	30°34′	30°44′30″
: 40$\bar{4}$1	27°50′	27°05′
: $\bar{1}$101	85°41′	85°45′24″

Bei der Betrachtung der Winkelwerte ist der sich auf Form $\{40\bar{4}1\}$ beziehende beträchtliche Unterschied zwischen den gemessenen und berechneten Werten auffallend. Im Falle $(10\bar{1}0) : (40\bar{4}1)$ beträgt er 0°55′, bei der Neigung von $(10\bar{1}1) : (40\bar{4}1)$ aber 0°45′. Die Formen des Quarzes von *Nagytarna* hat Franzenau indiciert und die Form $\{40\bar{4}1\}$ befindet sich unter seinen Aufzeichnungen. Die Winkelwerte jedoch zeigen eine bessere Übereinstimmung mit der am Quarz ebenfalls bekannten Form $\Delta\{14\cdot0\cdot\bar{1}\bar{4}\cdot3\}$. Für diese ist:

	Gemessen	Berechnet	$\pm\Delta$
$10\bar{1}0 : 14\cdot0\cdot\bar{1}\bar{4}\cdot3$	10°13′	9°35′	0°38′
$10\bar{1}1 : 14\cdot0\cdot\bar{1}\bar{4}\cdot3$	27°50′	28°38′	0°48′

Auch bei dieser Form ist die Abweichung noch beträchtlich, besonders für die Neigung $(10\bar{1}1) : (14\cdot0\cdot\bar{1}\bar{4}\cdot3)$.

Die Form $\{90\bar{9}2\}$ stumpft die Kante $(40\bar{4}1) : (14\cdot0\cdot\bar{1}\bar{4}\cdot3)$ symmetrisch ab. Ihre Winkelwerte sind:

	Gemessen	Berechnet	$\pm\Delta$
$10\bar{1}0 : 90\bar{9}2$	10°13′	9°55′30″	0°17′30″
$10\bar{1}1 : 90\bar{9}2$	27°50′	28°17′30″	0°27′30″

Die Abweichung zwischen den gemessenen und berechneten Winkelwerten ist geringer und so wäre unter die Formen des Quarz von *Nagytarna* die Form $\{90\bar{9}2\}$ statt $\{40\bar{4}1\}$ zweckmässiger einzureihen. Die Form $\{90\bar{9}2\}$ ist am Quarz nicht bekannt. In Anbetracht, dass sie nur mit einer schmalen, gestreiften Fläche vorkam, können wir sie also nur als eine unsichere Form betrachten.

Mineralien von Felsőbánya (Komitat Szatmár).

1. Pyrit.

Fast alle Autoren, die sich mit den Mineralien von *Felsőbánya* beschäftigten, erwähnen auch den Pyrit, aber sie geben davon keine eingehende Beobachtungen; so waren von seinen Kristallformen nur $a\{100\}$ und $e\{210\}$ bekannt.

Nach den neueren Untersuchungen sind die 1—5 mm grosse Pyritkristalle sehr formenreich, wie es aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich ist:

$a\{100\}$	$\gamma\{720\}$	$\eta\{940\}$
$d\{110\}$	$\varepsilon\{10\cdot3\cdot0\}$	$\{11.5.0\}$
$J\{11\cdot2\cdot0\}$	$k\{520\}$	$e\{210\}$
$C\{16\cdot3\cdot0\}$	$\mathfrak{C}\{12\cdot5\cdot0\}$	
$\alpha\{920\}$	$O\{730\}$	

Neue unsichere und vizinale Formen:

{99·1·0}	{16·1·0}	{23·6·0}	{97·43·0}
{80·1·0}	{11·1·0}	{39·10·0}	{92·41·0}
{50·1·0}	{90·11·0}	{17·5·0}	{46·21·0}
{35·1·0}	{35·8·0}	{17·7·0}	{15·7·0}
{27·1·0}	{29·7·0}	{29·12·0}	{25·12·0}
{24·1·0}	{14·3·0}	{16·7·0}	

Beobachtete Formen sind: Hexaeder und ausschliesslich positive Pentagondodekaeder. Unter letzteren ist $e\{210\}$ am stärksten entwickelt, die übrigen Formen traten mit schmalen, streifenförmigen Flächen auf. Auch die Flächen des Hexaeders sind untergeordnet.

Die Kristallen sind von pentagondodekaedrischem Habitus, da aber von den Pentagondodekaeder keiner sich vorherrschend entwickelte, waren die Kristalle dem tonnenförmig abgerundeten Hexaeder ähnlich.

Die Winkelwerte für die sicheren Formen sind:

	Gemessen	Berechnet
100 : 940	24°04′	23°57′43″
: 11·5·0	24°30′	24°26′38″
: 210	26°27′	26°33′54″
: 207	74°05′	74°03′17″
: 3·0·16	79°19′	79°22′49″
: 1·0·16	86°23′	86°25′25″
210 : 10·3·0	9°51′	9°51′57″
: 920	13°52′	14°02′10″
: 11·2·0	16°24′	16°15′27″
: $\bar{1}\bar{2}\cdot\bar{5}\cdot 0$	112°37′	112°37′12″
102 : $\bar{2}0\bar{5}$	175°19′	175°14′14″
: $\bar{3}0\bar{7}$	176°40′	176°38′01″

2. Wolframit.

Der Wolframit von *Felsőbánya* wurde durch J. A. Krenner in den von *Levesbánya* stammenden Gangstücken entdeckt.[1] An den einseitig geschärften meisselartigen, 0·5—1 mm dicken, 1—6 mm breiten und 4—12 mm langen Kristallen beobachtete er 12 Formen und zwar:

[1] J. S. Krenner: A felsőbányai trachit wolframitja. Értekezések a természettudományok köréből. Budapest. 1876. VII. köt. 24. sz. p. 1—10. — Wolframit aus dem Trachyte von Felső-Bánya. Tschermak's min. Mitt. 1875. p. 9—12.

a {100}	d {310}	t {10$\bar{2}$}	v {55$\bar{2}$}
b {010}	k {50$\bar{2}$}	y {102}	ξ {13$\bar{2}$}
c {001}	i {40$\bar{3}$}	h {101}	e {11$\bar{2}$}

Neuerdings untersuchte S. Koch die aus dem XI. Horizont des *Keletibánya* stammenden Wolframitkristalle und stellte an ihnen die folgenden 16 Formen fest: [1]

a {100}	d {310}	t {10$\bar{2}$}	e {11$\bar{2}$}
b {010}	f {011}	λ {10$\bar{1}$}	{61$\bar{4}$}
c {001}	k {50$\bar{2}$}	y {102}	ω {111}
m {110}	i {40$\bar{3}$}	o {11$\bar{1}$}	σ {121}

Den genauen Fundort der in den Folgenden erwähnten Wolframitkristalle teilte A. Fizélyi ung. kgl. Oberbergbaurat brieflich A. Franzenau mit, wie folgt:

Der Wolframit kommt westlich vom *Teresien*-Schacht ungefähr 280 m entfernt, bzw. zwischen den Rollschachten *Samu* und *Sándor* am XI. Horizont (in der Tiefe von 320 m) in der Länge von 45 m und in der Breite von 6—8 m vor. In diesem Gang ist der Kupfergehalt ziemlich reich, so dass auch Kupfererze ausgebeutet werden. Charakteristisch ist es, dass der Wolframit immer nur in kleineren oder grösseren Höhlen in winzigen Kristallen vorkommt.

Die zu kristallographischen Untersuchungen verwendeten Stufen hatten MÁV. Inspektor Wilhelm Hennings und Oberbergbaurat Alexander Fizélyi die Freundlichkeit zur Verfügung zu stellen.

Bei Übersicht des Materials stellte es sich heraus, dass die Mehrheit der Kristalle von der bekannten einfach keilartigen Entwicklung war und dass an einem Stücke auch derjenige Typus zu erkennen war, bei welchem das Ende der Keile durch Prismen IV. Art. modifiziert wird.

Die Grundmasse der Henning'schen Stufe ist eine eng verwachsene Mischung von Pyrit, Sphalerit und Quarz; letzterer kommt auch aufgewachsen vor. Stellenweise werden die unter diesen zurückgebliebenen Lücken entweder ganz oder teilweise durch Chalkopyrit ausgefüllt. Die Wolframitkristalle lehnen sich zu Quarz.

[1] S. Koch: Újabb előfordulású wolframit-kristályok Felsőbányáról. A new occurence of wolframite at Felsőbánya. Ann. Musei Nation. Hung. 1925. XII. p. 142—148.

Sie werden, wie auch der Quarz und Chalkopyrit von Dolomit bedeckt.

Der *Sphalerit* besitzt eine dunkelbraune Farbe, seine dünnen Kanten sind hellbraun durchscheinend. Nach den Spaltflächen zu urteilen, bildet er grössere Individuen.

Der *Pyrit* ist kleinkörnig. Diejenigen Kristalle, welche am amorphen Quarz sitzen, sind bis zu 1 mm grosse, nach den abwechselnden Kanten geriefte Hexaeder.

Die *Quarz*kristalle sind an ihren unteren Teilen graulich, an den freien Enden wasserhell, durchsichtig. Ihre Grösse schwankt zwischen 12—20 mm Länge und 3—4 mm Breite. Ihre Hauptform ist das von $r\{10\bar{1}1\}$ und $z\{01\bar{1}1\}$ abgeschlossene, gestreifte Prisma $m\{10\bar{1}0\}$. Die beiden vorigen Formen sind manchmal mit gleichgrossen Flächen ausgebildet, in anderen Fällen aber ist die eine Form auf Kosten der anderen stärker entwickelt.

Die Flächen des *Chalkopyrit* sind angegriffen. Es gelang einen Kristall von 2 mm Grösse abzutrennen, dessen Habitus durch die stark geriefte Form $p\{111\}$ bestimmt wird. Es kommt an ihm ferner auch noch die kleine glattflächige Form $r\{1\bar{1}1\}$ und die ebenfalls kleine Form $e\{101\}$ vor.

Der *Dolomit* hat sich gruppenweise ausgebildet. Die Kristalle sind weiss, matt, die grösseren von einem Durchmesser von 3—3·5 mm. Ihre Kristallform ist $e\{10\bar{1}2\}$, welche Form bei Dolomit häufig vorkommt. Die Rhomboederflächen zeigen parallel der kürzeren Diagonale eine tiefe Riefung. Der Dolomit von *Felsőbánya* gehört, seiner chemischen Zusammensetzung nach, zum Ankerit.[1]

Der violett-blauschwarze *Wolframit* sitzt verstreut auf den Quarzkristallen.

Den unteren Teil des von Fizélyi stammenden Mineralstückes bilden Galenit, Sphalerit, Chalkopyrit und Pyrit. Diese Mineralien sind gemischt zusammengewachsen, zwischen ihnen befinden sich in den hie und da vorkommenden Höhlen Quarz- und Sideritkristalle ausgeschieden. Die Masse des Gemenges ist von

---

[1] I. Strobentz: Magyarországi dolomitkristályok újabb elemzései. Földtani Közlöny. 1925. LV. p. 55. — Analysen von ungarischen Dolomitkristallen. Ebendort p. 275.

einer mehr dunkel oder hell gefärbten, an der Oberfläche von Quarz bedeckten Substanz umgeben. In Verbindung damit kommen Galenit, Sphalerit, Chalkopyrit, Wolframit und Siderit vor. Auf Grund der Spalt- und Bruchflächen des Galenit, Sphalerit und Chalkopyrit ist auf das Vorhandensein von grösseren Individuen zu schliessen.

Die Kristalle des *Pyrit* liegen zwischen den genannten Mineralien. Ihre Kantenlänge steigt bis zu 2 mm und sie sind nach den abwechselnden Kanten grob geriefte Hexaeder, an denen auch Pentagondodekaederfläche entwickelt sind.

Der *Quarz* schied in den Höhlen aus; der grösste Kristall ist 4 mm lang, aber die meisten sind bedeutend kleiner.

Die abgerundeten, flachen Rhomboeder des hellgelben *Siderit* sind kaum 1 mm gross. Die sie bedeckende weiche, hell- oder dunkelbraune, schwach seidenglänzende Substanz zerfällt bei geringem Druck in kleine, farblose, unregelmässige, schwach doppelbrechende Teile. Herr Victor Zsivny, Direktorkustos des Ung. Nationalmuseums fand mittels qualitativer Analyse, dass diese Substanz ein wasserhaltiges Aluminiumsilicat ist.

Die Individuen der auf der erwähnten Substanz sitzenden, wasserhellen *Quarz*kristalle sind 2—3 mm lang und 0·5—1 mm breit. Ihre Form stimmt mit der vorher beschriebenen überein.

Der *Galenit* kommt in 0·2 mm grossen, an der Oberfläche angegriffenen Hexaeder vor.

Die schwarzen, 1 mm grossen, glänzenden *Sphalerit*kristalle bestehen aus Tetraedern $\{111\}$ und $\{1\bar{1}\bar{1}\}$. Der eine Tetraeder ist nach der Richtung der Oktaederkanten gestreift, der andere ist glatt. Der Sphalerit sitzt auf Quarz und Chalkopyrit.

Das grösste Individuum des *Chalkopyrit* war in der Form eines 8 mm langen, gestreiften, an der Oberfläche stark angegriffenen Sphenoid ausgeschieden.

Der schwarze *Wolframit* sass auch bei diesem Stücke am Quarz.

Der *Siderit* ist die jüngste Bildung der Reihe, da die gruppenweise zusammengewachsenen, braunen, durchscheinenden, 1—2 mm grossen, flachen, sattelförmigen Rhomboeder waren am Chalkopyrit, Wolframit und Quarz gleichmässig verteilt.

Die kristallographischen Eigenschaften des Wolframit von Felsőbánya.

An den weiter unten mitgeteilten *Wolframit*kristallen von *Felsőbánya* treten die folgenden Formen auf:

$a\ \{100\}$	$d\ \{310\}$	$*\Gamma\ \{20\bar{1}\}$	$e\ \{11\bar{2}\}$
$b\ \{010\}$	$m\ \{110\}$	$k\ \{50\bar{2}\}$	$*\Omega\ \{10\cdot5\cdot\bar{7}\}$
$c\ \{001\}$	$t\ \{10\bar{2}\}$	$f\ \{011\}$	$\omega\ \{111\}$
$\alpha\ \{610\}$	$i\ \{40\bar{3}\}$	$o\ \{11\bar{1}\}$	$\sigma\ \{121\}$

Unter diesen Formen ist $a\ \{610\}$ für *Felsőbánya*, die mit einem Stern (*) bezeichnete $*\Gamma\ \{20\bar{1}\}$ und $*\Omega\ \{10\cdot5\cdot\bar{7}\}$ für den Wolframit überhaupt neue Formen. Die von KRENNER erwähnten Formen $y\ \{102\}$, $h\ \{101\}$, $v\ \{55\bar{2}\}$ und $\xi\ \{13\bar{2}\}$, wie auch die von KOCH aufgezählten $y\ \{102\}$ und $\{61\bar{4}\}$ fehlen an dem untersuchten Material.

Über die Flächenentwicklung der einzelnen Formen ist das folgende zu bemerken.

Die Form $a\ \{100\}$ ist in der Richtung der c-Achse gerieft. Die natürlichen Flächen von $b\ \{010\}$ sind uneben. Die Spaltflächen sind immer eben und stark glänzend. Die Form $b\ \{010\}$ kommt an allen Kristallen vor. Die Form $c\ \{001\}$ war nur in einem Falle als kleine, im Vergleiche zu seiner Ausdehnung, genügend glänzende Fläche aufgetreten.

Die Form $a\ \{610\}$ erschien an zwei Kristallen mit je zwei untergeordneten, streifenförmigen Flächen. $d\ \{310\}$ kommt an jedem Kristalle vor; die Flächen sind infolge ihrer oscillatorischen Kombination mit $a\ \{100\}$ in vertikaler Richtung stark gerieft. Die an beinahe jedem Fundorte des Wolframit gewöhnliche Form $m\ \{110\}$ kam am Materiale KRENNER's nicht vor; KOCH jedoch fand sie schon auch an den Kristallen von *Felsőbánya*. Sie kommt an allen, hier beschriebenen Kristallen vor, zwar manchmal nur mit schmalen Flächen, aber in mehreren Fällen übertraf sie an Grösse auch die Form $d\ \{310\}$. Die Flächen sind glatt und reflektieren ausgezeichnet. Manchmal ist an ihr eine feine mit der c-Achse parallel laufende Streifung zu beobachten.

Die Form $t\ \{10\bar{2}\}$ kommt an drei Kristallen vor. Ihre Flächen sind schwach gekrümmt, sehr glänzend. Form $i\ \{40\bar{3}\}$ erschien in zwei Fällen mit glänzenden, kleinen, abgerundeten Flächen und

in einem Falle als ein sehr schmaler konkaver Streifen. Ihre gemessenen Winkelwerte gaben nur Näherungsangaben. Die neue Form $\Gamma\{20\bar{1}\}$ trat an zwei Kristallen mit schmalen, abgerundeten Flächen auf. Die Form kann mit den einfachen Indices genommen werden, da aber die gemessenen und berechneten Werte stark von einander abweichen, ist sie nur als unsichere Form zu erwähnen. Die Form $k\{50\bar{2}\}$ ist an allen Kristallen zu finden, während jedoch die Flächen an den vom HENNINGS'schen Stücke abgetrennten Kristallen meistens rauh und uneben sind, sind sie an den von der FIZÉLYI'schen Stufe abgenommenen Kristallen diamantglänzend, doch uneben, so dass ihr Reflex gestört ist. Die Flächen sind nämlich durch, der Kombinationskante mit der Form $b\{010\}$ parallel laufenden Vertiefungen gefurcht und ausserdem noch auch durch, der Richtung der Ortoachse annähernd parallelen, Wellenlinien gekreuzt.

Das Prisma I. Art $f\{011\}$ ist, mit Ausnahme eines Kristalls, an allen zu finden. Sie ist diamantglänzend und wo die Flächen nicht von grösserer Ausdehnung sind, eine der besten reflektierenden Formen.

Die Flächen der Formen $e\{11\bar{2}\}$ und $o\{11\bar{1}\}$ sind eben, diamantglänzend. Die für den Wolframit neue Form $\varrho\{10\cdot5\cdot\bar{7}\}$ trat in einem Kristalle mit zwei schmalen Flächen auf. Ihre Flächen sind nicht vollkommen glatt, sondern senkrecht zur Kombinationskante $[10\cdot5\cdot\bar{7}:50\bar{2}]$ fein gestreift. Wegen den Schwankungen der Winkelwerte, können wir diese Form als unsichere betrachten. Von den Formen $\omega\{111\}$ und $\sigma\{121\}$ kommt die erste an drei, die zweite an allen Kristallen vor. Die Flächen sind verhältnismässig gross, eben, diamantglänzend. Die gemessenen Winkelwerte weichen kaum von einander ab.

Aus dem vorhergehenden erkennt man, dass die Flächen mehrerer Formen eben und sehr stark glänzend sind; demnach schien es möglich das Achsenverhältnis des Wolframit von *Felsőbánya* zu bestimmen, was bis jetzt noch nicht geschehen ist, da KRENNER seine Winkelwerte auf das, aus den Messungen eines Kristalls von *Ehrenfriedersdorf* berechnete Achsenverhältnis bezog.

Zur Berechnung des Achsenverhältnisses dienten die folgen-

den, aus dem Winkel $f:f = (011):(0\bar{1}1)$ an vier Kristallen gewonnenen Winkelwerte:

I.	II.	III.	IV. Kristall.
82°08′	82°03′	82°18′	82°04′
81°59′		82°16′	
81°59′			

Die an fünf Kristallen festgestellten Winkelwerte von $f:\sigma = (011):(121)$

I.	II.	III.	IV.	V. Kristall
an der einen Seite des Kristalls				
33°06′	33°07′	33°04′	33°06′	33°06′
33°07′	33°02′			
33°07′	33°06′			
33°02′	33°10′			
33°01′				
33°09′				
an der anderen Seite des Kristalls				
33°11′	33°05′			
33°17′	33°07′			
33°08′	33°04′			
33°09′				

Die an ebenfalls fünf Kristallen gemessenen Werte von $\sigma:m = (121):(110)$

I.	II.	III.	IV.	V. Kristall
	an der einen Seite des Kristalls			
31°53′	32°06′	32°16′	32°12′	32°10′
31°54′	32°06′			
32°06′	32°05′			
31°56′	32°05′			
	an der anderen Seite des Kristalls			
	32°13′			
	32°07′			
	32°11′			

Deren aritmetischer Mittelwerte sind:

$$f:f = (011):(0\bar{1}1) = 82°06′$$
$$f:\sigma = (011):(121) = 33°07′$$
$$\sigma:m = (121):(110) = 32°05′$$

Das berechnete *Achsenverhältnis des Wolframit von Felsőbánya:*

$$a : b : c = 0{\cdot}82935 : 1 : 0{\cdot}87081$$
$$\beta = 90°0'59''$$

Die Länge der Achsen stimmt mit den bis jetzt festgestellten Werten überein; für den schiefen Winkel jedoch ist die Abweichung beträchtlich, wie aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich ist.

Des Cloizeaux [1]	0·829996 : 1 : 0·86709	$\beta = 90°38'$
Krenner [2]	0·82447 : 1 : 0·86041	$\beta = 90°20'22''$
Seligmann [3]	0·821439 : 1 : 0·871106	$\beta = 90°26'$
Franzenau	0·82935 : 1 : 0·87081	$\beta = 90°0'59''$

Die folgende Tabelle zeigt die aus Franzenau's Achsenverhältnisse berechneten Winkelwerte mit den gemessenen und auch die aus des Cloizeaux's, Krenner's und Seligmann's Achsenverhältnissen berechneten entsprechenden Winkelwerte. (Seite 254.)

Zur Beschreibung der einzelnen Kristalle übergehend, findet man bei jedem Individuum die Mittelwerte der Messungen und die aus dem Franzenau'schen Achsenverhältnis berechneten Winkelwerte.

I. Kristall.

An seiner Kombination nehmen die folgenden Formen teil:

$a\{100\}$	$\alpha\{610\}$	$t\{10\bar{2}\}$	$f\{011\}$
$b\{010\}$	$d\{310\}$	$i\{40\bar{3}\}$	$\sigma\{121\}$
$c\{001\}$	$m\{110\}$	$k\{50\bar{2}\}$	$e\{112\}$

Den Kristall zeigt Fig. 5: — Die Form $a\{100\}$ besitzt grosse, vertikal stark geriefte Flächen. Auch b (010) ist von grosser Ausdehnung, aber uneben. $c\{001\}$ ist klein, glänzend. — Form $\alpha\{610\}$ ist untergeordnet, schmal. $d\{310\}$ ist breit, aber gestreift. $m\{110\}$ ist schmal, stark glänzend. — Die Form $t\{10\bar{2}\}$ ist klein und konkav, so dass die diesbezüglichen Messungen sehr unsicher sind; dasselbe gilt auch von

---

[1] des Cloizeaux: Nouvelles recherches cristallographiques et optiques sur la forme clinorombique du wolfram. Annales de chimie et de physique. Paris 1870. 4e serie. Tome XIX. p. 172—173.

[2] Krenner J. S.: A felsőbányai trachyt wolframitja. Értekezések a természettudományok köréből. Budapest. 1876. VII. köt. XXIV. sz. p. 1—10. — Wolframit aus dem Trachyte von Felső-Bánya. Tschermak's min. Mitt. 1875. p. 9—12.

[3] S. Seligmann: Mineralogische Notizen. III. Zeitschr. für Kristallographie. 1886. XI. p. 350.

Winkelbeziehung	Franzenau				Des Cloizeaux	Krenner	Seligmann	Des Cloizeaux	Krenner	Seligmann
	Zahl der gemessenen		Messungen	aus seinem Achsenverhältnisse berechnete Werte	berechnete Werte			gemessene Werte		
	Kristalle	Kanten								
$m:m$ (110) : (1$\bar{1}$0)	1	3	79°23′	79°21′	79°24′	79° 1′	78°48′	79°27′		
$m:d$ (110) : (310)	7	13	24°26′	24°13′	24°14′	24° 8′	23°38′			
$a:c$ (100) : (001)	1	5	89°57′	89°59′	89°22′	89°39′38″	89°34′			89°37′
$a:k$ (100) : ($\bar{5}$02)	4	10	159°11′	159° 8′	159°59′	159°59′	159°17′		158°55′	
$f:e$ (011) : ($\bar{1}$12)	2	9	30°42′	30°46′	30°43′	30°39′	30°58′			
$\sigma:e$ (121) : ($\bar{1}$12)	1	5	63°57′	63°53′	63°36′	63°45′	64° 8′			
$f:\sigma$ (011) : (121)	7	22	33° 7′	33° 7′	32°54′	33° 6′	33°10′	32°32′		33° 9′
$\sigma:m$ (121) : (110)	6	14	32° 5′	32° 5′	31°57′	32°11′	31°55′	32°10′-32°0′		
$f:m$ (011) : (110)	6	14	65°11′	65°12′	64°51′	65°16′	64° 5′	65°22′		
$\omega:\sigma$ (111) : (121)	2	9	19°13′	19°14′	19°13′	19°12′	19°12′			19° 8′
$\sigma:\sigma$ (121) : (1$\bar{2}$1)	2	6	100°22′	100°26′	100° 3′	99°47′	99°57′			
$\omega:\omega$ (111) : (1$\bar{1}$1)	2	5	61°55′	61°58′	61°38′	61°23′	61°32′			
$e:t$ ($\bar{1}$12) : ($\bar{1}$02)	5	8	21° 4′	21° 5′	21° 7′	20°55′	21° 7′		20°39′	
$\omega:m$ (111) : (110)	1	4	36°20′	36°15′	36°11′	36°23′	35°58′			
$f:f$ (011) : (0$\bar{1}$1)	4	7	82° 6′	82° 6′	81°54′	81°25′	82° 7′	81°54′		
$\omega:f$ (111) : (011)	2	5	38°16′	38°29′	38° 7′	38°15′	38°32′	37°52′		
$f:d$ (011) : (310)	2	2	79°49′	79°54′	79°28′	79°47′	79°41′			
$d:e$ (310) : ($\bar{1}$12)	1	3	108°51′	108°47′	108°16′	108°34′	108°46′			
$o:k$ ($\bar{1}$11) : ($\bar{5}$02)	2	3	37°52′	37°46′	38°32′	37°44′	37°46′			
$o:e$ ($\bar{1}$11) : ($\bar{1}$12)	1	1	19°18′	19°28′	19°45′	19°32′	19°35′			

i {40$\bar{3}$}. Die Form k {50$\bar{2}$} besitzt die grössten Flächen. — Grosse, glatte und glänzende Flächen zeigt die Form f {011}. — Mit kleinen, glänzenden Flächen ist σ {121} ausgebildet, mit etwas grösseren die ebenfalls glänzende e {11$\bar{2}$}.

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
010 : 110	50°08′	50°19′	121 : 110	31°55′	32°05′
: 610	82°11′	82°07′	: 010	39°19′	39°47′
310 : 3$\bar{1}$0	30°58′	30°55′	: 1$\bar{2}$1	100°24′	100°26′
100 : 001	89°59′	89°59′	010 : $\bar{1}$12	69°08′	68°55′
: $\bar{1}$02 cca	119°09′	117°40′	: $\bar{1}$02	90°07′	90°
: $\bar{4}$03 cca	142°41′	144°27′	$\bar{1}$12 : $\bar{1}$02	21°04′	21°05′
: $\bar{5}$02	158°48′	159°08′	001 : 011	41°03′	41°03′
011 : $\bar{1}$12	30°44′	30°46′	: 010	89°48′	90°
121 : $\bar{1}$12	63°57′	63°53′	011 : 0$\bar{1}$1	82°02′	82°06′
011 : 121	33°08′	33°07′	$\bar{1}$12 : $\bar{4}$03	32°10′	33°35′

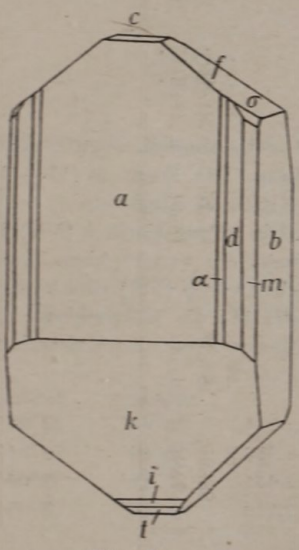


Fig. 5.

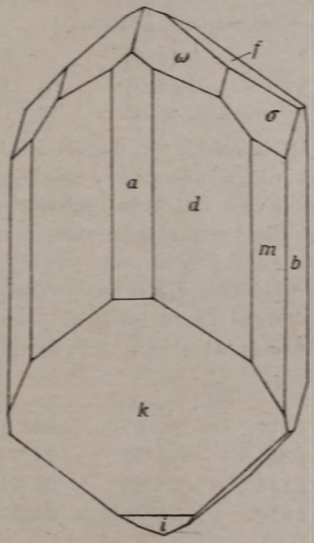


Fig. 6.

II. Kristall.

Die kombinierenden Formen:

a {100}	m {110}	k {50$\bar{2}$}	ω {111}
b {010}	i {40$\bar{3}$}	f {011}	σ {121}
d {310}			

Dieser Kristall ist in Fig. 6 dargestellt. Die Form a {100} kommt nur mit einigen feinen Streifen vor; b {010} ist gross und uneben.

m {110} ist schmal, d {310} besitzt sehr breite, glänzende Flächen. Form i {40$\bar{3}$} ist von kleiner, abgerundeter Fläche, die sehr grosse Form k {50$\bar{2}$} ist rauh. Die Form f {011} ist auf der einen Seite klein, an der anderen gross, aber beide Seiten sind sehr glänzend. Die grossflächigen ω {111} und σ {121} treten mit stark glänzenden Flächen auf.

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
110 : 1$\bar{1}$0	79°23′	79°21′	121 : 111	19°13′	19°14′
: 310	24°09′	24°12′	: 1$\bar{2}$1	100°20′	100°26′
100 : 010	90°06′	90°	111 : 1$\bar{1}$1	61°55′	61°58′
: $\bar{4}$03	cca 142°43′	144°27′	: 110	36°20′	36°15′
: $\bar{5}$02	cca 161°52′	159°08′	: 011	38°20′	38°29′
121 : 011	33°06′	33°07′	011 : 0$\bar{1}$1	82°03′	82°06′
: 110	32°08′	32°05′			

III. Kristall.

Beobachtete Formen:

b {010}	k {50$\bar{2}$}	ω {111}
d {310}	f {011}	σ {121}
m {110}		

Kristall III ist dem Kristall II (Fig. 6) sehr ähnlich. Form b {010} zeigt die gewöhnliche, unebene Entwicklung. Die Form m {110} ist schmal und reflektiert schwach; mit seiner grossen Ausdehnung dominiert die vertikal gestreifte Form d {310}. Die grosse Form k {50$\bar{2}$} ist rauh. Eine Fläche von f {011} ist sehr gross, die andere klein, beide ebenso glänzend, wie an Kristall II. Die Flächen von ω {111} sind kleiner, als die entsprechenden Flächen des Kristalls II; die Entwicklung der Form σ {121} stimmt mit der Bildungsart dieser Form des Kristalls II überein.

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
010 : 110	50°07′	50°19′	011 : 121	33°04′	33°07′
: 310	74°30′	74°33′	: 310	79°49′	79°54′
: 111	58°25′	59°01′	: 0$\bar{1}$1	82°17′	82°06′
110 : 310	24°24′	24°13′	121 : 110	32°16′	32°05′

IV. Kristall.

Die Kristallformen sind die folgenden:

b {010} m {110} f {011} ω {111} σ {121}

Die Form b {010} ist, wie gewöhnlich, von unebenen Flächen. Form m {110} ist breit, sehr glänzend. Die Form f {011} trat mit grossen, sehr stark glänzenden Flächen auf. Eine Fläche der Form ω {111} ist von grosser Ausdehnung, die andere wird von einem schmalen Streifen vertreten. σ {121} ist gross und glänzend.

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
010 : 111	58°16′	59°01′	011 : 01̄1	82°04′	82°06′
: 121	39°01′	39°47′	111 : 1̄11	61°55′	61°58′
011 : 121	33°06′	33°07′	: 121	19°14′	19°14′
: 111	38°14′	38°29′	121 : 110	32°12′	32°05′

V. Kristall.

Die festgestellten Formen des Kristallfragments:

$d\,\{310\}$ $m\,\{110\}$ $f\,\{011\}$ $\sigma\,\{121\}$

Die Form $d\,\{310\}$ besteht aus sich mehrfach wiederholenden Streifen; $m\,\{110\}$ ist die grösste Form des Fragments. $f\,\{011\}$ ist sehr gross und glänzend. $\sigma\,\{121\}$ ist schmal, reflektiert aber genügend.

	Gemessen	Berechnet
310 : 3$\bar{1}$0	30°57′	30°55′
: 110	24°14′	24°13′
121 : 011	33°06′	33°07′
: 110	32°10′	32°05′

VI. Kristall.

Seine Kristallformen sind:

$a\,\{100\}$	$d\,\{310\}$	$i\,\{40\bar{3}\}$	$e\,\{11\bar{2}\}$
$b\,\{010\}$	$m\,\{110\}$	$*\Gamma\,\{20\bar{1}\}$	$o\,\{11\bar{1}\}$
$\alpha\,\{610\}$	$t\,\{10\bar{2}\}$	$k\,\{50\bar{2}\}$	$*\Omega\,\{10\cdot5\cdot\bar{7}\}$

Die Kombination des Kristalls ist in Fig. 7 dargestellt. Die Form $a\,\{100\}$, welche die grössten Flächen hat, ist der c-Achse parallel stark

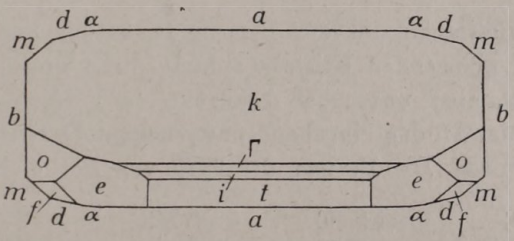


Fig. 7.

gerieft; $b\,\{010\}$ ist glänzend, jedoch uneben ausgebildet. $\alpha\,\{610\}$ ist untergeordnet. $d\,\{310\}$ ist in der Form von schmalen, sich mehrfach wiederholenden Streifen oder feiner Riefen zu beobachten. Form $m\,\{110\}$ ist breiter und glänzender als die vorhergehende. Die Form $t\,\{10\bar{2}\}$ ist glänzend, doch etwas konkav, $i\,\{40\bar{3}\}$ und $\Gamma\,\{20\bar{1}\}$ sind abgerundete,

schmale Streifen, $k\{50\bar{2}\}$ gross und glänzend. Die Form $e\{11\bar{2}\}$ ist unter den Prismen IV. Art von grosser Fläche, eben und sehr glänzend; bedeutend kleiner, aber ebenfalls glänzend ist die Form $o\{11\bar{1}\}$. $\Omega\{10\cdot5\cdot\bar{7}\}$ ist untergeordnet und unsicher.

Zwillingskristalle.

Der Wolframit von *Felsőbánya* bildet häufig Zwillingskristalle nach $a\{100\}$. Sie sind manchmal von bedeutender Grösse; so kommen unter den früher angeführten Kristallen auch 20—30 mm grosse Zwillinge vor. Die Kombination der Zwillinge ist in den meisten Fällen einfach und die Flächen sind sehr oft unvollkommen.

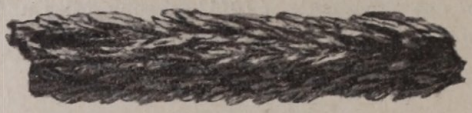


Fig. 8.

Hypoparallele Zusammenwachsungen sind sehr häufig. In mehreren Fällen kann man beobachten, dass die Zwillinge mit einander hypoparallel zusammengewachsen Kristallkomposite bilden.[1] Ein solches Zwillingskomposit des Wolframit von *Felsőbánya* stellt die Photographie Fig. 8 in natürlicher Grösse dar.

Mineralien vom Komitate Máramaros.

1. Pyit von Batiza.

Bei *Batiza* kommt der Pyrit in Begleitung von Quarz vor Die lebhaft glänzenden Kristalle sind 1—5 mm gross und äusserst formenreich, aber unter den beobachteten Formen gibt es sehr viele vizinale. An den eingehend untersuchten 11 Kristallen traten 174 Formen auf. Die Formen des Pyrit von *Batiza* sind folgende:

$a\{100\}$	$i\{950\}$	$\{774\}$	$\{766\}$
$d\{110\}$	$\{740\}$	$\{995\}$	$\chi\{433\}$
$o\{111\}$	$l\{830\}$	$p\{221\}$	$\{544\}$
$I\{21\cdot1\cdot0\}$	$g\{320\}$	$q\{331\}$	$w\{841\}$
$\{16\cdot1\cdot0\}$	$\{13\cdot9\cdot0\}$	$\{441\}$	$\{631\}$

[1] V. Goldschmidt: Über Composite, Composit-Zwillinge und Vielinge. Zeitschr. für Krist. 1906. XLIII. p. 347.

H {14·1·0}	{10·7·0}	Θ {661}	t {421}
G {12·1·0}	ϑ {430}	φ {911}	Z {531}
b {910}	D {540}	J {611}	s {321}
δ {610}	λ {11·9·0}	E {511}	M {432}
h {410}	ν {650}	μ {411}	G {543}
ε {10·3·0}	π {870}	{722}	α {11·9·7}
$\mathfrak{D}$ {830}	{10·9·0}	m {311}	$\mathfrak{B}$ {657}
k {520}	k' {250}	{733}	{13·11·9}
$\mathfrak{C}$ {12·5·0}	e' {120}	n {211}	{876}
O {730}	{554}	{15·8·8}	{987}
η {940}	{775}	{744}	{12·11·10}
{11·5·0}	τ {885}	{755}	t' {412}
e {210}	{553}	{533}	
{13·7·0}			

Für den Pyrit überhaupt neue Formen sind:

{137·1·0}	{31·12·0}	{24·13·0}	{977}	{13·12·11}
{84·1·0}	{13·6·0}	{20·11·0}	{13·7·7}	{14·13·12}
{73·1·0}	{19·9·0}	{31·20·0}	{33·32·32}	{15·14·13}
{72·1·0}	{23·11·0}	{17·11·0}	{34·17·1}	{16·15·14}
{70·1·0}	{31·15·0}	{29·21·0}	{13·7·2}	{17·16·15}
{55·1·0}	{35·17·0}	{11·8·0}	{16·9·2}	{56·53·28}
{50·1·0}	{41·20·0}	{37·28·0}	{19·11·3}	{19·18·17}
{47·1·0}	{61·30·0}	{20·17·0}	{17·10·3}	{20·19·18}
{43·1·0}	{71·35·0}	{14·14·3}	{13·8·2}	{22·21·20}
{37·1·0}	{97·48·0}	{883}	{13·10·5}	{24·23·22}
{32·1·0}	{169·85·0}	{15·15·7}	{975}	{26·25·24}
{26·1·0}	{135·68·0}	{23·18·18}	{39·32·25}	{35·34·32}
{19·1·0}	{115·58·0}	{10·1·1}	{653}	{30·29·28}
{11·1·0}	{69·35·0}	{811}	{29·16·3}	{40·39·38}
{17·2·0}	{63·32·0}	{922}	{765}	{48·47·24}
{17·4·0}	{47·24·0}	{13·3·3}	{15·13·11}	{55·54·53}
{45·11·0}	{39·20·0}	{17·4·4}	{17·15·13}	{76·75·74}
{13·4·0}	{35·18·0}	{19·9·9}	{10·9·8}	{93·92·91}
{19·6·0}	{33·17·0}	{16·9·9}	{21·19·17}	{481}
{14·5·0}	{25·13·0}	{13·8·8}	{11·10·9}	
{29·11·0}	{15·8·0}	{13·9·9}		

Unter den Kristallformen des Pyrit von *Batiza* gibt es sehr viele vizinale. Sie sind Pentagondodekaeder, teils Dyakisdodekaeder. In der Reihe der Pentagondodekaeder gibt es viele Formen, die dem Hexaeder, respektive der Form e {210} vizinal sind. Einige von ihnen kamen auch an mehreren Kristallen, oder an einem

Kristalle mit mehreren Flächen vor. So erschienen an je zwei Kristallen die Formen $\{47\cdot1\cdot0\}$, $\{32\cdot1\cdot0\}$, $\{16\cdot1\cdot0\}$, $\{13\cdot1\cdot0\}$, $\{35\cdot17\cdot0\}$. Dies bezieht sich auch auf die Dyakisdodekaeder von hoher Indices, deren grösster Teil in die Zone $[o:e = 111:210]$ gehört und oft nach allen drei Richtungen der Zonenachse an den Oktaederflächen schmälere oder breitere Streifen bilden.

Von der Entwicklung der Formen ist folgendes zu erwähnen.

Das Hexaeder kommt im allgemeinen mit gut entwickelten, grossen oder mittelgrossen Flächen vor; oft fein gerieft. Das Oktaeder erschien an jedem Kristalle mit grossen, ausgezeichnet reflektierenden Flächen. Häufig ist es nach drei Richtungen gestreift, entweder der Kante $[a:o = 100:111]$ oder häufiger der Kante $[e:o = 210:111]$ parallel und in diesem letzteren Falle treten die in die Zone $[e:o = 210:111]$ gehörende Dyakisdodekaeder auf. Das Rhombendodekaeder gehört am Pyrit von *Batiza* nicht zu den seltenen Formen. Seine Flächen sind klein, aber gut bemerkbar, glatt und ausgezeichnet reflektierend. An einem Kristalle war es mit grossen, typusbestimmenden Flächen ausgebildet.

Unter den Deltoidikositetraeder erreicht die Form $n\{211\}$ die grösste Entwicklung und kommt an jedem Kristalle mit kleineren-grösseren Flächen vor; manchmal der Kante $[a:n = 100:211]$ parallel fein gerieft, jedoch am häufigsten mit glatten Flächen. Die übrigen Deltoidikositetraeder treten eher mit schmalen, streifenförmigen Flächen auf. Die Form $\{15\cdot8\cdot8\}$ wurde das erstemal von Liffa am Pyrit von *Porkura* beobachtet,[1] sie ist an den Kristallen von *Batiza* ausweisbar. Die neue Form $\{16\cdot9\cdot9\}$ ist ausser *Batiza* auch in *Porkura* zu finden.

In der Reihe der Triakisoktaeder charakterisieren grosse, glatte, ausgezeichnet reflektierende Flächen die Form $p\{221\}$. An einem Kristalle sind die Flächen dieser Form der Kante $[o:d = 111:011]$ parallel gerieft, respektive befinden sich kleinere Vertiefungen an ihr. Eine der kleinen, diese Vertiefungen begrenzenden Flächen liegt in der Zone $[o:d = 111:011]$ und ihr mit dem

[1] A. Liffa: Adatok a hazai pyrit kristálytani ismeretéhez. Földtani Közlöny. 1908. XXXVIII. p. 276—294. — Beitr. zur kristallogr. Kenntnis der ungarischen Pyrite. Ebendort p. 405—423.

Oktaeder gebildete Winkel beträgt 6°18′; sie entspricht am besten der Form $\{18\cdot23\cdot23\}$. Der berechnete Winkel (111) : (18·23·23) = 6°18′17″. Auch die Form $G\{543\}$ ist als Grenzfläche der hier auftretenden Grübchen zu bestimmen. Die betreffenden Winkelwerte (011) : (435) = 78°40′ gemessen, 78°27′47″ berechnet und (102) : (435) = 27°41′ gemessen, 27°41′40″ berechnet. Die ausser der Form $p\{221\}$ aufgezählten Triakisoktaeder sind meistens schmale Streifen.

Am Pyrit von *Batiza* kommen positive Pentagondodekaeder in grosser Zahl vor. Am häufigsten und mit den grössten Flächen ist die Form $e\{210\}$ zu beobachten; ihre Oberfläche ist manchmal glatt, öfter vertikal gerieft. Ein Kristall zeigte eine Abweichung von dieser Entwicklung, da auf der Form $e\{210\}$ gekrümmte Riefungen erschienen, die Anfangs im Grossen der Kante [$o : e = 111 : 210$] parallel liefen, dann aber in die Richtung der Kombinationskanten [$e : n = 210 : 211$] sich hinüber biegten. Pentagondodekaeder von anderen Indices waren mit schmalen, streifenförmigen Flächen ausgebildet. Pentagondodekaeder von hohen Indices und hierher gehörige vizinale Formen kommen häufig mit mehreren Flächen vor und mancher desselben war auch an mehreren Kristallen vorhanden, diese Formen konnte man auch an andern Fundorten bestimmen. So kam die Form $\{50\cdot1\cdot0\}$ nicht nur an den Pyritkristallen von *Batiza*, sondern an jenen von *Felsőbánya* vor. Die Formen $\{47\cdot1\cdot0\}$, $\{32\cdot1\cdot0\}$, $\{16\cdot1\cdot0\}$, $\{13\cdot6\cdot0\}$, $\{35\cdot17\cdot0\}$, $\{13\cdot7\cdot0\}$ waren an zwei Kristallen — nicht gleichzeitig — mit mehreren Flächen zu beobachten. Unter die häufigen Formen gehören $l\{530\}$, $\vartheta\{430\}$ und $D\{540\}$.

Am Pyrit von *Batiza* sind nur zwei negative Pentagondodekaeder festzustellen und zwar $k'\{250\}$ und $e'\{120\}$. Beide hatten schmale Flächen; $e'\{120\}$ war gestreift, aber vollkommener ausgebildet, als die matte $k'\{250\}$.

Unter den vielen Dyakisdodekaeder ist $s\{321\}$ mit glatten, ausgezeichnet reflektierenden Flächen am besten entwickelt. Mit kleineren Flächen treten $M\{432\}$, ferner $\{10\cdot9\cdot8\}$ und $\{987\}$ oft auf. Der grösste Teil der Diploeder gehört in die Zone [$o : e = 111 : 210$]. Die meisten Dyakisdodekaeder von hohen Indices kamen wenigstens mit drei Flächen vor.

Von den negativen Dyakisdodekaeder waren nur zwei festzustellen und zwar $t'\{412\}$ und $\{814\}$. Beide Formen kamen an einem Kristalle mit Flächen von untergeordneter Entwicklung, aber genügendem Reflexe vor.

Die Kristalle des Pyrit von *Batiza* gehören zu vier Typen.

Der erste Typus wird durch die oktaedrische Kristalle vertreten. Sie sind die häufigsten. Neben den dominierenden Oktaederflächen ist das Hexaeder und die Form $n\{211\}$ mit grossen Flächen entwickelt. Sehr häufig sind die mit streifenförmigen Flächen ausgebildeten Ikositetraeder von verschiedenen Indices. Mit mittelgrossen Flächen findet man die Triakisoktaeder, von welchen $p\{221\}$ am besten ausgebildet ist. Gut entwickelt ist die Form $e\{210\}$, untergeordnet $d\{110\}$. An den oktaedrischen Kristallen sind die Dyakisdodekaeder von hohen Indices selten. Die Formen $s\{321\}$ und $M\{432\}$ waren mehrfach zu beobachten. Ein Kristall vom Oktaedertypus ist in Fig. 9 abgebildet.

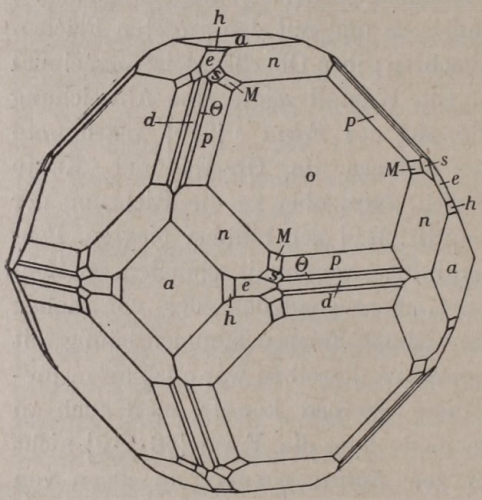


Fig. 9.

In der Reihe nach Häufigkeit fortschreitend, bilden den zweiten Typus die pentagondodekaedrischen Kristalle. Ihre vorherrschende Form ist $e\{210\}$, neben welcher eine ganze Reihe der Pentagondodekaeder zu beobachten ist. An diesen Kristallen treten noch die Formen $a\{100\}$, $o\{111\}$ und manchmal $t\{421\}$ auf.

Von gleicher Häufigkeit mit den pentagondodekaedrischen Kristallen sind die Mittelkristalle von $o\{111\}$ und $e\{210\}$. An Kristallen dieses Typus sind viele Ikositetraeder und Triakisoktaeder zu beobachten, unter denen $n\{211\}$ respektive $p\{221\}$ von der grössten Entwicklung sind. Neben $e\{210\}$ treten mehrere,

mit schmalen Flächen ausgebildete Pentagondodekaeder auf. Von den Dyakisdodekaeder sind $s\{321\}$ und $t\{421\}$ mit kleinen, scharfen Flächen nachzuweisen; Diploeder von anderem Index kommen mit streifenförmigen Flächen in untergeordneter Anzahl vor.

Den vierten Typus, der dem Mittelkristall des Hexaeder und Pentagondodekaeder entspricht, vertritt ein sehr flächenreicher Kristall, an dem *91* Formen auftraten. Vorherrschende Formen sind $a\{100\}$, $e\{210\}$, ferner $d\{110\}$, $o\{111\}$. Grosse Fläche besitzt $n\{211\}$, kleiner ist $p\{221\}$ und daneben gibt es eine grosse Anzahl von Deltoidikositetraeder und Triakisoktaeder. Die Form $e\{210\}$ ist gestreift; es schliessen sich ihr viele, mit schmalen Flächen auftretende Pentagondodekaeder an. Sehr stark entwickelt ist die Zone $[o : e = 111 : 210]$, in der viele Dyakisdodekaeder aufzuweisen sind, darunter viele vizinale Formen, jedoch auch diese mit wenigstens drei Flächen. Die Formen $s\{321\}$ und $t\{421\}$ gehören zu den am besten ausgebildeten Diploeder dieses Typus.

Bemerkenswert beim Pyrit von *Batiza* ist nicht nur die grosse Zahl der beobachteten Formen, aber auch der Formenreichtum der einzelnen Kristalle. Die Zahl der festgestellten Formen ist *174*, während die Gesamtzahl der bekannten Pyritformen *459* betrug.[1]

Es lohnt sich den Formenreichtum des Pyrit von *Batiza* mit anderen Fundorten zu vergleichen. (S. die Zusammenstellung von Zimányi.[2]). Strüver stellte an Pyriten von *Piemont* und *Elba* 13, Helmhacker an denen von *Waldstein* ebenfalls 13 Formen fest. Hessenberg beobachtete an einem Pyritkristall von *Binnental* 7 Formen; Zepharovich bestimmte 12 Formen in der Kombination des Pyrit von *Böckstein*. Franzenau's flächenreichster Kristall von *Bélabánya* war aus 21 Formen aufgebaut. Auch die Pyritkristalle von *Porkura* sind so reich an Flächen, insoferne von einem seiner Kristalle Goldschmidt und Philip 10, Mauritz aber 21 Formen beschrieben hatten. Zimányi beobachtete an dem formenreichstem Pyritkristall von *Ötösbánya* 32 zugleich auftretende Formen. Auch noch neben diesem sehr formenreichem Kristalle steht der Pyrit von *Batiza* mit seinen 91 Formen unter den gesamten Pyritkristallen allein da.

Die gemessenen und berechneten Winkelwerte der *bekannten* Formen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

---

[1] L. Tokody: Pyritformen- und fundorte. Zeitschr. f. Krist. 1931. LXXX. p. 255—348.

[2] K. Zimányi: Pyrit Kotterbachról Szepes vármegyében. — Über den Pyrit von Kotterbach in Ober-Ungarn. Annales hist. nat. musei nat. hung. 1904. II. p. 93—114.

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
100 : 111	54°44′	54°44′04″	100 : 830	20°26′	20°33′22″
: 110	45°	45°	: 520	21°58′	21°48′05″
: 911	8°36′	8°55′49″	: 12·5·0	22°47′	22°37′12″
: 611	13°25′	13°15′46″	: 730	23°19′	23°11′55″
: 511	15°43′	15°47′35″	: 940	23°55′	23°57′45″
: 411	19°25′	19°28′16″	: 11·5·0	24°28′	24°26′38″
: 722	22°	21°31′49″	: 210	26°34′	26°33′54″
: 311	25°13′	25°14′22″	: 13·7·0	28°18′	28°18′03″
: 733	31°16′	31°13′11″	: 950	29°06′	29°06′34″
: 211	35°16′	35°15′52″	: 740	29°48′	29°44′42″
: 15·8·8	36°53′	37°01′31″	: 530	30°51′	30°57′49″
: 744	38°48′	38°56′33″	: 320	33°44′	33°41′24″
: 755	45°22′	45°17′12″	: 13·9·0	34°38′	34°41′43″
: 766	50°16′	50°28′44″	: 10·7·0	35°	34°59′31″
111 : 533	14°20′	14°25′12″	: 430	36°53′	36°52′12″
: 433	8°35′	8°02′58″	: 540	38°35′	38°40′
: 544	6°23′	6°13′27″	: 11·9·0	39°04′	39°17′22″
: 554	5°38′	5°46′06″	: 650	39°52′	39°48′
: 553	12°17′	12°16′29″	: 870	41°11′	41°11′09″
: 774	13°15′	13°15′46″	: 10·9·0	41°50′	41°59′
: 221	15°47′	15°47′35″	: 120	63°25′	63°26′06″
100 : 577	63°10′	63°12′10″	: 250	68°20′	68°11′55″
: 588	66°17′	66°09′27″	111 : 531	28°36′	28°33′39″
: 599	68°29′	68°30′05″	: 321	22°12′	22°12′27″
: 133	76°44′	76°44′14″	: 432	15°15′	15°13′31″
: 144	80°04′	79°58′30″	: 543	11°24′	11°32′13″
: 166	83°21′	83°16′43″	: 11·9·7	10°19′	10°17′02″
: 21·1·0	2°38′	2°34′10″	: 654	9°19′	9°16′28″
: 16·1·0	3°30′	3°34′34″	: 13·11·9	8°20′	8°26′39″
: 14·1·0	4°03′	4°05′09″	: 876	6°38′	6°39′11″
: 12·1·0	4°46′	4°45′49″	: 987	5°44′	5°49′39″
: 910	6°15′	6°20′25″	: 12·11·10	4°12′	4°14′43″
: 610	9°20′	9°27′44″	021 : 184	6°29′	6°32′45″
: 410	14°04′	14°02′10″	: 163	8°27′	8°28′43″
: 10·3·0	16°40′	16°41′57″	: 142	12°34′	12°36′16″
			142 : 112	11°24′	11°29′25″
			: 111	68°35′	67°47′35″

2. Quarz vom Tale des Szopurka-Baches.

Das Tal des *Szopurka Baches* ist ein Seitental des *Gyertyán-ligeter* (Kabola Polyána) Tales. Von diesem Fundorte waren zwei Quarzkristalle zu kristallographischer Untersuchung geeignet.

Der erste Kristall besitzt eine sehr einfache Kombination mit den Formen $m\{10\bar{1}0\}$, $r\{10\bar{1}1\}$, $z\{01\bar{1}1\}$ und $s\{11\bar{2}1\}$. An beiden Enden des Kristalls sind Terminalflächen zu beobachten, zwischen welchen die beiden Grundrhomboeder, im Gleichgewicht ausgebildet, vorherrschen. Die Form $s\{11\bar{2}1\}$ kam mit untergeordneten Flächen vor und seine Flächen sind der Kante $[r:s = 10\bar{1}1 : 11\bar{2}1]$ parallel gestreift.

Der zweite Kristall ist ein Bruchstück, an ihn sind 11 Formen zu unterscheiden:

$m\{10\bar{1}0\}$	$\{30\bar{3}8\}$	$s\{11\bar{2}1\}$	$B_4\{12\bar{3}5\}$
$r\{10\bar{1}1\}$	$*\{1.0.\bar{1}.27\}$	$\mu : \{11\bar{2}3\}$	$*\{3.8.\bar{1}\bar{1}.11\}$
$p\{10\bar{1}2\}$	$z\{01\bar{1}1\}$	$*\{14\bar{5}9\}$	

Wie beim vorigen Kristall, sind auch bei diesem die zwischen den Terminalflächen im Gleichgewicht entwickelten positive und negative Grundrhomboeder vorherrschend. Die übrigen Formen — vom Prisma abgesehen — kommen mit streifenförmigen Flächen vor.

Die Form $\{30\bar{3}8\}$ gehört zu den seltenen Formen des Quarz. Der Rhomboeder $\{1\cdot0\cdot\bar{1}\cdot27\}$ ist überhaupt eine neue Form für den Quarz.

$10\bar{1}1 : 1.0.\bar{1}.27 = 49°12$ gemessen, $49°05'34''$ berechnet, $\pm \Delta = 0'06'26''$

Auf Grund der Übereinstimmung der gemessenen und berechneten Winkelwerte kann diese Form als sicher festgestellt angenommen werden.

Die Form $s\{11\bar{2}1\}$ ist am Quarz häufig, aber $\mu : \{11\bar{2}3\}$ kommt selten vor. Beide Formen sind mit kleinen Flächen entwickelt.

Die Trapezoeder $*\{14\bar{5}9\}$, $B_4\{12\bar{3}5\}$ und $*\{3\cdot8\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot11\}$ sind sämtlich linksseitig und negativ. Die ihnen entsprechenden rechtseitigen Formen $\{41\bar{5}9\}$, $\mathfrak{H} : \{21\bar{3}5\}$, $b\{8\cdot3\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot11\}$ sind bekannt, sie sind selten. Form $B_4\{12\bar{3}5\}$ gehört zu den bekannten Trapezoeder, aber $\{14\bar{5}9\}$ und $\{3\cdot8\cdot\bar{1}1\cdot11\}$ sind neu. Ihre Winkelwerte sind:

	Gemessen	Berechnet	$\pm \Delta$
$1\bar{1}01 : 11\cdot\bar{8}\cdot\bar{3}\cdot11$	33°59′	34°03′59″	0°04′59″
$01\bar{1}1 : 3\cdot8\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot11$	12°06′	12°08′34″	0°02′34″
$\bar{1}011 : 14\bar{5}9$	48°20′	48°46′06″	0°26′06″

Die Übereinstimmung der Winkelwerte für die Form $\{3\cdot8\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot11\}$ ist ausgezeichnet, so dass wir diese als sicher betrachten

können. Im Falle der Form $\{14\bar{5}9\}$ ist die Abweichung beträchtlicher, obwohl sie einen halben Grad nicht übersteigt; dieses Trapezoeder ist auf Grund der Winkelwerte zweifelhaft.

Zur Bestimmung der Formen dienten die folgenden Winkelwerte:

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
$1\bar{1}01 : 1\bar{2}11$	28°59′	28°54′13″	$01\bar{1}1 : 1\bar{2}1\bar{1}$	37°55′	37°57′51″
$: 01\bar{1}1$	37°58′	37°57′51″	$: 11\bar{2}3$	25°40′	25°40′47″
$: 01\bar{1}0$	66°52′	66°52′04″	$: 10\bar{1}2$	17°14′	17°11′52″
$: \bar{1}10\bar{1}$	46°29′	46°15′52″	$\bar{1}011 : \bar{1}\cdot 0\cdot 1\cdot 27$	49°12′	49°05′34″
$: 11\cdot\bar{8}\cdot\bar{3}\cdot 11$	33°59′	34°03′59″	$: \bar{3}038$	27°41′	28°09′42″
$01\bar{1}1 : 3\cdot 8\cdot\bar{11}\cdot 11$	12°06′	12°08′34″	$: 14\bar{5}9$	48°20′	48°46′06″
$: 10\bar{1}1$	34°11′	34°07′18″	$0\bar{1}11 : 3\bar{2}\bar{1}5$	32°21′	32°21′24″
$: 1\bar{1}00$	66°54′	66°52′04″			

Pyrit aus der Szent Endre-Grube bei Bucsum

(Komitat Alsó-Fehér).

Mit den geologischen und montanistischen Verhältnissen von *Bucsum* beschäftigten sich M. Pálfy[1] und K. Papp.[2] Die in den Folgenden behandelten Pyritkristalle stammen aus der *Szent Endre*- (Heiliger Andreas) Grube von *Bucsum*. Die geologischen Verhältnisse dieses Bergwerkes stimmen — nach Pálfy's Untersuchungen — mit jenen der *Konkordia*-Grube überein, mit dem Unterschiede, dass in der *Szent Endre*-Grube die Riolitbreccie mit schieferigem Ton und Sandstein auftritt und die Erzgänge sich durch diese hin ziehen.

Aus den Bergwerken *Bucsum* berichtete Benkő[3] von den

---

[1] M. Pálfy: Az Erdélyrészi Érchegység bányáinak földtani viszonyai és érctelérei. M. kir. Földtani Intézet Évkönyve. 1910—1911. XVIII. p. 442. — Geol. Verhältn. u. Erzgänge d. Bergbaue des Siebenbürgischen Erzgebirges. Mitt. aus dem Jahrbuche d. kgl. ung. geol. Reichsanst. 1911—12. XVIII. p. 500.

M. Pálfy: Magyarország arany-ezüstbányáinak geológiai viszonyai és termelési adatai. Budapest. 1929. p. 16. und 26.

[2] K. Papp: Bucsony környéke Alsófehér vármegyében. M. kir. Földtani Intézet Évi Jelentése 1913-ról. p. 238—291. — Die Umgebung von Bucsony im Komitat Alsófehér. Jahresb. d. kgl. ung. geol. Reichsanst. 1913. p. 266—327.

[3] G. Benkő: Ásványtani közlemények az erdélyi Érchegységből. Orvos természettudományi értesítő az erdélyi múzeum-egylet orvos-

Mineralien der Grube *Aráma*. Nach ihm sind in den kaolinisierten, von Quarz durchdringten Erzgängen des Andesit Pyrit, Chalkopyrit, Galenit, Sphalerit, Tetraedrit zu finden. Der Pyrit kommt manchmal in Kristallen von 20 mm Grösse vor; seine Formen sind $a\{100\}$ mit gekrümmten und $o\{111\}$ mit glatten Flächen. Neuerdings hat K. Papp die Mineralien der Erzgänge der Bucsumer Gruben aufgezählt.[1] Nach ihm kommen in der Oxidationszone Limonit, Pyrolusit, Malachit, Azurit, Chrysokolla, Melaconit, in der Zementationszone Pyrit, Markasit, Chalkopyrit, Galenit, Sphalerit, Tetraedrit, Bornit, Quarz, Kalcit, gedieg. Kupfer, selten gedieg. Gold vor. Die von K. Papp gesammelten Mineralien wurden von A. Liffa untersucht und seine Ergebnisse in der erwähnten Arbeit von K. Papp mitgeteilt. A. Liffa erwähnt von den Pyritkristallen das Hexaeder und das Oktaeder, die Kombination dieser beiden und einen nicht näher bestimmten Pentagondodekaeder.

Die aus der *Szent Endre*-Grube stammenden, ungefähr 3 mm grossen Pyritkristalle sind flächenreich; es gelang an ihnen die folgenden 12 Formen zu bestimmen:

$a\{100\}$	$*\{36.1.1\}$	$m\{311\}$	$n\{211\}$
$o\{111\}$	$J\{611\}$	$\psi\{944\}$	$\{16.9.1\}$
$e\{210\}$	$E\{511\}$	$\Phi\{11.5.5\}$	$Y\{10.6.1\}$

Die mit einem Stern (*) bezeichnete Form ist für den Pyrit neu.

An den untersuchten Kristallen kam das Hexaeder mit gut entwickelten Flächen vor, die vertikal und der Kante $[100:111]$ parallel gestreift sind, aber die Mitte der Flächen ist glatt. Die Form $o\{111\}$ war mit glatten und glänzenden Flächen entwickelt. Unter den Deltoidikositetraeder erreichte $n\{211\}$ die grösste Entwicklung; $m\{311\}$ und $\Phi\{11.5.5\}$ zeigten Flächen mittlerer Grösse. Die übrigen Ikositetraeder bilden kleine, schmale Flächen. Charakteristisch ist das vollständige Fehlen der Triakisoktaeder.

---

természettudományi szakosztályának az 1888. évben tartott szaküléseiről és népszerű természettudományi estélyeiről. Kolozsvár, 1888. XIII. p. 198.

[1] K. Papp: Bucsony környéke Alsófehér vármegyében. M. kir. Földt. Int. Évi Jelentése 1913-ról. p. 238—291. — Die Umgebung von Bucsony im Komitat Alsófehér. Jahresb. d. kgl. ung. geol. Reichsanst 1913. p. 266—327.

Von den Pentagondodekaeder ist nur $e\{210\}$ nachzuweisen. Seine Flächen sind mittelgross, glatt oder sehr fein und spärlich gestreift. Von den beobachteten zwei Dyakisdodekaeder $\{16\cdot9\cdot1\}$ und $Y\{10\cdot6\cdot1\}$ wurde das erste zuerst von FRANZENAU am Pyrit von *Bélabánya* nachgewiesen.[1] Am Pyrit der *Szent Endre*-Grube von *Bucsum* — ähnlich dem von *Bélabánya* — erscheint es mit schmalen, der Kante [210 : 16·9·1] parallelen fein gestreiften Flächen. Die Form $Y\{10\cdot6\cdot1\}$ war mit grossen, typusbestimmenden Flächen ausgebildet, die entweder glatt oder nur sehr fein und spärlich gerieft sind. Diese Form ist an den Kristallen von *Bucsum* auch in derselben Entwicklung zu beobachten, wie am Pyrit von *Bélabánya*.

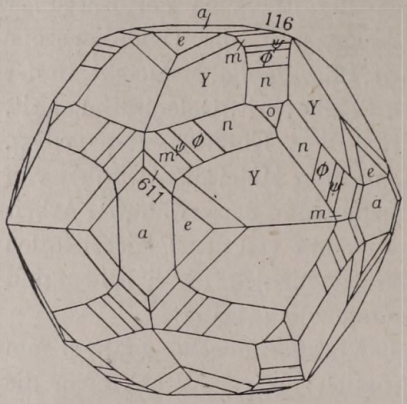


Fig. 10.

Der Typus der Kristalle ist infolge der vorherrschenden Ausbildung der Form $Y\{10\cdot6\cdot1\}$ dyakisdodekaedrisch, wie es auf Fig. 10 zu ersehen ist.

Einige Winkelwerte:

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
100 : 210	26°28′	26°33′54″	9.1.16 : 001	29°44′	29°30′29″
: 36·1·1	2°18′	2°16′59″	: 010	86°04′	86°52′54″
: 611	13°02′	13°15′45″	: 210	62°12′	62°28′20″
: 511	15°45′	15°47′36″	: 211	38°53′	38°59′41″
: 311	25°14′	25°14′22″	: 9·$\bar{1}$·16	6°41′	6°14′10″
: 944	32°09′	32°09′04″	10·6·1 : 210	6°43′	6°34′55″
: 11·5·5	32°46′	32°44′02″	: 121	36°47′	36°39′28″
: 211	35°16′	35°15′52″	: 001	85°05′	85°05′57″
			: 10·6·$\bar{1}$	9°46′	9°48′06″

[1] A. FRANZENAU: Kristálytani vizsgálatok a bélabányai pyritről. Math. és Természettud. Értesítő. 1898. XVI. p. 273—297. — Kryst. Untersuchungen am Pyrit von Bélabánya. Math. u. naturw. Ber. aus Ungarn. 1899. XV. p. 198—223.

Grüner Granat von Dognácska (Komitat Krassó-Szörény).

Das untersuchte Kristallbruchstück stammt aus der *Archangel*-Grube bei *Dognácska* und man kann nur die Formen $d\{110\}$, $n\{211\}$ und $r\{332\}$ feststellen.

Bemerkenswerweise ist die dominierende Form $r\{332\}$, deren Flächen mit wenigen Ausnahmen wellenförmig sind. Viel glatter sind die Flächen der Form $n\{211\}$, aber deren Reflexionsfähigkeit wird durch ihre Kleinheit begrenzt. Dasselbe sehen wir an den Flächen der Form $d\{110\}$. Die Kombination des Kristalls ist in Fig. 11 dargestellt. Einen vollkommen ähnlichen Kristall beschrieb Boeris von dem Fundort *Comba di Compare Robert.*[1]

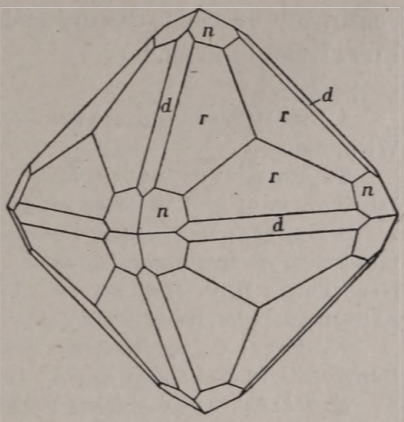


Fig. 11.

Einige Winkelwerte:

	Gemessen	Berechnet
233 : 323	17°16′	17°20′29″
: $\bar{2}33$	50°29′	50°28′44″
: 011	25°14′	25°14′22″
112 : $\bar{1}12$	48°09′	47°57′10″
: 011	29°55′	30°

Mineralien vom Komitat Hunyad.

1. Pyrit von Porkura.

In den goldführenden Eruptiven (Riolit, Pyroxen-Andesit, Amphibol-Andesit, Dacit) des *Erdélyi Érchegység* (Siebenbürgischen Erzgebirge) ist der Pyrit ein sehr häufiges Mineral. Die das Gebiet

[1] G. Boeris: Nuove osservazioni sopra i minerali della Comba di Compare Robert. Rivista di min. e crist. italiana. 1899. XXIII. p. 31.

erforschenden Geologen erwähnen ihn öfters.[1] Die wegen seinen wunderschönen Pyritkristallen berühmteste Grube des *Erdélyi Érchegység* ist *Porkura;* die von hier stammenden Kristalle gehören in die Reihe der am eingehendsten untersuchten Pyritvorkommen Ungarns. Sehr wertvolle Beobachtungen lieferten davon PRIMICS,[2] SCHMIDT,[3] V. GOLDSCHMIDT und PHILIP,[4] MAURITZ,[5] ROSIČKY,[6] LIFFA[7] und SEMPER.[8]

---

[1] FR. RITTER VON HAUER—G. STACHE: Geologie Siebenbürgens Wien, 1863.

T. POŠEPNY: Zur Geologie des Siebenbürgischen Erzgebirges. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. 1868. XVIII.

S. SEMPER: Beitrag zur Kenntnis der Goldlagerstätten des Siebenbürgischen Erzgebirges. Abhandl. d. kgl. Preuss. geol. Landesanst. Neue Folge. 1910. Heft 33. I—XIV. p. 1—219. — Ref. Zeitschr. für Kristallographie. 1904. XXXVIII. 306—312.

K. PAPP: A karács-cebei aranybányák Hunyad vármegyében. Bányászati és Kohászati Lapok. 1906.

M. PÁLFY: Az erdélyrészi Érchegység bányáinak földtani viszonya és érctelérei. Magy. kir. Földtani Intézet Évkönyve. 1910—1911. XVIII. p. 298. — Geol. Verhältn. u. Erzgänge d. Bergbaue des Siebenbürgischen Erzgebirges. Mitt. aus dem Jahrbuche d. kgl. ung. geol. Reichsanst. 1911—12. XVIII. p. 337.

M. PÁLFY: Magyarország arany-ezüstbányáinak geológiai viszonyai és termelési adatai. Budapest, 1929.

[2] GY. PRIMICS: A Csetrás-hegység geológiája és érctelérei. Budapest, 1896. p. 114—115.

[3] S. SCHMIDT: Ásványtani közlemények. Min. Mitt. Természetrajzi Füzetek. 1890. XIII. p. 86—92. — deutsch p. 186—192.

[4] V. GOLDSCHMIDT—H. PHILIPP: Pyrit von Csetrás. Zeitschr. für Kristallographie. 1903. XXXVI. p. 386—387.

[5] B. MAURITZ: Újabb adatok a porkurai pyritről. Math. és Term.-tud. Értesítő. 1903. XXI. p. 358—373. — Neuere Beitr. zur Kenntniss des Pyrit von Porkura. Zeitschr. für Krist. 1904. XXXIX. p. 357—365.

[6] V. ROSIČKY: Ein Beitrag zur Morphologie des Pyrits von Porkura. Bull. intern. de l'Académie des Sci. de Bohème. 1903. p. 1—3.

[7] A. LIFFA: Adatok a hazai pyrit kristálytani ismeretéhez. Földtani Közlöny. 1908. XXXVIII. p. 286—294. — Beitr. zur kristallograph. Kenntnis der ungarischen Pyrite. Ebendort p. 406—423.

[8] S. SEMPER: Beitrag zur Kenntnis der Goldlagerstätten des Siebenbürgischen Erzgebirges. Abhandl. d. kgl. Preuss. geol. Landesanst. Neue Folge. 1900. Heft 33. I—XIV. p. 1—219. — Ref. Zeitschr. für Kristallographie. 1904. XXXVIII. p. 306—312.

Der Fundort der weiter unten beschriebenen Kristalle ist *Valea Szlatyin*, ein Nebental des Bachtales von *Porkura*. Die Grösse der Kristalle schwankt 1—10 mm; die kristallographisch untersuchten Kristalle waren 1—5 mm gross. Zu goniometrischen Messungen dienten 96 Kristalle, an denen 91 Formen zu bestimmen gelang. Die am Pyrit bisher schon bekannten Formen sind die folgenden:

a {100}	*σ* {760}	*x* {433}	*t* {421}	{28·21·16}
d {110}	*e'* {120}	{544}	*u* {632}	{765}
o {111}	*p* {221}	*Π* {655}	*Σ* {532}	{14·7·3}
c {710}	*q* {331}	{821}	*s* {321}	{22·11·6}
δ {610}	{722}	*x* {721}	*C* {964}	{16·8·5}
J {11·2·0}	*m* {311}	{16·8·1}	*P* {13·9·6}	{22·11·7}
O {730}	*n* {211}	*S* {12·6·1}	{753}	
{11·5·0}	{15·8·8}	*T* {10·5·1}	{11·8·5}	
e {210}	{955}	{18·9·2}	{15·11·7}	
g {320}	{744}	*w* {841}	*M* {432}	
ϑ {430}	{533}	{631}	*ȝ* {541}	
D {540}	{855}	{10·5·2}	*α* {11·9·7}	

Für den Pyrit im allgemeinen neue Formen:

{25·24·0}	{16·9·9}	{24·23·23}	{14·7·2}	{11·10·9}
{27·8·8}	{18·11·11}	{80·40·1}	{36·18·7}	{16·15·14}
{13·4·4}	{13·8·8}	{48·24·1}	{26·13·6}	{11·12·6}
{25·13·13}	{77·48·48}	{42·21·1}	{72·36·19}	{17·18·9}
{23·12·12}	{17·12·12}	{36·18·1}	{29·19·10}	{35·36·18}
{19·10·10}	{31·24·24}	{24·12·1}	{28·21·16}	
{28·15·15}	{13·11·11}	{20·10·1}	{12·10·9}	
{13·7·7}	{11·10·10}	{22·11·1}	{35·31·29}	

Einige Winkelwerte für die *bekannten* Formen:

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
100 : 111	54°44′	54°44′08″	111 : 15·11·7	16°30′	16°32′12″
: 722	22°	22°06″	: 11·8·5	16°54′	17°01′26″
: 15·8·8	37°05′	37°01′58″	: 13·9·6	17°13′	17°04′42″
: 955	38°08′	38°09′21″	: 964	17°56′	17°58′31″
: 744	38°14′	38°17′	: 753	18°03′	18°05′13″
: 533	40°43′	40°18′56″	: 532	20°31′	20°30′51″
: 855	41°16′	41°28′22″	: 321	22°13′	22°12′27″
: 433	46°24′	46°41′10″	: 632	24°30′	24°52′12″
: 544	48°55′	48°31′37″	: 541	26°59′	27°01′02″
: 655	50°	49°41′04″	: 421	28°08′	28°07′32″

	Gemessen	Berechnet		Gemessen	Berechnet
112 : 122	17°36′	17°42′56″	111 : 631	31°31′	31°39′05″
113 : 102	19°12′	19°17′11″	: 841	33°30′	33°29′36″
100 : 331	46°35′	46°30′31″	: 16·8·1	36°18′	36°19′50″
: 710	8°14′	8°07′49″	: 721	38°14′	38°13′01″
: 610	9°21′	9°27′44″	: 821	39°59′	40°07′58″
: 11·2·0	10°20′	10°18′17″	5·1̄ : 10·5·1·10	10°39′	10°13′20″
: 730	23°10′	23°11′55″	: 102	5°20′	5°06′30″
: 11·5·0	24°16′	24°26′39″	: 6·1·12	9°16′	9°22′25″
: 320	33°31′	33°41′24″	18·9·2 : 211	29°38′	29°46′14″
: 430	36°57′	36°52′12″	: 210	5°34′	5°40′32″
: 540	38°27′	38°39′35″	2·10·5 : 211	31°36′	31°40′05″
: 760	40°40′	40°36′05″	: 021	10°16′	10°08′32″
111 : 765	7°42′	7°45′			
: 11·9·7	10°15′	10°17′			
: 28·21·16	12°40′	12°47′51″			
: 432	15°15′	15°13′31″			

Das Hexaeder wird durch glatte oder schwach gestreifte grosse Flächen vertreten. Die Oktaederflächen sind gross und glatt, sie zeigen selten sehr feine Riefungen in der Nähe der Kanten [$n : o = 211 : 111$] oder [$e : o = 210 : 111$]. Das Rhombendodekaeder erschien mit mittelgrossen, gut reflektierenden Flächen.

Das häufigste Deltoidikositetraeder ist die Form $n\{211\}$, die mit grossen, glatten Flächen entwickelt ist. Häufig ist die Form $m\{311\}$ mit mittelgrossen Flächen. Die meisten Ikositetraeder kamen mit schmalen Flächen vor. Am reichsten an Ikositetraeder war ein oktaedrischer Kristall, an welchem 16 Ikositetraeder auftraten.

Von den Triakisoktaeder waren in allem nur zwei Formen und zwar $p\{221\}$ und $q\{331\}$ mit mittelgrossen Flächen aufzuweisen. Für den Pyrit von *Porkura* ist überhaupt eine charakteristische Eigenschaft die wenige Anzahl der Triakisoktaeder.

Unter den Pentagondodekaeder ist immer $e\{210\}$ am besten entwickelt. Seine Flächen sind glatt oder vertikal fein gestreift. Die entsprechende negative Form $e'\{120\}$ ist sehr häufig. Seine Flächen sind immer angegriffen oder tief gefurcht. Ihr Reflex ist so schwach und verschwonnen, dass seine Gegenwart nur durch ihre Zonenlage festzustellen ist; er tritt jedesmal nur an denjenigen Kristallen auf, an denen auch die Form $n\{211\}$ vorkommt. Die

übrigen Pentagondodekaeder sind nur mit schmalen Streifen zu beobachten. Die Form $J\{11\cdot2\cdot0\}$ zeigte von *Ötösbánya* zuerst ZIMÁNYI;[1] sie ist auch in *Porkura* sicher zu finden. Die Form $\{11\cdot5\cdot0\}$ entdeckte FRANZENAU am Pyrit von *Bélabánya*;[2] sie ist ausser *Porkura* auch in *Batiza* zu finden. Die neue Form $\{25\cdot24\cdot0\}$ kann als vizinal dem Rhombendodekaeder betrachtet werden.

Unter den Dyakisdodekaeder sind die an jedem Kristall mit ungefähr gleichgrossen Flächen vorkommenden Formen $s\{321\}$ und $\Sigma\{532\}$ am grössten. Die Form $s\{321\}$ ist eine am Pyrit allgemein verbreitete Form, dagegen ist $\Sigma\{532\}$ relativ selten. Für den Pyrit von *Porkura* kann die Form $\Sigma\{532\}$ als charakteristisch angesehen werden. Sie ist für den Pyrit von Ungarn — ausser *Porkura* — nur an den Kristallen von *Sajóháza* häufig.[3] Sehr häufig sind $\{11\cdot8\cdot5\}$ und $\{15\cdot11\cdot7\}$. Oft erschienen mit kleinen Flächen die Formen $\{821\}$ und $\{10\cdot5\cdot2\}$, die zuerst von MAURITZ am Pyrit von *Porkura* festgestellt wurden.[4] Öfters kam auch die untergeordnete Form $w\{841\}$ vor. Die ebenfalls von MAURITZ[4] beschriebene Form $\{631\}$ ist häufiger als $u\{632\}$. Die Formen $S\{12\cdot6\cdot1\}$ und $T\{10.5.1\}$ gehören zu den seltenen Form des Pyrit. Beide waren an einem Kristall mit je sechs schmalen Flächen entwickelt. Die Formen $\{753\}$ und $\{16\cdot8\cdot1\}$ kamen auf fünf Kristallen vor. Die Form $\zeta\{541\}$ aus *Montana* wurde zuerst von ZIMÁNYI veröffentlicht[5]; an

---

[1] K. ZIMÁNYI: Pyrit Kotterbachról Szepes vármegyében. — Über den Pyrit von Kotterbach in Ober-Ungarn. Annales hist. nat. musei nation. hung. 1904. II. p. 93—114.

[2] A. FRANZENAU: Kristálytani vizsgálatok a bélabányai pyritről. Math. és Természettud. Értesítő. 1898. XVI. p. 273—297. — Kryst. Untersuchungen am Pyrit von Bélabánya. Math. u. naturw. Ber. aus Ungarn. 1899. XV. p. 198—223.

[3] K. ZIMÁNYI: Pyrit Sajóházáról. Math. és Természettud. Értesítő. 1910. XXVIII. p. 180—187. — Über den Pyrit von Sajóháza. Zeitschr. für Krist. 1910. XLVIII. p. 230—235.

[4] B. MAURITZ: Újabb adatok a porkurai pyritről. Math. és Természettud. Értesítő. 1903. XXI. p. 358—373. — Neuere Beitr. zur Kenntniss des Pyrit von Porkura. Zeitschr. für Krist. 1904. XXXIX. p. 357—365.

[5] K. ZIMÁNYI: Pyrit Montanából. — Über einen Pyrit von Montana. Természetrajzi Füzetek. 1900. XXIII. p. 166—177.

einem Kristalle von *Porkura* trat sie mit untergeordneten Flächen auf. Form $C\{964\}$ wurde zuerst von ROSIČKY als eine neue Form des Pyrit von *Porkura* festgestellt.[1] Es gelang diese Form an zwei Kristallen des untersuchten Materials nachzuweisen. Die von MAURITZ festgestellte Form $\{11\cdot10\cdot9\}$ tritt auch an den Kristallen von *Batiza* auf. Die neue Form $\{14\cdot7\cdot3\}$ trat mit der ebenfalls neuen $\{14\cdot7\cdot2\}$ zusammen an zwei Kristallen gleichzeitig auf und beide waren mit mehreren Flächen entwickelt. Die Form $\{765\}$ wurde von ZIMÁNYI am Pyrit von *Ötösbánya* entdeckt ; später fand er den dieser nahestehenden Dyakisdodekaeder $\{13\cdot11\cdot9\}$ an den Kristallen von *Dognácska*.[2] In beiden Fällen erklärte er die Formen für unsicher. Die Form $\{765\}$ kommt mit untergeordneten Flächen an einem Kristalle vor. Ihre gemessene und berechnete Winkelwerte stimmen ausgezeichnet überein. Die drei neuen negativen Diploeder $\{11\cdot12\cdot6\}$, $\{17\cdot18\cdot9\}$ und $\{35\cdot36\cdot18\}$ traten an einem und demselben Kristalle mit schmalen Flächen auf. Ausser diesen gelang es keine negative Dyakisdodekaeder festzustellen. Im allgemeinen treten die am Pyrit von *Porkura* beobachteten Dyakisdodekaeder — von den das Vorkommen charakterisierenden Formen $s\{321\}$ und $\Sigma\{532\}$ abgesehen — mit schmalen Flächen auf und gehören grösstenteils in die Zone $[e:a=210:001]$.

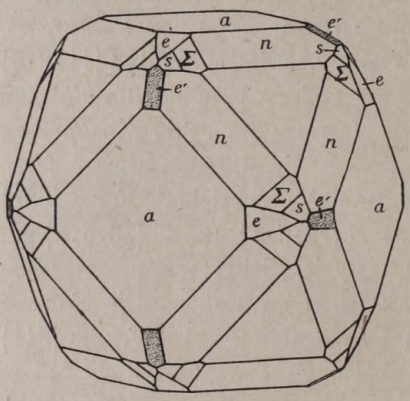


Fig. 12.

Unter den Kristallen können wir sechs Typen unterscheiden. Den ersten Typus vertreten die Mittelkristalle der Formen

[1] V. ROSIČKY: Ein Beitrag zur Morphologie des Pyrits von Porkura. Bull. intern. de l'Académie des Sci. de Bohème. 1903. p. 1—3.

[2] K. ZIMÁNYI: Kristálytani vizsgálatok Krassó-Szörény vármegye pyritjein. Math. és Természettud. Közlemények. 1927. XXXV. köt. 5. szám. p. 27. — Krist. Untersuchungen an den Pyriten des Komitates Krassó-Szörény. Zeitschr. für Krist. 1925. LXII. p. 516.

$a\{100\}$ und $o\{111\}$. Sie sind die häufigsten (Fig. 12). Ausser den beiden vorherrschenden Formen gestaltet sich die Form $n\{211\}$ mit grossen, glatten Flächen. Kommt $p\{221\}$ vor, so ist sie untergeordnet. Form $e\{210\}$ ist meistens zu beobachten, aber ihre Flächen sind klein, dicht und fein gestreift. Unter den Dyakisdodekaeder ist die Form $s\{321\}$ und die oft grössere $\Sigma\{532\}$ immer vorhanden. Auch Dyakisdodekaeder von anderem Index sind häufig und sie gehören hauptsächlich der Zone $[e:a = 210:001]$ an; ihre Flächen sind schmal.

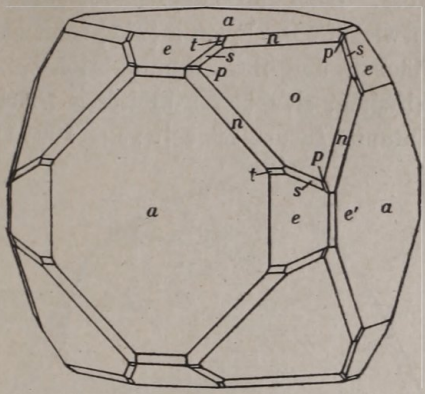


Fig. 13.

Der sehr häufige zweite Typus wird durch die vorherrschende Entwicklung dreier Formen, nähmlich der $a\{100\}$, $o\{111\}$ und $e\{210\}$ charakterisiert (Fig. 13 und 14). An diesen Kristallen kommen die Formen $n\{211\}$ und $e'\{120\}$ immer vor.

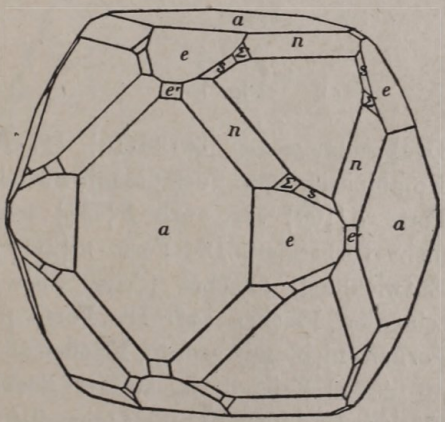


Fig. 14.

Beim dritten Typus bildet das Oktaeder mit $e\{210\}$ mittelkristallähnliche Kombinationen. Auch hier tritt das Hexaeder immer auf, aber die Flächen entwickeln sich nur bis zur Mittelgrösse. Die Form $e\{210\}$ bleibt in ihrer Dimension hinter dem Oktaeder zurück. Die Kristalle dieses Typus zeigen eine starke Annäherung zum folgenden Typus, der durch die vorherrschende Entwicklung des Oktaeder charakterisiert wird.

An den oktaedrischen Kristallen erscheint das typusbestimmende Oktaeder mit glänzenden Flächen. Form $e\{210\}$ ist mittelgross. Das Hexaeder bleibt oft aus oder ist untergeordnet entwickelt. Die Form $n\{211\}$ zeigt nach dem Oktaeder die grössten Flächen und ihre Kombinationskanten werden durch die angegriffenen, schmäleren-breiteren Flächen der Form $e'\{120\}$ abgestumpft. In der Zone $[a:o = 100:111]$ sind Deltoidikositetraeder sehr häufig, sie sind in den meisten Fällen mit schmalen Flächen zu beobachten und erreichen an Grösse nie die Form $n\{211\}$. Form $\Sigma\{532\}$ ist mit guten Flächen sehr häufig, $s\{321\}$ fehlt nie. Häufig sind in die Zone $[e:o = 210:111]$ gehörende Dyakisdodekaeder. Eine charakteristische Kombination dieses Typus zeigt Fig. 15.

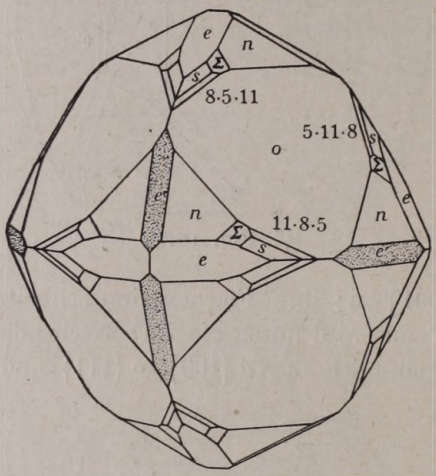


Fig. 15.

An einem oktaedrischen Kristalle traten gleichzeitig die drei neuen negativen Dyakisdodekaeder $\{35\cdot36\cdot18\}$, $\{17\cdot18\cdot9\}$, $\{11\cdot12\cdot6\}$ auf. In der Kombination kam auch die mit mittelgrossen Flächen auftretende Form $a\{100\}$ vor, auch $\Sigma\{532\}$ fehlte nicht, aber $s\{321\}$ war nicht vorhanden. Die Form $n\{211\}$ erreichte nur eine geringere Entwicklung, daneben traten aber 16 Deltoidikositetraeder mit schmalen Flächen auf. Die Form $p\{221\}$ pflegt am Pyrit von *Porkura* nicht mit grossen Flächen zu erscheinen und doch trat sie an diesem Kristalle in starker Ausbildung auf und ihre grossen Flächen sind der Kante $[e:p = 210:221]$ parallel fein gestreift.

Die Kristalle des fünften Typus sind durch die vorherrschende Entwicklung des Hexaeder charakterisiert. Im Verhältnisse zu den vorhergehenden Typen sind die hexaedrischen Kristalle selten. Neben der dominierenden Form $a\{100\}$ sind $o\{111\}$ und $e\{210\}$ mit grossen Flächen zu beobachten. Von mittlerer Grösse ist

$n\{211\}$; Triakisoktaeder fehlen. Diploeder aus den Zonen $[e:a = 210:001]$ und $[e:o = 210:111]$ sind sehr häufig, aber die für den Pyrit von *Porkura* so charakteristische Form $\Sigma\{532\}$ fehlt nicht. An den hexaedrischen Kristallen trete nicht nur $s\{321\}$ und $\Sigma\{532\}$ mit grossen Flächen auf, sondern auch andere Dyakisdodekaeder von hohen Indices kommen vor und zwar mit sehr gut entwickelten Flächen, wie es aus Fig. 16 zu entnehmen ist. Die Form $e'\{120\}$ ist auch an diesen Kristallen aufzufinden; ihre Flächen sind auch hier angegriffen und matt.

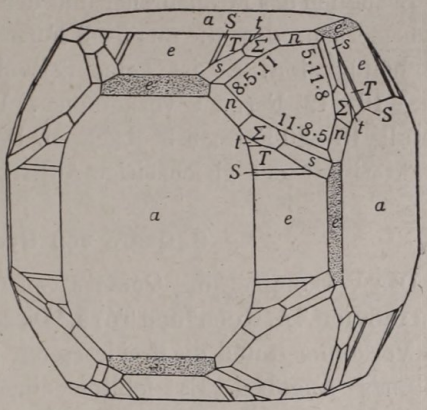


Fig. 16.

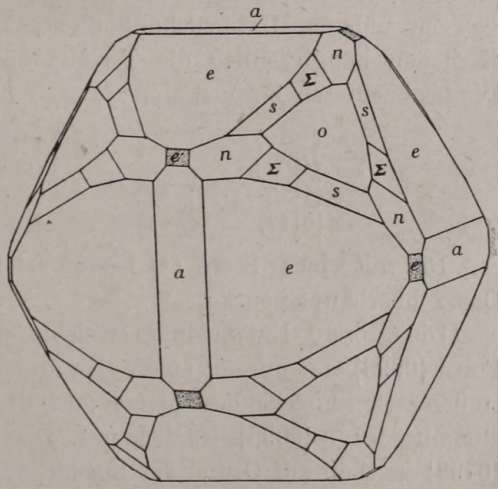


Fig. 17.

Zu den Seltenheiten des Pyrit von *Porkura* gehört der sechste Typus, der durch die vorherrschende Entwicklung der Form $e\{210\}$ charakterisiert wird. Unter den untersuchten 96 Kristallen befanden sich nur zwei zu dem pentagondodekaedrischen Typus gehörende Kristalle. Die Flächen der typusbestimmenden Form $e\{210\}$ sind vollkommen glatt. Auch hier fehlt die entsprechende negative Form nicht, aber sie ist von untergeordneter Entwicklung als bei den vorhergehenden Typen. Die Flächen der Form $o\{111\}$ sind sehr glänzend und

glatt. Die gut entwickelten Flächen von $a\{100\}$ und $n\{211\}$ sind ebenfalls glatt. Die Dyakisdodekaeder werden nur durch die charakteristischen $s\{321\}$ und $\Sigma\{532\}$ vertreten (Fig. 17).

Bezüglich des Formenreichtums der einzelnen Kristalle können wir bemerken, dass die aus 5—8 Formen bestehenden Individuen sehr häufig sind. Es ist keine Seltenheit solche zu finden, an denen 10—12 Formen vorkommen. Wir können an je einem Kristalle 13—20 Formen beobachten. Den formenreichsten Kristall charakterisiert das gleichzeitige Auftreten von 25 Kristallformen.

2. Quarc von Gyalár.

Das Vorkommen des Quarzes von *Gyalár* erwähnen Ackner,[1] Zepharovich,[2] A. Koch[3] und Tóth.[4] Diese Verfasser sprechen nur von dem Vorkommen und die drei letzteren übernehmen hauptsächlich Ackner's Angaben. Es fehlten eingehende kristallographische Untersuchungen. Das Folgende erläutert mit einigen Daten die kristallographischen Eigenschaften des Qaurzes von *Gyalár*.

Zur näheren Untersuchung dienten zwei Quarzbruchstücke, an denen hauptsächlich die Terminalflächen vorhanden waren. Die beobachteten Formen sind:

$m\{10\bar{1}0\}$	* $\{09\bar{9}8\}$
$r\{10\bar{1}1\}$	* $\{66\cdot1\cdot\bar{6}\bar{7}\cdot71\}$
$q\{11\cdot0\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot10\}$	* $\{33\cdot1\cdot\bar{3}\bar{4}\cdot36\}$
$z\{01\bar{1}1\}$	

Die mit einem Stern (*) bezeichneten Formen sind für den Quarz überhaupt neu.

Die grösste Entwicklung erreichte die Form $z\{01\bar{1}1\}$. Die Form $\{09\bar{9}8\}$ trat nur mit einer, aber grosser Fläche auf. Sie gehört zu den neuen Formen des Quarzes; das ihm entsprechende positive Rhomboeder $n\{90\bar{9}8\}$ ist bekannt. Die Bestimmung der Form $\{09\bar{9}8\}$ geschah auf Grund der folgenden Winkelwerte:

---

[1] M. J. Ackner: Mineralogie Siebenbürgens. Hermannstadt, 1855.

[2] V. v. Zepharovich: Min. Lex. Wien, 1859. I. Bd. p. 371.

[3] A. Koch: Erdély ásványainak kritikai átnézete. Kolozsvár, 1885. p. 152.

[4] M. Tóth: Magyarország ásványai. Budapest. 1882. p. 261, 264, 274, 279.

	Gemessen	Berechnet	$\pm \Delta$
$09\bar{9}8 : 10\bar{1}1$	47°22′48″	47°25′31″	0°02′43″
$: \bar{1}011$	3°31′	3°13′41″	0°17′19″
$: 01\bar{1}1$			

Die Form $r\,\{10\bar{1}1\}$ war an beiden Kristallen mit mittelgrossen Flächen ausgebildet. Form $q\,\{11\cdot0\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot10\}$ wurde mit einer einzigen gut reflektierenden, glatten Fläche beobachtet. Die Formen $\{66\cdot1\cdot\bar{6}\bar{7}\cdot71\}$ und $\{33\cdot1\cdot\bar{3}\bar{4}\cdot36\}$ erschienen am selben Kristalle mit je zwei Flächen. Ihre schmale, jedoch vollkommene Flächenausbildung machte ihre sichere Feststellung möglich. Beide Trapezoeder sind neue Formen, die diesbezüglichen Winkelwerte sind:

	Gemessen	Berechnet	$\pm \Delta$
$67\cdot\bar{1}\cdot\bar{6}\bar{6}\cdot71 : 01\bar{1}0$	46°10′	46°12′56″	0°02′56″
$66\cdot1\cdot\bar{6}\bar{7}\cdot71 : 01\bar{1}0$	45°03′	45°07′44″	0°04′44″
$: 10\bar{1}1$	2°07′	1°55′24″	0°11′36″
$: 33\cdot1\cdot\bar{3}\bar{4}\cdot36$	0°23′	0°35′02″	0°12′02″
$33\cdot1\cdot\bar{3}\bar{4}\cdot36 : 01\bar{1}1$	44°40′	44°32′42″	0°07′18″
$: 10\bar{1}1$	2°21′	2°18′36″	0°02′24″
$: 34\cdot\bar{1}\cdot\bar{3}\bar{3}\cdot36$	2°09′	2°15′30″	0°06′30″

Die Form $m\,\{10\bar{1}0\}$ kam nur am zweiten Kristalle mit einer unvollkommenen Fläche vor.

Die beobachteten Kombinationen:

I. Kristall: $r\,\{10\bar{1}1\}$ $q\,\{11\cdot0\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot10\}$ $z\,\{01\bar{1}1\}$ $\{09\bar{9}8\}$ (Fig. 18.)

II. Kristall: $r\,\{10\bar{1}1\}$ $z\,\{01\bar{1}1\}$ $\{66\cdot1\cdot\bar{6}\bar{7}\cdot71\}$ $\{33\cdot1\cdot\bar{3}\bar{4}\cdot36\}$ (Fig. 19.)

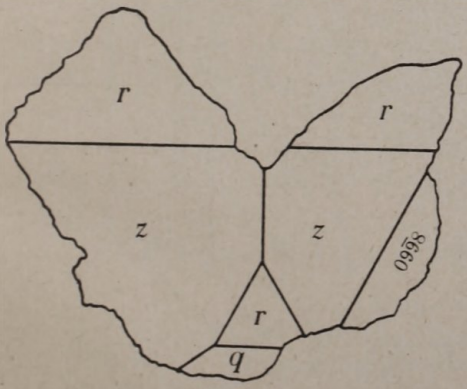


Fig. 18.

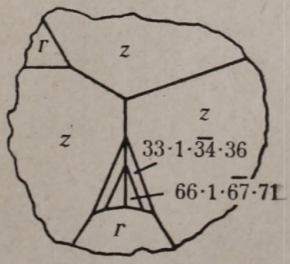


Fig. 19.

Einige weitere Winkelwerte:

	Gemessen	Berechnet
$01\bar{1}1 : 10\bar{1}1$	46°14′	46°15′52″
$: 11\cdot0\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot10$	47°10′	47°11′45″
$10\bar{1}1 : 11\cdot0\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot10$	2°10′	2°37′16″
$09\bar{9}8 : 11\cdot0\cdot\bar{1}\bar{1}\cdot10$	47°46′	48°10′38″

3. Pseudobrookit von Aranyihegy (Aranyi-Berge).

An den neuerdings gemessenen drei Kristallen des im Andesit des *Aranyihegy* vorkommenden Pseudobrookit wurden folgende Formen bestimmt:

a {100}	*m* {210}
b {010}	*l* {110}
d {101}	*n* {120}
e {103}	*p* {133}

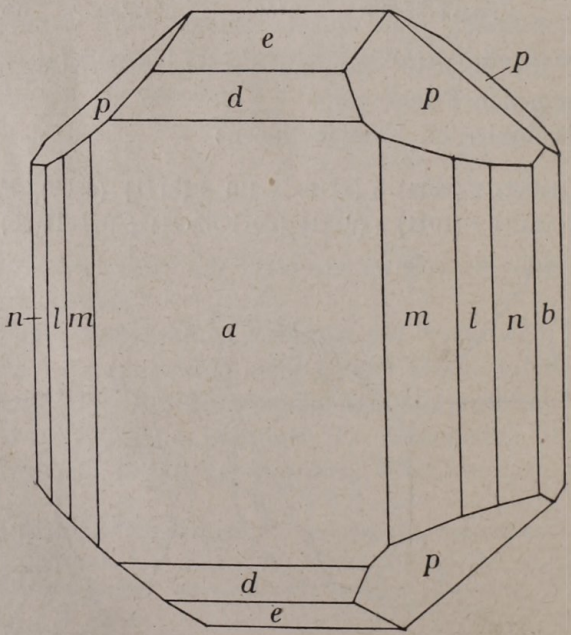


Fig. 20.

Die Aufstellung der Kristalle und die Bezeichnung der Formen geschah nach A. Koch—P. Groth—V. Goldschmidt.[1] Die oben angeführten Formen sind bereits bekannt. Bemerkenswert ist die Entwicklungsart der Kristalle. Es tritt nämlich die Bipyramide $p\{133\}$ auf zweien der untersuchten Kristalle stark ausgebildet auf (Fig. 20.). Die am Pseudobrookit bis jetzt beobachteten Bipyramiden entwickeln sich im allgemeinen nicht mit grossen Flächen. Von den übrigen Formen der untersuchten Kristalle können wir das Folgende bemerken. Die zwei Prismen II. Art sind ungefähr gleich gross. In der Reihe der Prismen III. Art dominiert $m\{210\}$, wie es beim Pseudobrookit gewöhnlich ist. Unter den Endflächen ist $a\{100\}$ besser entwickelt als $b\{010\}$.

Die Kristalle sind nach $a\{100\}$ tafelig. Im untersuchten Material waren keine Zwillinge vorhanden.[2]

Pyrit von Sümeg (Komitat Zala).

In der Nähe von *Sümeg* kam in einer tonigen Schicht der durch die *Nummulites spira* charakterisierten eocen mergeligen Kalksteins eine ungefähr 6 mm grosse Pyritausscheidung vor. Die Kristalle sind stellenweise tafelig ausgebildet und wachsen miteinander rosettenförmig zusammen. Aus dieser Masse erheben sich gewöhnlich nur die Hexaederecken, welche durch das Oktaeder abgestumpft. werden.

Vorherrschende Form der Kristalle ist das Hexaeder; das Oktaeder ist mehr untergeordnet und $e\{210\}$ schon nebensächlich. An den Hexaederflächen ist den abwechselnden Kanten parallel eine Streifung zu beobachten und ihre Oberfläche ist infolge der oben erwähnten Zusammenwachsung uneben. Die Flächen des Oktaeders sind corrodiert. Die Form $e\{210\}$ ist mit schmalen Flächen entwickelt.

Der Typus der Kristalle ist hexaedrisch.

---

[1] V. Goldschmidt: Atlas der Krystallformen.

[2] E. Balogh: Kristallzwillinge und andere regelmässige Verwachsungen des Pseudobrookit vom Aranyer Berg. Verhandl. u. Mitteil. d. Siebenbürg. Verein für Naturwiss. Hermannstadt. 1927. LXXVII. p. 64—78.

Einige gemessene und berechnete Winkelwerte:

	Gemessen	Berechnet
$111 : 1\bar{1}1$	68°51′	70°38′44″
: 100	54°35′	54°44′08″
: 102	39°09′	39°13′51″

Auf sekundären Lagerstätten gefundene Mineralien von Bánhida (Komitat Komárom).

Im Jahre 1897 wurde bei *Bánhida* nach Kohlenlagern geforscht. Als eine, aus der Tiefe von 23 m heraufgeholte Bohrprobe von sandigem Ton geschlemmt wurde, waren darin einige interessante Mineralien zu finden. Von diesen erwiesen sich ein kornblumenblauer Kristall und zwei hellere Bruchstücke als *Saphir*, einige schwarze, undurchsichtige Körner als *Magnetit*, durchsichtige oder nur durchscheinende rötlichbraune Kristalle als *Granat* und zwei säulenförmige, braune Kristalle als *Zirkon*.

Das gleichzeitige Auftreten der genannten Mineralien ist nicht auffallend, denn in den Andesiten wurden identische mineralienführende Einschlüsse öfters gefunden und sie sind auch häufige Bestandteile der Sande.

a) *Saphir*.

Saphirkristalle von ungarischem Fundorte waren bis jetzt nur in Dünnschliffen zu finden. Es war der erste Fall, dass ein freies, zur goniometrischen Messung geeignetes Material zur Verfügung stand.

Der nach der Endfläche tafelförmige, tiefblaue Kristall ist etwas grösser als 0·5 mm; die festgestellten Formen:

$\{0001\}$	$\{10\bar{1}5\}$
$\{11\bar{2}0\}$	$\{01\bar{1}1\}$
$\{1011\}$	

Die Flächen der Form $\{0001\}$ sind glänzend, obwohl sie nur stellenweise eben sind, während die zwischen den ebenen liegenden Teilen konkav sind. Die glatten Flecken sind ganz unregelmässig begrenzt. Von den zu der Form $\{10\bar{1}1\}$ gehörenden Flächen ist die eine gross, die übrigen sind klein. Die grosse Fläche ist sehr glän-

zend. Die Form $\{10\bar{1}5\}$ stumpft die Kante $(0001):(10\bar{1}1)$ in der Form eines schmalen Streifens ab; die Oberfläche ist gerieft. Form $\{01\bar{1}1\}$ ist mit zwei kleinen Flächen ausgebildet. Die zur Form $\{11\bar{2}0\}$ gehörende Flächen sind glatt und glänzend.

Die gemessenen und berechneten Winkelwerte sind:

	Gemessen	Berechnet
$0001 : 10\bar{1}1$	57°39′	57°34′08″
$: 10\bar{1}5$	17°42′	17°28′22″
$: \bar{1}011$	57°40′	57°34′08″
$10\bar{1}1 : \bar{1}011$	115°18′	115°08′16″
$11\bar{2}0 : 2\bar{1}\bar{1}0$	60°	60°
$: 10\bar{1}1$	43°	43°02″

An den beiden hellblauen Kristallbrüchen von 0·5 mm Durchmesser sind nur einige Flächen des Prismas vorhanden.

In einem dieser Bruchstücke hatte Josef Loczka die Tonerde folgenderweise nachgewiesen. Das Mineral zeigte bei einer Behandlug mit H_2SO_4 bzw. $KHSO_4$, keine Veränderung. Es war unlösbar in $KHSO_4 + H_2SO_4 + HF$, und unaufschliessbar mit $KNaCO_3$; doch mit Borax verschmolzen löste es sich. Die Schmelz mit Salzsäure und Methylchlorid eingedampft, gab in der wässerigen Lösung des Restes mit Ammoniak einen weissen, flockigen, in $NaOH$ zumeist löslichen Niederschlag. Aus der $NaOH$-Lösung schied Ammoniumchlorid abermals einen weissen, flockigen Niederschlag ab. Nachdem diese Reaktionen nur dem *Al* und *Be* eigen sind, die Gegenwart des Berills jedoch unwahrscheinlich, ist der Hauptbestandteil des fraglichen Minerals das Al_2O_3.

b) *Magnetit.*

Kaum 0·2 mm grosse, glänzende, magnetische Körner, an denen hie und da sich der Oktaerflächen zu erkennen sind.

c) *Granat.*

Meistens rundherum ausgebildeten Kristalle. Die Kombination wird durch $\{211\}$ als Hauptform bestimmt. Mit untergeordneten Flächen ist $\{110\}$ zu beobachten. Die deltoidförmigen Flächen der

Form $\{211\}$ sind parallel der Symmetrielinie gerieft; $\{110\}$ hat sehr glatte Flächen.

	Gemessen	Berechnet
$211 : 2\bar{1}1$	48°17′	48°11′23″
$: 121$	33°27′	33°33′26″
$121 : \bar{1}10$	73°18′	73°23′17″

d) *Zirkon.*

Von den kaum 0·2 mm grossen Kristallen ist der eine glatt, der andere besitzt stark corrodierte Oberflächen. Goniometrische Messungen konnten nicht durchgeführt werden, so dass die Bestimmung der Formen durch Messungen unter dem Mikroskop erfolgte. Die beobachteten Formen sind die folgenden:

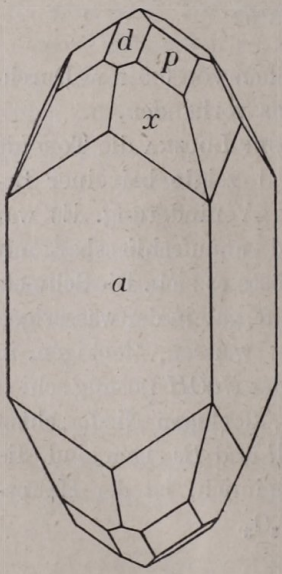


Fig. 21.

$a\ \{100\}$	$p\ \{111\}$
$d\ \{101\}$	$x\ \{311\}$

Gemessen wurde die Neigung der Kante $(100) : (0\bar{1}0)$ zur Kante $(100) : (3\bar{1}1)$, mit welcher letzteren die Kanten $(3\bar{1}1) : (1\bar{1}1)$ und $(1\bar{1}1) : (0\bar{1}1)$ parallel laufen. Der für diese erhaltene Wert ist 122·6°, dagegen findet man den berechneten zu 122°38′04″.

Der aus dem Schnitte der Flächen $(1\bar{3}1)$ und $(\bar{1}\bar{3}1)$ mit der Fläche $(0\bar{1}0)$ entstandene Winkel hat den mittleren Wert von 152·9°; der berechnete ist 152°30′05″.

Aus den Zonenverhältnissen ist das Vorkommen der Form $\{111\}$ gesichert.

Die Zeichnung des Kristalls zeigt Fig. 21.

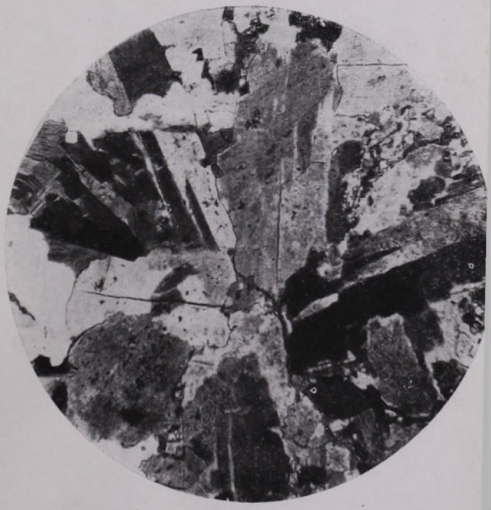
Math. und Naturwiss Berichte aus Ungarn. XXXVIII. Band. Tafel I. 1931.

S. v. Szentpétery: Oligoklasgesteine aus der Berggegend von Szarvaskő.

1

2

3



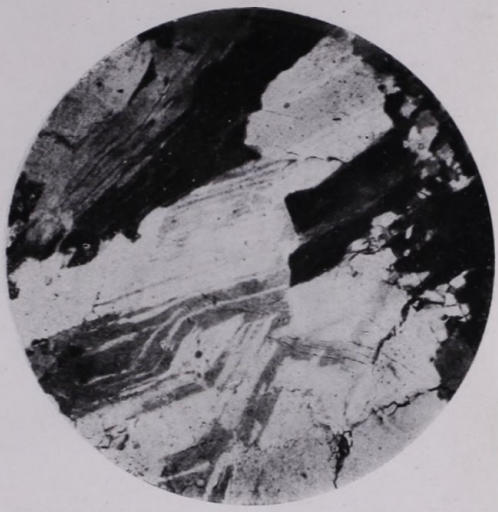
4

MAGYAR NEMZETI MÚZEUM TÁRA

Math. und Naturwiss. Berichte aus Ungarn. XXXVIII. Band. Tafel II. 1931.

S. v. Szentpétery: Oligoklasgesteine aus der Berggegend von Szarvaskő.

1



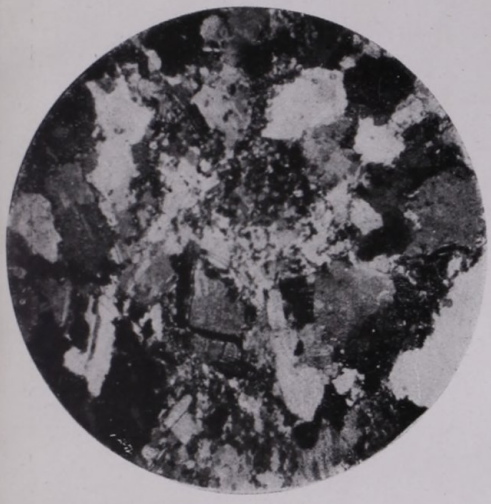
2

3

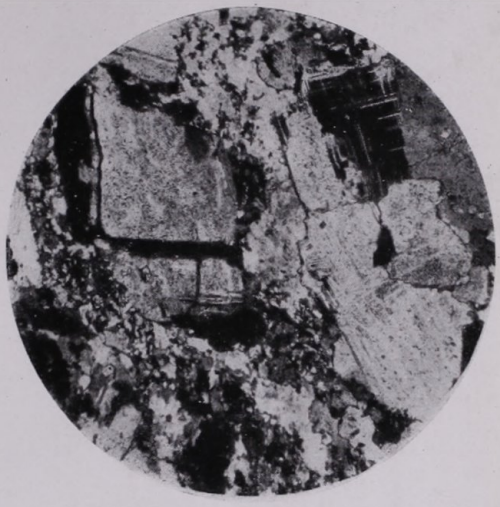
4

Math. und Naturwiss. Berichte aus Ungarn. XXXVIII. Band. Tafel III. 1931.

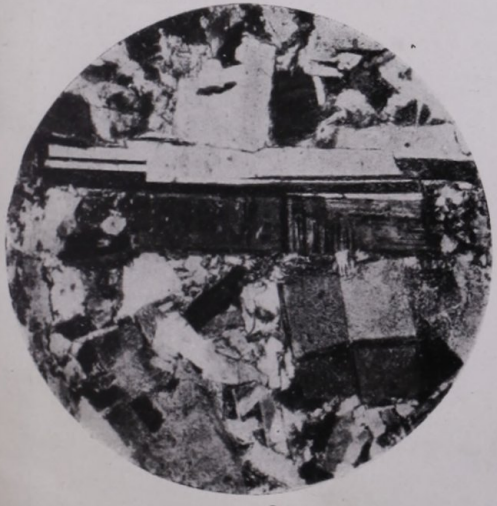
S. v. Szentpétery: Oligoklasgesteine aus der Berggegend von Szarvaskő.



1



2



3

4

M. TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

Magyar Tudományos Akadémia
Könyvtára [illegible] /195[illegible] sz.